УДК 519.866

А.В. Катренко, Т.І. Антоняк
Національний університет "Львівська політехніка",
кафедра інформаційних систем та мереж

РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ ОПТИМАЛЬНОГО РОЗМІЩЕННЯ ОБ'ЄКТІВ МЕТОДОМ ІМІТАЦІЙНОГО МОДЕЛЮВАННЯ

Розглянуто питання побудови математичної та імітаційної моделей оптимального розміщення об'єктів, формалізації задач розміщення і побудови алгоритму розв'язання задач оптимального розміщення об'єктів методом імітаційного моделювання.

Ключові слова: імітаційне моделювання, імітаційна модель, цільова функція, критерії, обмеження, задача розміщення.

This paper deals with questions of construction of mathematical and simulation models of optimal placement of objects, formalization of tasks and building placement algorithm solving problems of optimum allocation of objects by simulation.

Key words: simulation, simulation model, objective function, criterion, limitations, task of placing.

Вступ

Задачі територіального розміщення різноманітних об'єктів є поширеними та актуальними в наш час і мають масовий характер. Наприклад, підприємства торгівлі, громадського харчування, побутового обслуговування, поштові відділення тощо повинні розташовуватися так, щоб населення могло отримувати відповідні послуги з певним ступенем доступності, і, з цього погляду, що більше їх, то краще. З іншого боку, чим менше таких підприємств в регіоні обслуговування, тим вони більші і, отже, собівартість їх утримання нижча, тобто існує певна суперечність між доступністю та рентабельністю. Подібні завдання розв'язують місцеві, селищні, сільські органи державного управління. Аналогічні задачі виникають також у керівників комерційних фірм: проблеми розміщення мережі бензозаправок, торгових відділень великих торгових фірм, філій банків, будівельних, транспортних компаній тощо. Ці приклади доповнює ряд завдань, пов'язаних з розміщенням виробничих потужностей нафтогазовидобувних підприємств, металургійних комплексів, транспортних вузлів, і всі вони потребують розв'язання задач розміщення з подібними критеріями якості.

Вперше проблему розміщення формалізовано у роботах Альфреда Вебера, який у формальному вигляді подав задачу про розміщення однієї комори відносно множини споживачів, що розташовані на площині.

Оскільки задачі розміщення об'єктів повинні враховувати різноманітні часто незбіжні аспекти мети, то вони набувають вигляду багатокритерійних, які є складними для розв'язання за допомогою класичних методів оптимізації. Це, своєю чергою, приводить до того, що розв'язання можливе із застосуванням методів моделювання та в діалоговому режимі з децидентом.

Моделювання як одну з найважливіших категорій процесу пізнавання неможливо відокремити від розвитку людства. Часто можна аналізувати за допомогою моделі будь-які ситуації, включаючи ті, за яких реальна система вийшла б із ладу. Це дає змогу моделювати катастрофи, рідкісні випадки та навіть такі явища та процеси, яких не існує насправді, тобто віртуальну реальність.

Методи комп'ютерного моделювання широко застосовують в усіх сферах діяльності людини – від конструювання моделей технічних, технологічних та організаційних систем до вирішення проблем розвитку людства та Всесвіту. Класичними об'єктами моделювання є інформаційні, виробничі, транспортні та інші системи, які переважно застосовують для розв'язання задач проектування, реконструкції та синтезу стратегії розвитку, а також використання моделей у контурі керування, тобто в реальному масштабі часу. Комп'ютерне моделювання широко використовується для прийняття рішень. У розвинених країнах перед інвестуванням коштів у будь-який проект можливості його реалізації перевіряють на імітаційних моделях. Практично всі транснаціональні компанії мають моделі розвитку виробництва, і навіть більше, вони вкладають значні кошти у дослідження цих моделей [1].

Моделювання як технологія розв'язання задач усередині специфічного середовища широко застосовується під час аналізу і проектування інформаційних систем для перевірки вимог до їх ефективності, до використання ресурсів і оцінювання пропускної спроможності. Однак розроблення і застосування імітаційних моделей інформаційних систем – це непрості завдання. Етап формулювання абстрактної моделі та етап конструювання моделі часто передбачають тривалі й дорогі процедури. Абстрактну модель інформаційної системи звичайно створює фахівець із моделювання, який може отримувати знання у потрібній галузі від проектувальників та аналітиків. Сучасні програмні засоби моделювання використовують графічний інтерфейс і дво- або тривимірну анімацію, що значно полегшує неспеціалістові сприйняття результатів моделювання.

Управління в сучасному світі стає все важчим, оскільки організаційні структури постійно ускладнюються. Ця складність пояснюється характером взаємин між різними елементами економічних систем і фізичними системами, з якими вони взаємодіють. Зміна однієї з характеристик системи призводить до змін в інших частинах системи, що спонукало до розвитку методології системного аналізу. Одним з найважливіших і корисних знарядь аналізу структури складних процесів і систем стало імітаційне моделювання. Саме тому застосування моделювання для розв'язання задач розміщення є перспективним та актуальним.

Цілі статті

Цілями роботи є класифікація задач та критичний аналіз методів розв'язання задач розташування об'єктів, застосування методу імітаційного моделювання для отримання оптимальних та субоптимальних розв'язків задач такого типу.

Класифікація задач розміщення об'єктів

Незважаючи на те, що задачі розміщення об'єктів дуже поширені, більш-менш струнка класифікація їх не розроблена. Окремі автори, наводячи, без сумніву, корисні класифікації, все ж не виділяють класифікаційних ознак, а подекуди і змішують в одній класифікації такі різнорідні поняття, як методи, моделі та системи. Найпершим завданням у цьому випадку є формулювання множини класифікаційних ознак, а надалі й безпосередня класифікація. Для задач розміщення такими ознаками, на нашу думку, є: простір розміщення об'єктів, кількість об'єктів розміщення, вид об'єктів розміщення. Звичайно, існують й інші ознаки, але наведені є одними з найважливіших.

Відповідна класифікаційна схема зображена на рис. 1.

