

УДК 528.21/22

ПРО ЗМІНУ ВЕЛИЧИННИ РЕДУКЦІЇ ЛІНІЙНИХ ВИМІРІВ ПРИ ЗМІНІ ПАРАМЕТРІВ РЕФЕРЕНЦ-ЕЛІПСОЇДА

© Согор А.Р., 1999

ДУ “Львівська політехніка”

Выведен и вычислен коэффициент уменьшения величины редукции линейных измерений в случае использования регионального эллипсоида.

The linear measurements reduction diminution coefficient, while is used of the regional ellipsoid have been derived and computed.

Загальною особливістю лінійних вимірів є те, що за їх допомогою безпосередньо отримують так звані “похилі віддалі” – відстані між геодезичними пунктами при

наземних вимірах або відстані між літаком та цілями на Землі у випадку застосування літакового радіовіддалеміра.

Як відомо, редукційне завдання лінійних вимірів полягає у проектуванні похилих віддалей на поверхню деякого референц-еліпсоїда. Зв'язок похилої віддалі D з довжиною дуги S , яка є проекцією першої (тобто похилої віддалі D) на поверхню відносності, можна подати у вигляді таких співвідношень [1]:

$$d^2 = \frac{D^2 - (H_n - H_m)^2}{\left(1 + \frac{H_m}{R_{mn}}\right) \left(1 + \frac{H_n}{R_{mn}}\right)} ; \quad (1, a)$$

$$S = d + \frac{d^3}{24R_{mn}^2} + \frac{3d^5}{640R_{mn}^4} + \dots . \quad (1, b)$$

Тут H_m і H_n – геодезичні висоти деяких двох пунктів фізичної поверхні Землі; d – довжина хорди проекцій цих пунктів на поверхню відносності (референц-еліпсоїда); R_{mn} – радіус кривини референц-еліпсоїда вздовж вимірюваної лінії.

Прийнявши $H_m = H_n = H$ (де H – геодезична висота середини лінії) та підставивши у формулу (1, a), величина d запишеться:

$$d = \frac{D}{1 + \frac{H}{R_{mn}}} . \quad (2)$$

Підставивши значення d із (2) у формулу (1, b) та здійснивши розклад в біноміальний ряд відповідних її членів, після нескладних перетворень остаточно отримаємо вираз для редукції S похилої віддалі D на поверхню референц-еліпсоїда у вигляді ряду (включаючи величини порядку малості R_{mn}^{-2}):

$$S = D - \frac{H}{R_{mn}} D + \frac{H^2}{R_{mn}^2} D + \frac{D^3}{24R_{mn}^2} . \quad (3)$$

Дослідимо тепер величину цієї редукції як у випадку загальноземного еліпсоїда, так і у випадку регіонального еліпсоїда.

Отже, головний член редукції буде:

$$\Delta_1 = -\frac{H}{R_{mn}} D , \quad (4)$$

а залишковим членом формули (3), в якому присутня геодезична висота H , є

$$\Delta_2 = \frac{H^2}{R_{mn}^2} D . \quad (5)$$

Тоді, у випадку редуктування на загальноземний еліпсоїд GRS80 член (4) прийме вигляд:

$$\Delta_1^{grs} = -\frac{H^g + N^{grs}}{R_{mn}} D , \quad (6)$$

а у випадку редуктування на регіональний еліпсоїд (4) запишемо:

$$\Delta_1^u = -\frac{H^\gamma + N^u}{R_{mn}} D, \quad (7)$$

де H^γ – нормальна висота середини лінії; N^{grs} – середня висота геоїда вздовж лінії відносно еліпсоїда GRS80; N^u – середня висота геоїда вздовж лінії відносно регіонального еліпсоїда.

Приймаючи до уваги, що висоти геоїда (квазігеоїда) відносно регіонального еліпсоїда, як найкраще підібраного для території України*, в середньому квадратичному ϵ в $k_N \approx 15$ разів меншими (див. роботу [3]), ніж відносно еліпсоїда GRS80. Відношення (6) та (7) прийме вигляд коефіцієнта v_s , тобто

$$v_s = \frac{\Delta_1^{grs}}{\Delta_1^u} = \frac{H^\gamma + 15N^u}{H^\gamma + N^u}, \quad (8)$$

який характеризує зменшення величини поправки (4).

Залишковий член (5), за аналогією із Δ_1 , для випадку еліпсоїдів GRS80 та регіонального відповідно можна записати, як

