

АНАЛІЗ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ НАДЗЕМНОЇ ДІЛЯНКИ ТРУБОПРОВОДУ З УРАХУВАННЯМ ПОДАТЛИВОСТІ ҐРУНТУ

© Харченко Л.Є., 2014

Розглянуто результати аналізу напружено-деформованого стану надземної ділянки магістрального трубопроводу, навантаженого силою ваги діагностичного поршня, з урахуванням податливості ґрунту у зонах виходу труби на поверхню. Розрахункову модель трубопроводу прийнято у вигляді трипрогонової балки з защемленими кінцями, крайні ділянки якої спираються на пружну основу типу Вінклера. Алгоритм розрахунку побудовано із застосуванням матричного методу початкових параметрів. Ілюструється вплив податливості ґрунту на деформації труби й на згинальні моменти у її поперечних перерізах.

We consider the analysis results of the stress strain state of main gas pipeline underground section. During the analysis we take into account soil compliance in areas, where the pipe goes out on the surface. The estimated model is adopted as a triple section beam with pinched ends, which extreme areas are based on the elastic foundation of Winkler type. Calculation algorithm is constructed using the matrix method of initial parameters. In the calculation example, we illustrate the impact of the soil compliance on pipe deformation as well as on bending moments in its cross section.

Постановка проблеми та аналіз останніх досліджень і публікацій. Аналіз напружено-деформованого стану механічних систем, що перебувають під дією рухомих навантажень, становить важливу проблему сучасної динаміки машин і споруд [1–9, 11–12]. Її практичне значення пояснюється необхідністю вдосконалення методів розрахунку підйімально-транспортних систем, механічних передач з гнучкими ланками, магістральних трубопроводів, мостів тощо. Розв'язання задач динаміки таких систем із застосуванням континуальних розрахункових моделей зводиться до інтегрування рівнянь з частинними похідними за наявності рухомих крайових умов. Довгомірна несівна конструкція, що перебуває під дією рухомого навантаження, здебільшого розглядається як балка, рух якої моделюють із застосуванням як технічної теорії згину [7, 12], так і неklasичних теорій, зокрема теорії балок С. П. Тимошенка [2, 4].

Побудова замкнутих аналітичних розв'язків рівнянь руху для вказаних випадків пов'язана зі значними математичними труднощами і реально здійсненна лише для порівняно простих однопрогонових систем, ланки котрих мають сталі пружно-інерційні параметри, а закони руху крайових умов задані. Тому на сучасному етапі розвитку комп'ютерних технологій поряд з аналітичними методами розв'язання задач динаміки механічних систем з рухомими навантаженнями розробляються й числові методи, що ґрунтуються на дискретизації механічних ланок з яскраво вираженими розподіленими параметрами. Серед числових методів передусім необхідно відзначити метод скінчених елементів та метод узагальнених переміщень [1, 11].

Як показують дослідження поведінки надземних ділянок магістральних трубопроводів під дією рухомих очисних або діагностичних поршнів [5], у багатьох випадках швидкість руху поршня мало впливає на внутрішні зусилля і, відповідно, деформації труби. Це дає можливість дослідити

вплив положення поршня, а також податливості ґрунту в зонах виходу труби на поверхню на напружено-деформований стан труби методами статички, що істотно спрощує завдання дослідження. Практичне застосування цього підходу сприятиме пришвидшенню і значному здешевленню проектних робіт над створенням нових та модернізацією наявних трубопроводів. Саме тому завдання розроблення математичного і програмного забезпечення для проведення статичного розрахунку надземної ділянки магістрального трубопроводу, що перебуває під дією діагностичного поршня, розглядається у цій статті.

Мета роботи полягає у розробленні математичної моделі й алгоритму розрахунку напружено-деформованого стану надземної ділянки магістрального трубопроводу, що перебуває під дією діагностичного поршня, з урахуванням податливості ґрунту в зонах виходу труби на поверхню та в оцінці впливу цієї податливості на згинальні моменти в трубі. Розрахункову модель трубопроводу прийнято у вигляді трипрогонової балки із защемленими кінцями, крайні ділянки якої спираються на пружну основу типу Вінклера. Алгоритм розрахунку побудовано із застосуванням матричного методу початкових параметрів.