Задачі розміщення точкових об'єктів зазвичай торкаються розміщення одного об'єкта. У цьому випадку прийнятними є методи Лаундхарта та метод потенціалів. Розміщення лінійного об'єкта стосується таких практичних задач, як, наприклад, розміщення газопроводу чи лінії передачі електроенергії, і потребує дещо іншого підходу, що пов'язаний з вивченням рельєфу поверхні та інших особливостей місцевості. Натомість розміщення площинних об'єктів (як, наприклад, мережа станцій обслуговування, що «покривають» певну територію), приводить до задач про оптимальне покриття. Розв'язання задачі просторового аналізу дає змогу за відомими економічними та соціальними характеристиками території визначити умови розміщення, які в деяких задачах вважають відомими апріорі. Крім того, просторове моделювання дає можливість подати візуальні моделі в картографічній чи певній іншій формі. Ці задачі, по суті, належать до геоінформаційного аналізу задач розміщення та в багатьох випадках суттєво спрощують формалізацію реальних практичних задач розміщення.

Задачі розміщення на графах є одними з найдосліджeніших, якщо відома кількість об'єктів, і зводяться до пошуку центра (центрів) графа або в його вершинах (що є простішою задачею), або ж на його ребрах. Розміщення з невідомою кількістю об'єктів веде до сумісного використання методів знаходження центрів графа з методами кластеризації, чого нерідко все-таки недостатньо.

Задачі розміщення на площині в багатьох випадках дискретизуються і зводяться до стандартних дискретних задач математичного програмування, розмірність яких часто унеможливлює застосування традиційних відомих методів навіть у випадку наявності одного критерію оптимальності. Введення ж «заборонених» для розміщення областей ще більш ускладнює первинну задачу.

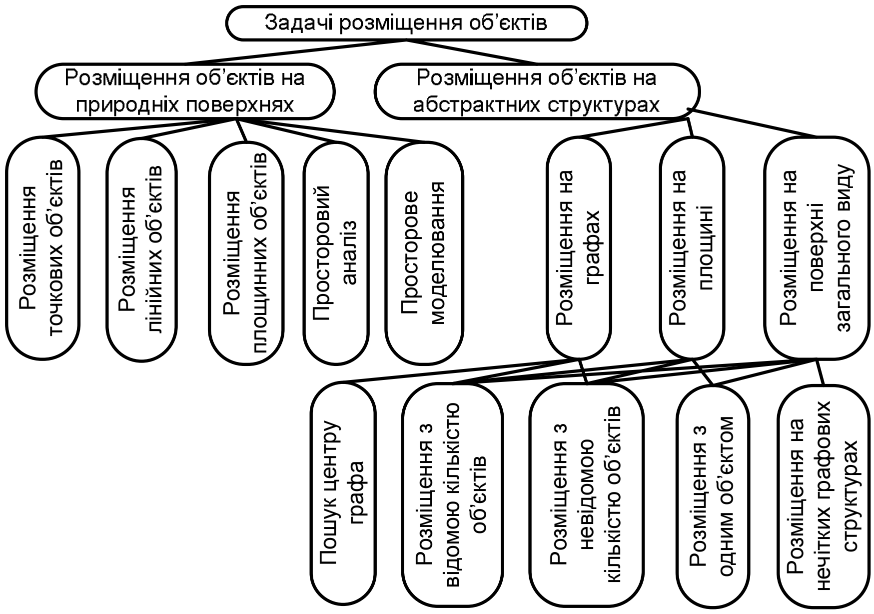

Рис. 1. Класифікація задач розміщення об'єктів

Задачі розміщення на поверхні загального виду є ще складнішими, і зазвичай їх прагнуть звести до задач розміщення на площині.

Критерії оптимальності в задачах розміщення об'єктів

У задачах розміщення об'єктів використовуються як формальні, так і неформальні критерії якості. *Критерій сумарних витрат* ґрунтується на розрахунку для кожного з альтернативних варіантів сумарних витрат, необхідних для розміщення нового об'єкта, та вибору того місця, в якому значення його є мінімальним.

Рейтингові критерії (максимізація сумарного рейтингу), хоча й використовуються в багатьох випадках, однак не мають ніякого теоретичного підґрунтя, тому що рейтингові шкали є шкалами порядку, які не передбачають арифметичних операцій, – а тому всі маніпуляції такого виду є недопустимими. Тим більш невиправданими є спроби «зважити» рейтингові оцінки.

Критерій транспортних витрат є поширеним у задачах розміщення об'єктів, оскільки є кількісним і може бути безпосередньо оціненим. Зрозуміло, що транспортні витрати повинні бути мінімальними.

Критерій доступності послуг для користувачів об'єктів є почасти кількісним, а почасти якісним. З одного боку, він може оцінюватися кількістю споживачів, а з іншого боку, охоплює якість обслуговування, яку можна оцінити, опитавши експертів.

Одним з критеріїв, який використовується чи не найчастіше, є *критерій «центра ваги»* в різноманітних інтерпретаціях. Початок цей критерій бере з фізичної інтерпретації, а на практиці застосовується для оптимізації розміщення проміжних складів зберігання чи розподільних центрів. У цьому випадку місце розташування об'єкта визначається як координати центра ваги потоків товарів, які мінімізують транспортні витрати

$$X = \frac{\sum_{i=1}^{n} V_i x_i}{\sum_{i=1}^{n} V_i}, \quad Y = \frac{\sum_{i=1}^{n} V_i y_i}{\sum_{i=1}^{n} V_i} \tag{1}$$

де X, Y – координати центра ваги; V_i – об'єм постачання продукції з/в розташування i-го місця, x_i, y_i – координати i-го постачальника (клієнта). Використання цього критерію обмежене тим, що віддалі розраховують за прямими, що можливо лише за умови розвиненої мережі шляхів.

Існують й інші інтерпретації цього критерію, які за допомогою введення додаткових вагових коефіцієнтів покликані «вдосконалити» первісний метод. Однак у таких випадках йдеться про об'єктивне визначення вагових коефіцієнтів, відповідна процедура визначення яких просто відсутня.

Іншим критерієм є *критерій суми віддалей від постачальників/клієнтів з урахуванням попиту* P_i, до координат комори (складу), який повинен бути мінімальним:

$$R(x, y) = \sum_{i=1}^{n} P_i \sqrt{(X - x_i)^2 + (Y - y_i)^2} \to \min, \tag{2}$$

де X, Y – координати комори, x_i, y_i – координати i-го постачальника.

Ще одним з критеріїв є *кількість об'єктів, які треба розміститии*. З метою зменшення видатків на обслуговування вона повинна бути мінімальною.

Тож критерії якості в задачах розміщення об'єктів є незбіжними, тому необхідно вибрати остаточне рішення з-поміж паретооптимальних, причому отримання такої множини є в більшості задач розміщення далеко не тривіальною задачею. Саме тому чи не єдиним способом розв'язання таких задач є діалогова процедура пошуку, яка б забезпечувала на кожному кроці вибір з множини паретооптимальних альтернатив.