$$\Delta_2^{grs} = \frac{(H^\gamma + N^{grs})^2}{R_{mn}^2} D \quad (9)$$

та

$$\Delta_2^u = \frac{(H^\gamma + N^u)^2}{R_{mn}^2} D. \quad (10)$$

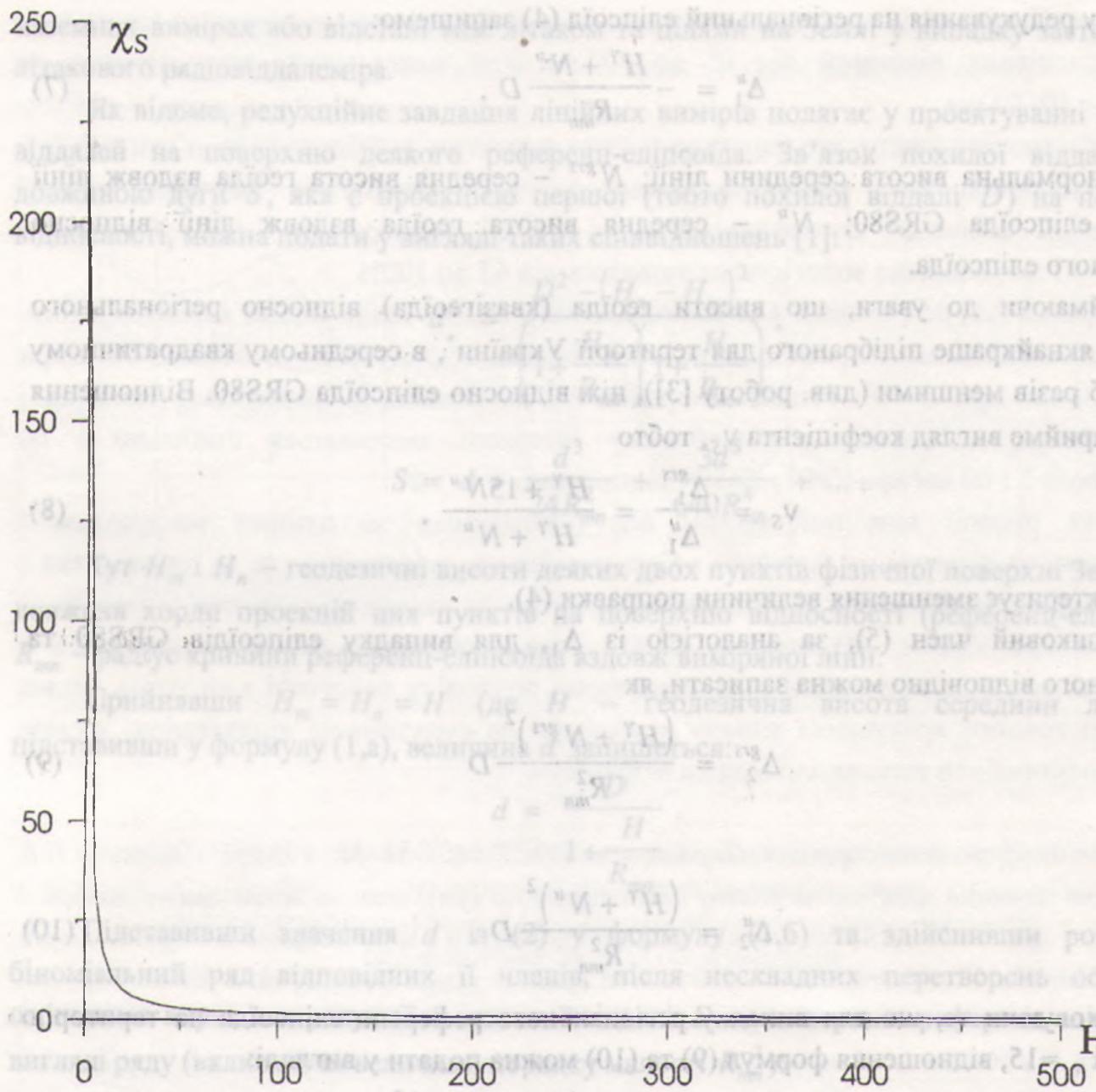
Враховуючи те, що для випадку регіонального референц-еліпсоїда на територію України $k_N \approx 15$, відношення формул (9) та (10) можна подати у вигляді:

$$\chi_s = \frac{\Delta_2^{grs}}{\Delta_2^u} = \left(\frac{H^\gamma + 15N^u}{H^\gamma + N^u} \right)^2. \quad (11)$$

Відношення (11) буде характеризувати зменшення величини залишкового члена (5).

Отже, зауважимо, що оскільки коефіцієнт v_s залежить від нормальної висоти H^γ (див. формулу (8)), то він буде змінювати своє значення при зміні величини H^γ . Залежність v_s від H^γ можна проілюструвати рисунком із роботи [4], оскільки $v_s = v_0$ (порівняйте формулу (8) з формулою (4) роботи [4]). Коефіцієнт χ_s також залежатиме від H^γ , але це співвідношення представлене формулою (11). Тому його графік зобразиться у вигляді рисунка.

* Див. роботу [2].



Залежність коефіцієнта χ_s від нормальної висоти H^γ

Отже, дослідження величини редукції S показали, що при обробці лінійних геодезичних вимірювань доцільно використовувати не загальноземний еліпсоїд GRS80, а найкраще підібраний для даного регіону еліпсоїд. Зокрема, використання такого регіонального референц-еліпсоїда, побудованого для території України, дає можливість суттєво зменшити величину як головного члена Δ_1 редукції лінійних вимірювань, так і її залишкового члена Δ_2 .

1. Пеллинен Л.П. Высшая геодезия (Теоретическая геодезия). М., 1978.
2. Согор А.Р. Узгодження параметрів референц-еліпсоїда з даними про регіональне гравітаційне поле: Автореф. ... канд. техн. наук. Львів, 1996.
3. Согор А.Р. Про ефективність введення регіонального референц-еліпсоїда для території України // Зб. наук. пр. міжнар. наук.-практ. конф. "Геодезичний моніторинг, геодинаміка і рефрактометрія на межі ХХІ століття". Львів, 1998. С. 59-63.
4. Согор А.Р. До питання про редукцію за висоту пункту спостережень // Зб. наук. праць міжнар. наук.-практ. конф.

"Геодезичний моніторинг, геодинаміка і рефрактометрія на межі ХХІ століття".
Львів, 1998. С. 66-68.