Виклад основного матеріалу дослідження. Механічну систему надземної ділянки магістрального трубопроводу подаємо на розрахунковій схемі у вигляді трипрогонової балки (рис. 1), де l_1, l_2, l_3 – довжини прогинів, k_1, k_2 – коефіцієнти пропорційності між інтенсивністю реакції основи і прогином трубопроводу; a – координата центра ваги діагностичного поршня; x – поздовжня координата ділянки трубопроводу з початком на його лівому кінці; x_1, x_2, x_3 – поздовжні координати ділянки трубопроводу з початком на його лівих крайніх поперечних перерізах; $y(x)$ – прогин осі ділянки трубопроводу, що є функцією поздовжньої осі x ; $y_1(x_1), y_2(x_2), y_3(x_3)$ – функції, що описують прогини осі труби на відповідних прогинах трубопроводу.

Диференціальні рівняння зігнутої труби на окремих прогонах записуємо у вигляді

$$\frac{d^4 y_1(x_1)}{dx_1^4} + 4\beta_1^4 y_1(x_1) = \frac{q_1(x_1)}{EI_z}; \quad (1)$$

$$\frac{d^4 y_2(x_2)}{dx_2^4} = \frac{q_2(x_2)}{EI_z}; \quad (2)$$

$$\frac{d^4 y_3(x_3)}{dx_3^4} + 4\beta_3^4 y_3(x_3) = \frac{q_3(x_3)}{EI_z}, \quad (3)$$

де E – модуль пружності першого роду матеріалу труби; I_z – осьовий момент інерції поперечного перерізу труби; β_1, β_3 – сталі коефіцієнти,

$$\beta_i = \sqrt[4]{\frac{k_i}{4EI_z}} \quad (i = 1, 3),$$

причому $k_i = k_{li}d$ – коефіцієнт пропорційності між інтенсивністю реакції основи і прогином трубопроводу (k_{li} – коефіцієнт податливості ґрунту (коефіцієнт постелі), d – зовнішній діаметр труби); $q_i(x_i)$ ($i = 1, 2, 3$) – інтенсивність розподіленого навантаження на відповідній ділянці балки.

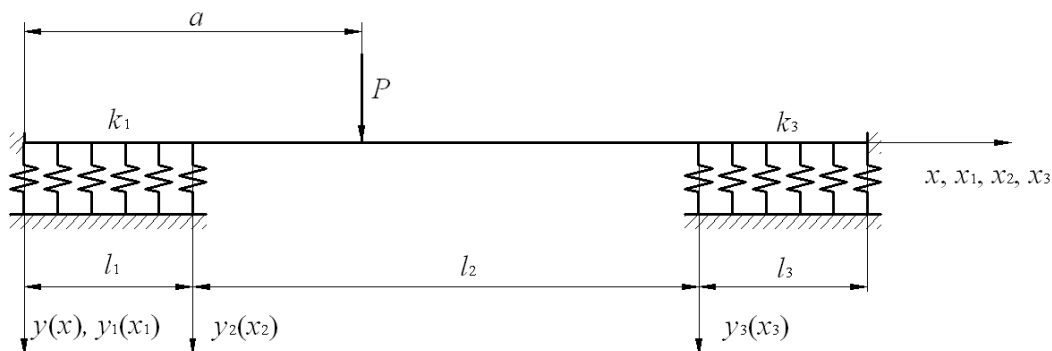


Рис. 1. Розрахункова схема надземної ділянки трубопроводу

Розв'язавши однорідне диференціальне рівняння, одержане з неоднорідного рівняння (1), запишемо матричну рівність