Формалізація задач розміщення об'єктів

Задачі про розміщення центра (центрів) графа

Практичні приклади таких задач:

- ♦ у невеликому містечку необхідно вибрати місце для розташування пожежної частини, щоб час доїзду до найвіддаленішої точки був мінімальним;
- ♦ у місті необхідно створити мережу пунктів обслуговування (станцій технічного обслуговування автомобілів, ресторанів тощо) так, щоб час доїзду до них не перевищував певного заданого значення;
- ♦ необхідно розташувати у місті задану кількість n станцій швидкої медичної допомоги, щоб максимальний час доїзду до будь-якого хворого був найменшим.

Всі ці задачі мають спільні риси:

- ♦ область можливих розміщень є графом $G = (V, E)$ (неорієнтованим або орієнтованим), що визначається множиною вершин V та множиною дуг E;
- ♦ йдеться про знаходження деякої точки (або точок) графа, що задовольняють певний критерій;
- ♦ кількість цих точок є заданою або ж невідомою;
- ♦ до таких точок можуть належати лише вершини графа або ж і точки на ребрах.

Задача про розміщення центра на вершинах графа

Кожній дузі $(i, j) \in E$ відповідає певне невід'ємне число d_{ij}, а віддаль від вершини $x_i \in V$ до вершини $x_j \in V$, $d(x_i, x_j) = d_{ij}$ визначається мінімальною сумою довжин дуг між цими вершинами. Узагальненням є введення пріоритетів (або ваг) $v_i > 0,\ i \in V$ вершин графа, що дає змогу означити поняття зваженої віддалі $l_{ij} = v_j \times d_{ij}$. Зважена віддаль l_{ij} є несиметричною навіть для неорієнтованих графів. Вважається, що точка y_2 є досяжною з точки y_1 графа не більш ніж за l, якщо справджується умова $l(y_1, y_2) \le l$.

Для означення поняття «центр графа» використовуються поняття "ексцентриситет" $e(x_i) = \max\limits_{x_j \in V} d(x_i, x_j)$ вершини $x_i \in V$ та радіус графа $r(G) = \min\limits_{x_i \in V} \max\limits_{x_j \in V} d(x_i, x_j)$. Якщо $e(x_i) = r(G)$, то x_i є центральною вершиною графа, а множина центральних вершин утворює центр графа. Вершина, значення ексцентриситету для якої є максимальним, називається периферійною. Якщо граф є деревом, то до складу центра входять одна або ж дві суміжні вершини [2].

Для кожної з вершин графа розрахуємо значення зовнішнього $s_o(x_i) = \max_{x_j \in V}(l_{ij})$ та внутрішнього $s_t(x_i) = \max_{x_j \in V}(l_{ji})$ поділу. Окрім того, $R_l^o(x_i) = \{x_j \,|\, (l_{ij} \le l) \wedge (x_j \in V)\}$ – множина всіх вершин, віддаль від вершини x_i до яких не перевищує значення l, а $R_l^t(x_i) = \{x_j \,|\, (l_{ji} \le l) \wedge (x_j \in V)\}$ – віддаль від яких до вершини x_i не перевищує значення l, і, зрозуміло, існують такі значення l, для яких ці множини не є порожніми.

Якщо l_o – найменше значення l, таке, що для деякої вершини $R_l^o(x_i) = V$, то $s_o(x_i) = l_o$, і аналогічно, якщо l_t – найменше значення l, таке, що для деякої вершини $R_l^t(x_i) = V$, то $s_t(x_i) = l_t$, що є наслідком визначень. Значення зовнішнього та внутрішнього поділу скінченні лише тоді, коли кожної вершини можна досягти з будь-якої іншої (граф сильнозв'язний), а саме ця умова виконується в задачах про розміщення завжди.

Найпростішими задачами розміщення є задачі пошуку зовнішніх та внутрішніх центрів графа на його вершинах. Для їх розв'язання використовують алгоритм з матрицею найкоротших шляхів між всіма вершинами графа, яку, своєю чергою, отримують, застосовуючи алгоритм Флойда та вектор ваг вершин графа.

Задача про розміщення центра на дугах графа

Якщо припустити, що центр обслуговування може міститься не лише у вершинах, але й на ребрах графа, то наведена вище формалізація модифікується. Значення зовнішнього поділу модифікується як $s_o(y) = \max_{x_i \in V}(v_i \times d(y, x_i))$, де $y \in G$ – довільна точка графа, аналогічно модифікується поняття внутрішнього поділу.

Вводяться такі поняття:

- ♦ абсолютний зовнішній центр – це точка $y^*_o \in G$, в якій значення зовнішнього поділу є мінімальним; абсолютний внутрішній центр – це точка $y^*_t \in G$, в якій значення внутрішнього поділу є мінімальним;
- ♦ абсолютні зовнішній r_o та внутрішній r_t радіуси – це значення зовнішнього та внутрішнього центрів.

Задачі пошуку абсолютних центрів графа є складнішими, ніж попередні, бо кількість потенційних абсолютних центрів є безмежною, тому неможливо розрахувати значення поділу для кожної такої точки. Абсолютні центри в орієнтованих графах не можуть міститися на орієнтованих дугах, тому задача формулюється як задача пошуку абсолютних центрів у неорієнтованому графі (з вилученими орієнтованими дугами). Крім того, в неорієнтованому графі абсолютний зовнішній та абсолютній внутрішній центри збігаються, тому говорять про пошук абсолютного центра.

Для пошуку абсолютного центра графа використовують доволі ефективні алгоритми – алгоритм методу Хакімі, який дає змогу знайти точне розташування абсолютного центра та значення його радіуса, й ітераційний алгоритм, який дає можливість це зробити із заданою точністю [3].

Задача про розміщення декількох центрів на вершинах графа

У цьому випадку потрібно розмістити $p,\ p > 1$ об'єктів і поняття центра графа узагальнюється. Для підмножини $X_p \subset G$ визначаємо найкоротшу віддаль між вершинами, що належать X_p, та вершиною x_i і навпаки, як $d(X_p, x_i) = \min_{x_j \in X_p} d(x_j, x_i)$, $d(x_i, X_p) = \min_{x_j \in X_p} d(x_i, x_j)$. У цьому випадку зовнішнім поділом множини вершин X_p буде $s_o(X_p) = \max_{x_i \in V}(v_j \times d(X_p, x_i))$, а внутрішнім – $s_t(X_p) = \max_{x_i \in V}(v_j \times d(x_i, X_p))$, і відповідно зовнішнім *p*-центром – множина вершин X^*_{po}, для якої $s_o(X^*_{po}) = \min_{X_p \subset V}(s_o(X_p))$, а внутрішнім – – множина вершин X^*_{pt}, для якої $s_t(X^*_{pt}) = \min_{X_p \subset V}(s_t(X_p))$.

