досягається значно вища продуктивність за рахунок оптимізації архітектури. Зазначено, що такий підхід суттєво обмежує ринок збуту ядер через вузьку спеціалізацію їх архітектури.

Усунути цей недолік дозволяє створення ядер апаратно-орієнтованих комп'ютерних пристроїв з можливістю параметризації та конфігурування. При цьому забезпечується можливість вибору найефективнішої архітектури, самостійного вибору параметрів комп'ютерного пристрою, суттєво спрощується використання ядра комп'ютерного пристрою при проектуванні НВІС.

Наведені правила та вимоги щодо ведення робіт з проектування ядер комп'ютерних пристроїв для багатократного використання, описані етапи та засоби їх проектування.

1. Lapsley P. and Bier J. DSP Cores Bring New Levels of Integration // Microprocessor report, August 1994. 2. DSP Design Tools and Methodologies, Berkeley Design Technology, Inc. (Fremont, California), 1995. 3. Пичуев В.А., Рябченко А.Г., Титов Д.Г., Фролов С.А. О проектировании СБИС высокоскоростного криптопроцессора // Автометрия, 1994. №6. С. 91 – 98. 4. Мельник А.О., Аль Кхатіб Ахмад. Концепція побудови нарощуваних параметризованих процесорних ядер спеціалізованих надвеликих інтегральних схем // Вісник ДУ "ЛП". 1998. №350. 5. Melnyk A. DSP System Based on Programmable Processor with Scalable Parametrizable Fast Orthogonal Transforms Hardware Core //Proceedings of the XI Conference "Application of Microprocessors in Automatic Control and Measurement", V.1, Warsaw, 1998. P.87-98. 6. Keating M., Bricaud P. Reuse Methodology Manual for System-On-a-Chip Design, Kluwer Academic Publishers, 1999, pp. 224.

УДК 681. 325

Л.О. Березко, В.В.Троценко
Національний університет "Львівська політехніка",
кафедра "Електронні обчислювальні машини"

ОСОБЛИВОСТІ МЕТОДІВ ВИКОНАННЯ ОПЕРАЦІЙ НАД НЕЧІТКИМИ ДАНИМИ

Пропонується аналіз особливостей методів виконання операцій над нечіткими даними, що дозволяє обгрунтувати вибір необхідного методу при побудові комп'ютерних діагностичних систем.

Here is proposed an analysis of the peculiarities of the methods of performing operations with the fuzzy data, that enables sudstantiating the choise of the necessary method during the constructing of the computer diagnostic systems.

1. Вступ

У комп'ютерних системах медичної та технічної діагностики виникає необхідність виконання обчислень з нечіткими даними [3]. Залежно від джерел та способів їх отримання, нечіткі дані являють собою інтервали, розподіли можливостей або ймовірнісні гістограми, а функції належності, які визначають вагу, з якою елементи нечітких даних входять до нечітких чисел, будуються за експертними оцінками або за результатами досліджень [1, 2, 3].

Припустимо, що отримано деякі значення X_i, та їх функції належності μ_i (X) до деякого нечіткого числа X (μ_i (X)$\in$[0,1], i=1,…n). За цими значеннями треба отримати нечітке число Y= f (X), де перетворення f відоме. Виконання такого перетворення вимагає реалізації відповідних бінарних арифметичних операцій (+, –, ×, /), унарних та теоретико – множинних операцій (перетин, об'єднання та ін.), а також операцій порівняння [4,7].

Операції над нечіткими даними дають можливість оцінювати їх межі. Такі операції складніші, ніж традиційні і вимагають більших витрат обчислювальних ресурсів. Оскільки бажаним режимом роботи діагностичних комп'ютерних систем є режим реального часу, операції над нечіткими даними повинні забезпечувати ефективне функціонування такого режиму [9]. Отже, аналіз особливостей методів виконання операцій над нечіткими даними і їх вибір для реалізації в конкретних умовах є актуальною задачею.

2. Способи наведення нечітких даних

Способи наведення нечітких даних в пам'яті комп'ютера визначають особливості методів виконання операцій над ними. В комп'ютерних діагностичних системах переважно використовують такі способи наведення.