Зрозуміло, що для розв'язання цієї задачі неможливо скористатися ідеєю відповідного алгоритму для знаходження одного центра на вершинах графа, оскільки він, за умови наявності побудованої матриці віддалей між всіма парами вершин графа (що не є складним, і, як уже згадувалося, може бути реалізованим за допомогою алгоритму Флойда), потребував би виконання $p\times(n-p)\times C_n^p$ операцій, ($n=card(V)$, $p=card(X_p)$), що вимагало б дуже багато часу – по суті це ідея переборного алгоритму. Тому на практиці для розв'язання цієї задачі використовують ітераційний алгоритм.

Задача про розміщення декількох центрів на дугах графа

У цій задачі $X_p \subset G$, тобто центри можуть міститися в будь-якій точці графа. Найкоротші віддалі між точками множини X_p та вершиною x_i і навпаки визначаються як $d(X_p, x_i)=\min\limits_{y_j\in X_p} d(y_j, x_i)$, $d(x_i, X_p)=\min\limits_{y_j\in X_p} d(x_i, y_j)$. Відповідно зовнішній та внутрішній поділ множини точок X_p становитимуть $s_o(X_p)=\max\limits_{x_i\in V} d(X_p, x_i)$ та $s_t(X_p)=\max\limits_{x_i\in V} d(x_i, X_p)$. В такому разі множина точок X^*_{po}, для якої $s_o(X^*_{po})=\min\limits_{X_p\subset G}(s_o(X_p))$ буде абсолютним зовнішнім *p*-центром, а X^*_{pt}, для якої $s_t(X^*_{pt})=\min\limits_{X_p\subset G}(s_t(X_p))$ – абсолютним внутрішнім *p*-центром відповідно.

Зрозуміло, що ця задача є найскладнішою з усіх задач розташування об'єктів на графі, оскільки метод Хакімі неможливо узагальнити для неї. Натомість використовують ітераційні алгоритми, які дають змогу знаходити субоптимальні розв'язки за прийнятний час.

Задачі розміщення об'єктів з додатковими умовами

У літературі розглядається велика кількість задач розміщення об'єктів на графі з додатковими умовами, як, наприклад, розміщення об'єкта на площині із забороненими зонами чи розміщення нових об'єктів у вершинах неорієнтованого графа, в яких вже розташовані фіксовані об'єкти [4]. У вершині можна розміщувати будь-яку кількість об'єктів, відомі найкоротші віддалі між всіма парами вершин графа, задані питомі вартості зв'язків між фіксованими об'єктами та об'єктами, що розміщуються, а також між розміщуваними об'єктами, та значення максимально допустимих віддалей між об'єктами. Необхідно знайти таке розміщення, для якого максимальна вартість зв'язків між об'єктами є мінімальною. Для розв'язання задачі використано модифікацію алгоритму методу гілок та границь, результати показують, що отримати розв'язок за прийнятний час можна для задач розмірністю 40×40 і менше.

Окрім того, якщо об'єкти розміщені на поверхнях (найпростіший випадок – площина), додатковими умовами можуть бути зони, у яких розміщення об'єктів заборонене.

Задачі розміщення об'єктів як задачі математичного програмування

Розглянемо задачу розміщення. Визначено n пунктів можливого розташування об'єктів. Ефект від розміщення і витрати на розміщення кожного об'єкта залежать лише від пункту розміщення і становлять відповідно для i-го $i\in I,\ I=\{1;2;...;n\}$ пункту a_i та b_i. Якщо об'єкт розташований в i-му пункті, то значення булевої змінної $x_i=1$, в іншому випадку $x_i=1$. Визначити, в яких пунктах слід розташувати об'єкти, щоб сумарна ефективність їх функціонування була максимальною і не перевищувала заданого розміру затрат B. Так отримуємо задачу про наплечник, для розв'язання якої існують ефективні алгоритми.

$$Q(x)=\sum_{i=1}^{n} a_i x_i \Rightarrow \max,\ \sum_{i=1}^{n} b_i x_i \le B,\ x_i\in\{0;1\}\ . \tag{3}$$

Однак задача у такій постановці не враховує багатьох суттєвих факторів та обмежень. Так, частонедоцільно розміщувати в певних регіонах кількість об'єктів, більшу за певне граничне значення для кожного з них. У цьому випадку необхідно множину індексів I розділити на ряд підмножин, що не перетинаються, $I=\bigcup\limits_{l=1}^{k} I_k$, $\forall(i,j\in I; i\ne j): I_j\cap I_k=\varnothing$, що відповідатиме поділу за регіонами. Це приведе до поповнення переліку обмежень такими: $\sum\limits_{i\in I_l} x_i \le p_l$, $l=\overline{1,k}$. Якщо ж в g-му пункті не можна розмістити більш ніж m_j об'єктів, то з'являються обмеження $\sum_{i \in I_g} x_i \le m_j$, якщо ж виникає вимога не розміщувати об'єкти в близьких пунктах, то накладається структура у вигляді графа. Коли об'єкти не є однотипними (як, наприклад, заклади харчування, бензозаправки тощо), то з'являється ще один індекс у змінної, і x_{ij} вже означатиме розміщення об'єкта i-го типу в j-му пункті. Окрім того, пов'язання між об'єктами різних типів ведуть до виникнення додаткових обмежень, і задача дуже швидко ускладнюється у міру наближення до описання реальної ситуації.

Імітаційне моделювання у задачах розміщення об'єктів

Отже, на підставі результатів аналізу моделей та методів розміщення об'єктів можна стверджувати, що навіть за умови наявності одного критерію оптимальності ті задачі, які з необхідним ступенем повноти описують реальну ситуацію, не можна розв'язати за прийнятний час. Ті самі задачі практично значущої розмірності, в яких використовується декілька критеріїв, взагалі не можна розв'язати за допомогою аналітичних методів. Тому чи не єдиною можливістю знайти розв'язок, близький до оптимального, є імітаційне моделювання.

Імітувати – означає уявити, осягнути суть явища, не вдаючись до експериментів на реальному об'єкті. По суті, кожна модель є формою імітації. Р. Шенон дає визначення, яке стало класичним: імітаційне моделювання – це процес конструювання моделі реальної системи і постановки експериментів на цій моделі з метою або зрозуміти поведінку системи, або оцінити (за певних обмежень), різні стратегії, що забезпечують функціонування цієї системи [5].

Отже, імітаційне моделювання – це метод, що дає змогу будувати моделі, які описують процеси так, як вони проходили б насправді. На імітаційній моделі можна реалізувати обчислювальні експерименти з урахуванням випадкового характеру процесів та накопичити необхідну статистику.

Метод комп'ютерної імітації є альтернативою математичному програмуванню та аналітичним методам досліджень. Через складність організації і відносно високу вартість реалізації імітаційних експериментів його застосування вимагає вагомих підстав, чи не найважливішою з яких є надзвичайна складність аналітичних методів стосовно практичних задач.

Комп'ютерна імітація набула великого поширення в усьому світі при дослідженні складних систем завдяки важливим перевагам для користувачів [6,7]:

- ♦ вдається відповісти на багато запитань, що постають на ранніх стадіях задуму і попереднього проектування систем, уникнувши застосування методу спроб і помилок, пов'язаного зі значними витратами;
- ♦ імітаційна модель є надзвичайно гнучким пізнавальним інструментом, здатним відтворювати довільні як реальні, так і гіпотетичні ситуації;
- ♦ можна прогнозувати поведінку системи в близькому та віддаленому майбутньому, екстраполюючи отримані на моделі результати;
- ♦ імітаційні моделі технічних і технологічних систем та пристроїв дають змогу в багато разів скоротити час їх випробування;
- ♦ за допомогою методу імітаційного моделювання можна штучним способом швидко й у великому обсязі дістати потрібну інформацію, що відображає хід реальних процесів, уникнувши дорогих, а часто й неможливих натурних випробувань цих процесів;
- ♦ імітаційне моделювання часто є єдиним реальним способом розв'язання задач практичної розмірності.

Проте зазначитимо, що метод комп'ютерної імітації, попри всі його переваги та універсальність, аж ніяк не завжди прийнятний, оскільки виконання розрахунків на імітаційних моделях потребує значних грошових витрат та витрат часу дослідників та програмістів. Окрім того, слід зважати на те, що завжди можна підібрати вхідні дані так, щоб отримати на виході імітаційної моделі результат, який більше подобатиметься досліднику, тобто існує певна небезпека маніпулювання вхідною інформацією. Знизити ступінь суб'єктивності можна, ретельно плануючи експерименти на імітаційній моделі з використанням теорії планування експериментів.

З іншого боку, слід зважати на те, що існує проблема адекватності моделі реальній системі. Звичайно, модель не є точною копією реальної системи та й не повинна бути такою – моделюються істотні риси поведінки системи, які цікаві дослідникові. Однак, якщо модель не має певного рівня адекватності, то отримані результати будуть недостовірними, можуть ввести в оману дослідника та призвести до помилкових висновків. Перевірка адекватності нерідко зводиться до того, що поведінка моделі порівнюється з тим, як поводила себе реальна система в минулому, тобто моделюється минуле, а в майбутньому можуть виникнути зовсім інші ситуації [8].

Математичне формулювання узагальненої моделі

Розглянемо змістову постановку задачі: нехай потрібно обслужити декілька житлових районів або населених пунктів (пов'язаних між собою мережею шляхів) одним об'єктом (однією лікарнею, торговим центром, банком тощо). З деяких причин (наприклад, наявність людських ресурсів або інші зручності) пункт обслуговування повинен розміщуватись в одному з цих районів, а не в довільній точці шляху. В цій задачі потрібно знайти оптимальне місце розташування вибраного об'єкта, так, щоб мінімізувати час обслуговування населених пунктів.

Розглянемо множину R, що складається з N підмножин R_i , $i=\overline{1,N}$, тобто $R_1, R_2, \ldots, R_N$,

$$R=\bigcup_{i=1}^{N} R_i \ . \tag{4}$$

Для R_i справедлива (залежно від конкретної задачі) одна з умов:

$$R_a \cap R_b = 0\ ; \tag{5}$$

$$R_a \cap R_b \neq 0. \tag{6}$$

Нехай всяка підмножина R має характерний вузловий елемент $i \in R_i$, що відображає на деякій множині $\{P_{ij}\}$ певні властивості R_i щодо наперед заданої множини групувальних елементів $\{j\}$, $j=\overline{1,M}$. Елементи P_{ij} фіксують міру зв'язку характерних вузлових елементів i з групувальним елементом j (рис. 2).

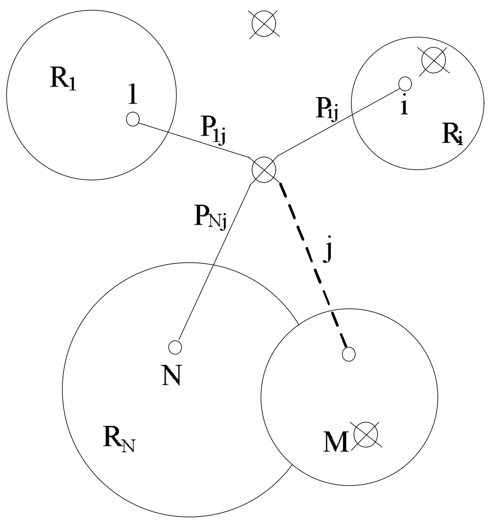

Рис. 2. Приклад зв'язку вузлових і групувальних елементів

Значення $\{P_{ij}\}$ можна задати матрицею розмірності (N×M) із загальним елементом $\{P_{ij}\}$ у вигляді

$$P_{ij}(R,j)=r_{ij}\prod_{x=1}^{y} l_{xi}\ , \qquad x=\overline{1,y} \tag{7}$$

де r_{ij} – значення основного співмножника, що характеризує зв'язок між R_i і j (час, відстань, кількість поїздок, вантажообіг, інформаційний потік, кількість звернень тощо); $\prod_{x=1}^{y} l_{xi}$ – додаткові співмножники l_{xi}, які фіксують *y* різних властивостей R_i. Усяке l_{xi} має також змістову інтерпретацію (кількість жителів або робітників, випуск продукції, кількість вимог на обслуговування, ваговий коефіцієнт або інші показники тощо); $P_{ij}(R, j)$ – сукупний показник, що відображає визначені властивості R_i відносно *j*.