Функціональне (параметричне) наведення. У [2] запропоновано параметричне наведення нечітких даних та методи швидкого наближеного виконання над ними арифметичних операцій. Ідея полягає в тому, що ліві гілки функції належності нечітких операндів апроксимуються однією монотонно зростаючою функцією L, а праві – монотонно спадаючою функцією R . Такі апроксимації називаються L-R нечіткими числами.

Кожне нечітке число (нечіткий інтервал) M – це четвірка параметрів M= (m_l,m^h, α, β), де: [m_l, m^h] – ядро нечіткого числа M; m_l та m^h – відповідно нижнє та верхнє модальні значення M; α та β (α,β ≥ 0) – лівий та правий коефіцієнти нечіткості; [m_l –α, m^h +β]-носій числа M.

Попарне наведення [5]. При такому наведенні нечіткі числа зберігаються у вигляді множини

$$\mu(X) = \{\mu_1 / X_1;\ \mu_2 / X_2;\ \ldots..\mu_n / X_n\},$$

де μ_n / X_n – елемент нечіткого числа; X_n – значення елемента нечіткого числа μ_n – відповідне значення функції належності.

Попарне наведення може бути двох видів: еквідистантне, коли значення функції належності задані з постійним кроком; нееквідистантне, коли відстань між позначками значень функцій належності є різною.

Наведення у вигляді набору α – зрізів [6, 10]. При такому підході функція належності нечіткого числа апроксимується системою зрізів (α – зрізів). У пам'яті комп'ютера нечітке число наводиться як набір інтервалів, кожний із своїм значенням належності

$$[X_{i1}, X_{i2}] / \mu_i (X),$$

де X_{i1}, X_{i2} – відповідно нижня і верхня межа інтервалу α – зрізу ; μ_i (X) – значення функції належності цього зрізу.

Носій зберігається як відкритий інтервал нульового рівня. У випадку невипуклих функцій належності α – зріз наводиться декількома відрізками.

3. Методи виконання операцій з нечіткими даними

Основні поняття нечіткої арифметики та властивості її операцій розглядаються в [1]. Запропонований там же „принцип узагальнення“ дає можливість поширити концепції чіткої математики на нечіткий випадок.

Для унарної нечіткої арифметичної операції „принцип узагальнення“ можна подати у вигляді

$$f(A) = f(\mu_1/X_1 + \mu_2/X_2 + \ldots + \mu_n/X_n) = \mu_1/f(X_1) + \mu_2/f(X_2) + \ldots + \mu_n/f(X_n),$$

де μ_n / X_n – елемент нечіткого числа; „ + “ – знак об’єднання.

„Принцип узагальнення“ для бінарної нечіткої арифметичної операції „$*$“ визначається так:

$$\mu(X) = \sup_{y,z:\ y*z=x} f_\alpha(\mu_r(Y), \mu_s(Z)), \qquad (1)$$

де $\mu_r(Y)$, $\mu_s(Z)$ – функції належності операндів Yта Z відповідно ; f_α – довільна α –операція (або T- норма [7]); $\mu(X)$ – функція належності результату.

У загальному випадку виконання операцій з нечіткими операндами за виразом (1) має високу обчислювальну складність. Тому дуже важливо обрати відповідну форму наведення нечітких операндів та метод виконання операцій з ними.

<u>Функціональне (параметричне) наведення</u> нечітких чисел використовується для простих функцій належності. Арифметичні операції будуть мати невисоку обчислювальну складність. Але виникають проблеми, якщо функції належності операндів мають різну або складну форму. L-R апроксимація корисна тим, що функції L та R в проміжних обчисленнях участі не беруть. Їх використовують тільки при отриманні остаточного результату.

Якщо маємо два нечіткі числа $M = (m_l, m^h, \alpha, \beta)_{LR}$ та $N = (n_l, n^h, \gamma, \delta)_{LR}$, то

$$M + N = (m_l + n_l,\ m^h + n^h,\ \alpha + \gamma,\ \beta + \delta)_{LR},$$

$$M - N = (m_l - n^h,\ m^h - n_l,\ \alpha + \delta,\ \beta + \gamma)_{LR},$$

тобто результатами є також L-R нечітке число. Треба зазначити, що результат множення і ділення L-R нечітких чисел буде L-R нечітким числом (нечітким інтервалом) тільки приблизно. Так, для множення (при $M > 0$, $N > 0$, $X \le m_l \times n_l$):

$$\mu_{M\times N}(X) = L\left((n_l\alpha + m_l\gamma - \mathrm{sqrt}\left((m_l\gamma - n_l\alpha)^2 + 4\alpha\gamma x\right)) / 2\alpha\gamma\right),$$

а для ділення (при $M > 0$, $N > 0$, $X \le m_l / n^h$): $\mu_{M/N}(X) = L((m_l - xn^h) / (\alpha + x\delta))$.