З підмножин R_i потрібно скласти групи $\{G_{j_k}\}$, k = 1, 2, …, *f*, …, *r*, для яких виконуються такі критерії:

$$\begin{cases} F(R, j, d) = \sum_{k=1}^{r} \sum_{i^k = i_k}^{N_k} r_{i^k j} \prod_{x=1}^{y} l_{xj^k} \to \min; & (8) \\ G_{j_k}(R, j, d) = \max \bigcup_{i^k = i_k}^{N_k} R_{i^k}, r \to \min; & (9) \end{cases}$$

Критерій (8) є основним критерієм оптимізації. Він мінімізує сукупний показник, що відображає визначені властивості R_i, відносно *j*.

Критерій (9) забезпечує отримання максимально можливих розмірів кожної групи G_{j_k} або, що те саме, дає змогу розділити *R* на мінімальну кількість груп *r*, тобто $r \to \min$.

Задамо також для кожного R_i, множину еталонних умов $(\overline{r}_i, \{\overline{l}_{xi}\})$, що обмежують значення міри зв'язку вузлового елемента *i* з усяким групувальним елементом *j*. Обмеження $\overline{r}_i$ на основний співмножник і на додаткові співмножники $\{\overline{l}_{xi}\}$ задають у вигляді

$$\left. \begin{array}{l} \forall i,\ r_{ij}(R)\ Q\ \overline{r}_i(R), \\ \forall x \forall i,\ l_{xi}(R)\ Q\ \overline{l}_{xi}(R). \end{array} \right\} \quad (10)$$

де *Q* – це: =, ≠, >, <, ≥, ≤ або будь-які інші логічні вирази.

Можливий також випадок задання обмежень в цілому на функцію P_{ij}, тобто $P_{ij}\,Q\,\overline{P}_{ij}$.

У загальному випадку для функції P_{ij} можуть існувати також зовнішні параметри d_{ij} і обмеження $\overline{d}_{ij}$, задані на зовнішньому просторі d. Зовнішні параметри та обмеження вимагають виконання для всяких R_i, *j* правил, практично будь-яким можливим способом:

$$d_{ij} * \overline{d}_{ij}. \quad (11)$$

Зовнішні обмеження (11) відрізняються від обмежень (10) тим, що параметри d_{ij} не можуть входити в праву частину функції (7), тобто для них необов'язкове виконання дистрибутивного, комутативних або транзитивного законів. Параметри d_{ij} і їх обмеження можна задати також у імовірнісній формі [9].

Структура імітаційної моделі для задач розміщення об'єктів

Розглянемо алгоритм імітації розв'язання задачі розміщення об'єктів, для якої є дві взаємопов'язані цільові функції.

Нехай є регіон (рис. 3) з довільним розташуванням вузлових пунктів $\{i\}$, i = 1, 2, …, *N*, що характеризуються населенням L_1, L_2, ..., L_N, і деяке місце розташування підприємства $M_{j''}$, обслуговуючого регіону. Кожному вузловому пункту *i* відповідає деяка зона обслуговування R_i.

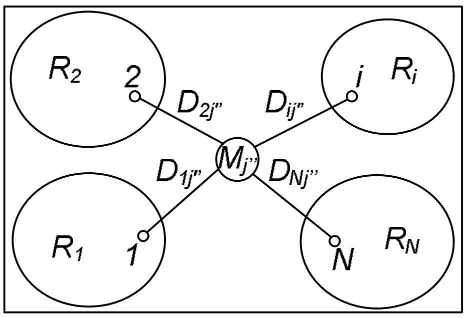

Рис. 3. Приклад розміщення регіону

Як уже згадувалося, багато з задач розміщення розв'язуються з подібними критеріями якості. З одного боку, це критерії, що відображають транспортні витрати, пов'язані з переміщенням певних продуктів між об'єктами, які повинні бути розміщеними (об'єкти потрібно розташувати так, щоб транспортні витрати були мінімальними), з іншого боку, об'єкти потрібно розташувати так, щоб вони були доступними до ринків збуту чи споживання (максимізація ступеня доступності). Отже, з одного боку, виникає тяжіння до максимальної централізації, що зменшує транспортні витрати, і, отже, собівартість, а з іншого – виникає необхідність забезпечити максимальну доступність, а ці два аспекти діють в протилежні боки.

Для промислових об'єктів важливою є також група критеріїв, які відображають екологічність (шкода для навколишнього середовища повинна бути мінімальною), хоча зазвичай їх не використовують безпосередньо у вигляді критеріїв – щодо них використовується прийом переведення в обмеження на граничнодопустимі значення. Формалізуємо цю неформальну описову модель.

Існує регіон з певним розміщенням населених пунктів. Окрім того, в кожному i-му населеному пункті проживає L_i споживачів певної послуги (одразу ж зазначимо, що це число є зазвичай меншим, ніж загальна чисельність населення регіону, і для його встановлення потрібні додаткові маркетингові дослідження), і певна точка, в якій міститься об'єкт $M_{j''}$, що обслуговує регіон. Кожному вузловому пункту i відповідає деяка зона обслуговування R_i.

Для кожного вузлового пункту визначається ступінь доступності об'єкта (найчастіше це час, який необхідно витратити в середньому за всіма показниками клієнту на контакт з підприємством). Позначимо цей час через t_{1j} , t_{1j}, ..., t_{Nj}. Оскільки кожен вузловий пункт має певну кількість населення, то цей показник характеризує загальні витрати часу населення вузлового пункту на один контакт з підприємством:

$$D_{ij} = L_i t_{ij} d_i, \tag{12}$$

де d_i – певний ваговий коефіцієнт (знову ж таки, слід дуже уважно ставитися до процедури визначення ваг).

Для всіх вузлових пунктів регіону загалом і деякої точки розміщення підприємства $M_{j''}$ визначається регіональна функція доступності:

$$D_{j''} = \sum_{i=1}^{N} L_i t_{ij''} d_i, \tag{13}$$

яка характеризує загальні витрати часу регіону на один контакт з об'єктом. При розгляді r можливих точок розміщення підприємств j = 1, 2 ,..., r виникає r значень функції $D_{j''}$. Фактичну кількість розміщених підприємств позначимо через l, k = 1, 2, ..., l. «Справедливий» вибір точки розміщення підприємства (точки $M_{j''}$) з погляду функції доступності відповідає мінімальному значенню $\hat{D}_{j''}$, а саме:

$$\hat{D}_{j'} = \min_{j''=j'} \left\{ \hat{D}_{j''} \right\} = \min_{j''=j'} \sum_{i=1}^{N} L_i t_{ij'} d_i. \tag{14}$$

За такого підходу в регіоні слід знайти точку розміщення підприємства M_j, в якій витрати часу населення регіону на контакт з підприємством будуть мінімальними $\hat{D}_{j'}$. Одночасно виконується і другий критерій – максимізація величини підприємства, оскільки в регіоні розміщене одне-єдине підприємство (максимальна концентрація обслуговування). Потужність підприємства $\overline{P}_{j'}$ повинна відповідати

$$\overline{P}_{j'} = p \sum_{i=1}^{N} L_i, \tag{15}$$

де p – норматив споживання заданого виду обслуговування на душу населення.

Критерій максимізації потужності підприємства є:

$$P_{j'} = \max \bigcup_{i=1}^{N} R_i. \tag{16}$$

У цьому випадку регіон обслуговує одне підприємство. У першому наближенні у цьому випадку забезпечується максимальна концентрація робіт з обслуговування.

Однак через велику протяжність регіонів розміщення рідко можна забезпечити все за допомогою одного об'єкта. Тому наступним кроком у процедурі розміщення є перевірка відповідності всіх складових $D_{ij'}$ функції $\hat{D}_{j'}$ нормативним значенням. Значення $D_{ij'}$ може задовольняти або не задовольняти вузловий пункт *i* за часом доступу, тобто час доступу $t_{ij'}$ може бути меншим або більшим від заданого нормативного часу $\overline{t}_i (t_{ij'} \le \overline{t}_i, t_{ij'} > \overline{t}_i)$. У разі, якщо $t_{ij'} \le \overline{t}_i$, нормативний час дотримується, а якщо ж $t_{ij'} > \overline{t}_i$, то норматив доступності не виконується. Якщо $t_{ij'} \le \overline{t}_i$, то вважаємо для вузлового пункту *i* точку розміщення підприємства $M_{ij'}$ допустимою. В іншому випадку, коли $t_{ij'} > \overline{t}_i$, вузловий пункт з індексом *i* вилучається з розгляду і називається відокремленим.

Після такої перевірки і відділення всіх відокремлених вузлових пунктів можна сказати, що точка $M_{j'}$ допустима для всіх інших вузлових пунктів. Однак це не означає, що вона – найкраща, тому що після відкидання відокремлених вузлових пунктів мінімальне значення $\hat{D}_j$ може відповідати іншій точці розміщення підприємства. Для перевірки цього знову здійснюють процедуру пошуку точки розміщення $M_{j'}$ з мінімальним $\hat{D}_j$ для решти невідокремлених вузлових пунктів. Знову отримана точка є оптимальною з погляду відокремлених вузлів. При цьому мінімізується критерій виду

$$\hat{D}_{j_1^0} = \min_{j=j_1^0} \sum_{i^1=i_1}^{N_1} L_{i^1 j_1^0} t_{i^1 j_1^0} d_{i^1}, \qquad (17)$$

де індекс i^1 – перший елемент з $\{i\}$, що потрапив в групу з індексом j_1^0; i_1 – номер загального елемента в цій групі; N_1 – останній елемент у групі з індексом j_1^0.

Потужність підприємства у зв'язку з вилученням відокремлених вузлових пунктів має пропорційно зменшуватися, оскільки цей об'єкт їх не обслуговує:

$$\overline{P}_{j_1^0} = p\left(\sum_{i^1=i_1}^{N_1} L_{i^1}\right) = p\left(\sum_{i=1}^{N} L_i - L_v\right), \qquad (18)$$

де L_v – сумарне населення відокремлених вузлових пунктів.

Отже, на цьому етапі розміщення перевіряють виконання нормативу доступності для кожного вузла, визначають нову оптимальну точку розміщення підприємства (якщо це необхідно) і перераховують максимально можливу потужність підприємства.

Для тих груп відокремлених вузлових пунктів, що залишилися, знаходять точку оптимального розміщення вже іншого підприємства. Повністю повторюється процедура визначення і вилучення відокремлених вузлових пунктів, мінімізується значення $\hat{D}_{j'}$, визначається споживча потужність підприємства.

Процедура повторюється для ще одних отриманих відокремлених вузлів і т.д. На практиці можливий випадок, коли після будь-якого циклу розміщення та визначення мінімального $\hat{D}_{j_k^0}$ всі вузли виявляються відокремленими. Тоді слід виключити точку розміщення підприємства, яка не задовольняє ні один вузловий пункт. Після відкидання знову вибирають точку розміщення за мінімальним $\hat{D}_{j_k^0}$. Процедура триває до знаходження вузлових пунктів, які задовольняє розглянута точка розміщення підприємства. Після перебору всіх точок розміщення підприємств перший етап процедури розміщення закінчується. Вузлові пункти, що залишилися і не прикріплені до якої-небудь точки розміщення підприємства, є відокремленими до всіх можливих точок розміщення підприємств.

Описану процедуру розміщення можна покращити відповідно до критерію 1 і обмеження 3. Справді, при виборі точок розміщення *j'* і *j"* часто виявляється, що деякі зони (вузлові пункти *i*) можна віднести і до *j'*, і до *j"*, якщо обмеження *3* виконується для обох точок розміщення. Такі зони *i* виявляються завжди прикріпленими до підприємства *j'*, оскільки вибір за цією точкою здійснюється раніше, ніж за точкою *j"* (порядковий номер точки *j'* менший за *j"*). Проте таке рішення справедливе тільки, якщо $t_{ij'} \le t_{ij''}$. Якщо ж $t_{ij'} > t_{ij''}$, то вузловий пункт *i* доцільно передати точці *j"*. Для реалізації цієї процедури після отримання всіх точок розміщення розраховують функцію:

$$D_{ij_k^0} = L_i t_{ij_k^0} d_i \to \min,\ j_k^0 = \overline{1,l}, \qquad (19)$$

де j_k^0 – індекс зафіксованої точки розміщення.

Отже, для кожного *i* знаходять мінімум $D_{ij_k^0}$, переглядаючи час доступності для кожної зафіксованої точки розміщення.

Цільова функція рентабельності підприємства

$$U = \max\{U_\beta\}, \qquad (20)$$

де $b = \overline{1,b'}$ – можливі значення рентабельності підприємств [9].