<u>Попарне наведення</u> нечітких чисел знімає обмеження на складність форми функцій належності операндів. У цьому випадку бінарні операції виконуються за виразом (1). Якщо як α-операції f_α обрати алгебраїчний добуток $a\times b$, то вираз (1) набуде вигляду

$$\mu(X) = \sup_{y,z:\ y*z=x} (\mu_r(Y)\times\mu_s(Z)).$$

Для операції додавання $* = +$ отримаємо :

$$\mu(X) = \sup_{y} (\mu_r(Y)\times\mu_s(Z)).$$

Цей вираз має високу обчислювальну складність. Методи прискорення арифметичних операцій при попарному наведенні, зокрема з використанням швидкого перетворення Фур’є (ШПФ), розглянуті у [8, 11].

<u>Наведення</u> нечітких чисел <u>у вигляді набору α – зрізів</u> дозволяє суттєво спростити обчислення, застосовуючи метод, який є розвитком „принципу узагальнення“ [2, 6, 9]. Довільне нечітке число з неперервною функцією належності можна розкласти на випуклі нечіткі підмножини (інтервали) з функціями належності, що є або строго зростаючими, або строго спадаючими, або постійними. Таке нечітке число можна дискретизувати на обмеженій кількості рівнів α_i, $1 \le i \le k$ ($\alpha_1=0$, $\alpha_k = 1$). З кожним i-м рівнем пов’язана множина

$$X_i = \{ Xi_1, Xi_2, \ldots, Xij \},\quad \mu_i(Xij) = \alpha_i,\ 1 \le j \le m.$$

Отже, нечітке число M можна навести у вигляді :

$$M = \{\alpha_1/X_{11};\ \alpha_2/X_{21};\ \ldots.\ \alpha_k/X_{km};\ldots.\ \alpha_2/X_{22};\ \alpha_1/X_{12};\}.$$

Виконання операції з нечіткими числами зводиться до виконання операції над інтервалами однакової монотонності окремо. Дії виконуються над абсцисами точок, які розміщені на одному рівні та ділянках однакової монотонності відповідних функцій належності . Остаточним результатом є об’єднання отриманих частин.

Так, результатом операції з нечіткими числами R та S де :

$$R = \{\ \alpha_1/X_{11};\ \alpha_2/X_{21};\ \alpha_1/X_{12};\ \},\quad S = \{\ \alpha_1/Y_{11};\ \alpha_2/Y_{21};\ \alpha_1/Y_{12};\ \},$$

буде $T = R + S = \{\ \alpha_1/(X_{11} * Y_{11})\ ;\ \alpha_2/(X_{21} * Y_{21});\ \alpha_1/(X_{12} * Y_{12})\ \}$, де: $* = \{\ +, \times\}$.

Для $* = \{–, /\}$ буде : $R – S = R + (S)$; $R / S = R\times(S^{-1})$; а функції належності для (-S) та (S^{-1}) відповідно : $\mu_{-S}(Y) = \mu_S(-Y)$; $\mu_S^{-1}(Z) = \mu_S(1-Y)$. Тобто виконання операцій з нечіткими числами можна реалізувати за допомогою інтервальної арифметики [6,9] на відповідних α – зрізах.

Реалізація довільного алгоритму обробки нечітких даних неможлива без їх порівняння. Запропоновано декілька процедур ранжування нечітких чисел [2, 5, 6, 12]. Усі вони базуються на обчисленні чіткої функції H (A, B) від двох нечітких аргументів A та B . Ця функція називається індексом ранжування. Його значення для деякої пари нечітких чисел дає змогу вирішити питання, яке з цих двох чисел більше. При визначенні індексів ранжування використовуються розглянуті способи наведення нечітких чисел та операції над ними. Аналіз різних індексів ранжування наводиться в [5].

4. Висновки

Результати порівняння різних методів виконання операцій над нечіткими даними наведено в таблиці.

Відносний час виконання операцій

Спосіб наведення даних	Відносний час виконання операцій
Чітка арифметика	F
Параметричне наведення	4F
Набір α – зрізів	MF, де $M\in[40, 200]$
Попарне наведення	$4F^2$
Попарне наведення Використання ШПФ	4F log(4F)

Якщо час обчислення є критичним параметром, краще обрати параметричне наведення, оскільки в цьому випадку розрахунки суттєво спрощуються. Виконання операцій за виразом (1) вимагає найбільшої кількості часу. Використання ШПФ прискорює обчислення, але ефект отримуємо, починаючи з певного порогового значення кількості елементів операндів.

Окремим питанням є вибір α –операції. Якщо треба максимально зменшити час обробки, необхідно обрати логічну α –операцію ($a\wedge b = \min(a,b)$). Як правило, операція пошуку мінімуму підтримується на апаратному рівні. Але ціною такого прискорення буде менш чіткий результат, ніж при використанні інших α –операцій. При застосуванні непрямих методів обчислень ситуація може змінитись. Якщо бінарна нечітка операція виконується за допомогою ШПФ, то краще обрати алгебраїчну α –операцію (добуток $a \times b$).

При виконанні ймовірнісних вимірювань [2, 13] ймовірнісний розподіл є унімодальним нечітким числом. У цьому випадку найкращим варіантом є використання α – зрізів. Навіть якщо операнди є полімодальними величинами, їх можна представити як сукупність унімодальних, виконати обчислення на відповідних α – зрізах, а потім об'єднати результати.

1. Заде Л. Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближённых решений. – М., 1976. – 168 с. 2. Дюбуа Д., Прад А. Теория возможностей. Приложения к представлению знаний в информатике.– М., 1990. – 288 с. 3*. Березко Л.О., ІрисовО.Є. Можливісне представлення та обробка інформації в комп'ютерних діагностичних комплексах // Вісник ДУ "Львівська політехніка". – 1998 . № 350. – С.4-7. 4. Алексеев А.В. Применение нечёткой математики в задачах принятия решений . Методы и системы принятия решений : Прикладные задачи анализа решений в организационно – технических системах. – Рига, 1983. – С.38-42 5. Обработка нечёткой информации в системах принятия решений / А.М.Борисов, А.В. Алексеев, Г.В. Меркурьева и др. – М., 1989. – 304 с. 6. Борисов А.Н., Крумберг О.А., Фёдоров И.П. Принятие решений на основе нечётких моделей. Примеры использования. – Рига, 1990. – 184 с. 7. H.T. Nguyen, M. Koshelev, V. Kreinovich, O. Kosheleva. "Computational Complexiti and Feasibility of Fuzzy Data Processing: Why Fuzzy Numbers, Which Fuzzy Numbers, Which Operations with Fuzzy Numbers", Technical Report UTEP-CS-97-28, November1997. 8. Березко Л.О., ТроценкоВ.В. Прискорення операцій над нечіткими величинами, поданими парами. Вісник НУ"Львівська політехніка", 2001. № 437. – С.3-5. 9. Березко Л.О., Ірисов О.Є. Засоби підвищення ефективності обробки нечітких даних // Вісник НУ"Львівська політехніка". – №385. – 2000. – С.13-16. 10. Scott Ferson, Alin Cooper, Dwayne Moore, Robert Lee. Beyond Point Estimates. Risk Assessment Using Interval, Fuzzy and Probabilistic Arithmetic. Society for Risc Analysis, Washington, DC, December 1997. 11. Kosheleva O., Cabrera S.D., Gibson G.A., Koshelev M. Fast Implementation of Fuzzy Arithmetic Operations using Fast Fouriev Transform (FFT), Fuzzy Sets and Systems, 1997, Vol.91, No.2. P.269-277. 12. Алексеев А.В. Имитационное моделирование процессов принятия решения в нечёткой среде / Методы и системы принятия решений: Информационное и алгоритмическое обеспечение моделей принятия решений. – Рига, 1984. – С.34-53. 13. Joslyn C., Klir G. Minimal Information Loss Possibilistic Approximation on Random Sets, in: Proc. 1992 FUZZ-IEEE Conference, ed. Jim Bezdek, pp. 1081-1088, IEEE, San Diego.*