Алгоритм імітації

Крок 1. Обчислення загальної витрати часу населення вузлового пункту на один контакт з підприємством: $D_{ij} = L_i t_{ij} d_i$.

Крок 2. Визначення регіональної функції доступності: $D_{j''} = \sum_{i=1}^{N} L_i t_{ij''} d_i$.

Крок 3. Вибір точки розміщення підприємства (точки $M_{j''}$) за допомогою функції доступності: $\hat{D}_{j'} = \min_{j''=j'}\left\{\hat{D}_{j''}\right\} = \min_{j''=j'} \sum_{i=1}^{N} L_i t_{ij'} d_i$.

Крок 4. Обчислення потужності підприємства: $\overline{P}_{j'} = p\sum_{i=1}^{N} L_i$.

Крок 5. Визначення критерію максимізації потужності підприємства: $P_{j'} = \max \bigcup_{i=1}^{N} R_i$.

Крок 6. Перевірка відповідності всіх складових $D_{ij'}$ функції $\hat{D}_{j'}$ нормативним значенням:

a) якщо $t_{ij'} \le \overline{t_i}$, то вважаємо для вузлового пункту *i* точку розміщення підприємства $M_{ij'}$ допустимою;

b) якщо $t_{ij'} > \overline{t_i}$, вузловий пункт з індексом *i* вилучається з розгляду і називається відокремленим.

Крок 7. Перевірка, чи отримана допустима точка розміщення є найкращою. Здійснення процедури пошуку точки розміщення $M_{j'}$ з мінімальним $\hat{D}_j$ для решти невідокремлених вузлових пунктів.

Крок 8. Мінімізація критерію доступності підприємства для наступної оптимальної точки розміщення. $\hat{D}_{j_1^0} = \min_{j=j_1^0} \sum_{i^1=i_1}^{N_1} L_{i^1 j_1^0} t_{i^1 j_1^0} d_{i^1}$.

Крок 9. Переобчислення потужності підприємства: $\overline{P}_{j_1^0} = p\left(\sum_{i^1=i_1}^{N_1} L_{i^1}\right) = p\left(\sum_{i=1}^{N} L_i - L_v\right)$.

Крок 10. Знаходження точки оптимального розміщення вже іншого підприємства для тих відокремлених вузлових пунктів, що залишилися. Повторення процедури визначення і виключення відокремлених вузлових пунктів, мінімізація значення $\hat{D}_{j'}$, визначення споживчої потужності підприємства. Процедура повторюється для ще одних отриманих відокремлених вузлів і т.д.

Крок 11. Покращення процедури розміщення. Якщо $t_{ij'} > t_{ij''}$, то вузловий пункт *i* доцільно передати точці *j"*.

Крок 12. Розрахунок функції доступності: $D_{ij_k^0} = L_i t_{ij_k^0} d_i \to \min,\ j_k^0 = \overline{1,l}$. Для кожного *i* знаходять мінімум $D_{ij_k^0}$, переглядаючи час доступності для кожної зафіксованої точки розміщення.

Висновки

1. Запропонована класифікація задач розміщення об'єктів, що враховує як розміщення об'єктів на абстрактних структурах – графах, площині, поверхні, так і на природних поверхнях.

2. Проаналізовано формальні моделі задач розміщення об'єктів та алгоритми їх розв'язання, що дало змогу обґрунтувати перспективність застосування методів імітаційного моделювання до розв'язання практично значущих задач.

3. Модифіковано математичне формулювання узагальненої моделі розміщення об'єктів та розроблений алгоритм імітації процедури розміщення з урахуванням двох критеріїв якості.

4. Поданий у статті підхід до оптимального розміщення об'єктів за допомогою імітаційного моделювання є основою для подальших досліджень і створення системи підтримки прийняття рішення для задач розміщення.

1. Аристов С. А. Имитационное моделирование экономических систем: учеб. пособие / Аристов С. А. – Екатеринбург: Изд-во Урал. гос. экон. ун-та, 2004. – 123 с. 2. Харари Ф. Теория графов / Харари Ф. — М.: Мир, 1973. – 301 с. 3. Кристофидес Н. Теория графов. Алгоритмический поход / Кристофидес Н. – М.: Мир, 1978. – 432 с. 4. Забудский Г. Г. Алгоритм решения минимаксной задачи размещения объекта на плоскости с запрещенными зонами / Забудский Г. Г. // Автоматика и телемеханика, № 2, 2004. – С.93–100 5. Шеннон Р. Имитационное моделирование систем – искусство и наука / Шеннон Р. – М.: Мир, 1978. – 420 с. 6. Томашевський В. М. Моделювання систем / Томашевський В. М. – К.: Видавнича група BHV, 2005. – 352 с. 7. Емельянов А. А. Имитационное моделирование экономических процессов: учеб. пособие / А. А. Емельянов, Е. А. Власова, Р. В. Дума. – М.: Финансы и статистика, 2002. – 368 с: 8. Ситник В. Ф. Імітаційне моделювання: навч.-метод. посібник для самост. вивч. дисц. / В. Ф. Ситник, Н. С. Орленко. – К.: КНЕУ, 1999. – 208 с. 9. Кобелев Н. Б. Основы имитационного моделирования сложных экономических систем / Кобелев Н. Б. – М.: Дело, 2003. – 336 с.

УДК 004

Я.П. Кісь, М. Коваленко, І. Яртим
Національний університет "Львівська політехніка",
кафедра інформаційних систем та мереж

ІНТЕЛЕКТУАЛЬНО-ІНФОРМАЦІЙНА СИСТЕМА РОЗРОБЛЕННЯ НАВЧАЛЬНОГО ПЛАНУ У ВНЗ

Описано методику збору, аналізу і опрацювання інформації на прикладі предметної області ВНЗ. Розроблено схеми функціонування алгоритму та методи опрацювання даних у заданій предметній області.

Ключові слова: аналіз, інформація, алгоритм, методика збору, схеми.

In the article the method of collection, analysis and working of information is described on the example of the high school. The charts of functioning of algorithm and methods of working of information are developed in the set subject domain.

Key words: analys, information, algorithm, methods of collection, charts.

Вступ

Розвиток вищої освіти України передбачає вирішення багатьох економічних і організаційних питань, зокрема оптимізації мережі вищих навчальних закладів (ВНЗ), створення потужних регіональних освітянських комплексів, розроблення та впровадження науково обґрунтованих