$$Y_i(x_i) = S_i(x)Y_i(0) \quad (i = 1, 3), \quad (4)$$

де

$$\begin{aligned} Y_i(x_i) &= \text{col}[y_i(x_i), y_i'(x_i), y_i''(x_i), y_i'''(x_i)]; \\ Y_i(0) &= \text{col}[y_i(0), y_i'(0), y_i''(0), y_i'''(0)]; \\ S_i(x_i) &= \begin{pmatrix} y_{i1}(x_i) & y_{i2}(x_i) & y_{i3}(x_i) & y_{i4}(x_i) \\ -4\beta_i^4 y_{i4}(x_i) & y_{i1}(x_i) & y_{i2}(x_i) & y_{i3}(x_i) \\ -4\beta_i^4 y_{i3}(x_i) - 4\beta_i^4 y_{i4}(x_i) & y_{i1}(x_i) & y_{i2}(x_i) & y_{i3}(x_i) \\ -4\beta_i^4 y_{i2}(x_i) - 4\beta_i^4 y_{i3}(x_i) - 4\beta_i^4 y_{i4}(x_i) & y_{i1}(x_i) & y_{i2}(x_i) & y_{i3}(x_i) \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (5)$$

де $y_{i1}(x_i), y_{i2}(x_i), y_{i3}(x_i), y_{i4}(x_i)$ – функції, які утворюють фундаментальну систему розв'язків згаданого однорідного диференціального рівняння (функції Крилова),

$$\begin{aligned} y_{i1}(x_i) &= \text{ch} \beta_i x_i \cos \beta_i x_i; \\ y_{i2}(x_i) &= \frac{1}{2\beta_i} (\text{ch} \beta_i x_i \cos \beta_i x_i + \text{sh} \beta_i x_i \cos \beta_i x_i); \\ y_{i3}(x_i) &= \frac{1}{2\beta_i^2} \text{sh} \beta_i x_i \cos \beta_i x_i; \\ y_{i4}(x_i) &= \frac{1}{2\beta_i} (\text{ch} \beta_i x_i \sin \beta_i x_i + \text{sh} \beta_i x_i \cos \beta_i x_i). \end{aligned} \quad (6)$$

Зауважимо, що для функцій Крилова (6) виконуються диференціальні співвідношення [10]

$$\begin{aligned} \frac{dy_{i1}(x_i)}{dx_i} &= -4\beta_i^4 y_{i4}(x_i); & \frac{dy_{i2}(x_i)}{dx_i} &= y_{i1}(x_i); \\ \frac{dy_{i3}(x_i)}{dx_i} &= y_{i2}(x_i); & \frac{dy_{i4}(x_i)}{dx_i} &= y_{i3}(x_i), \end{aligned} \quad (7)$$

що дає можливість визначити усі елементи квадратної матриці (5) за допомогою фундаментальних функцій.

Між функцією прогинів $y(x)$ та її похідними, з одного боку, і геометричними та силовими характеристиками поперечних перерізів балки, з іншого боку, існують залежності, що впливають безпосередньо з технічної теорії згину [10],

$$\theta_i(x_i) = \frac{dy_i(x_i)}{dx_i}; \quad M_i(x_i) = -EI \frac{d^2 y_i(x_i)}{dx_i^2}; \quad Q_i(x_i) = -EI \frac{d^3 y_i(x_i)}{dx_i^3}. \quad (8)$$

З урахуванням співвідношень (4), (5), (8) одержуємо

$$F_i(x_i) = A_i(x_i)F_i(0) \quad (i = 1, 3), \quad (9)$$

де

$$\begin{aligned} F_i(x_i) &= \text{col}[y_i(x_i), \theta_i(x_i), M_i(x_i), Q_i(x_i)]; \\ F_i(0) &= \text{col}[y_i(0), \theta_i(0), M_i(0), Q_i(0)]; \\ A_i(x_i) &= \begin{pmatrix} y_{i1}(x_i) & y_{i2}(x_i) & -\frac{1}{EI_z} y_{i3}(x_i) - \frac{1}{EI_z} y_{i4}(x_i) \\ -4\beta_i^4 y_{i4}(x_i) & y_{i1}(x_i) & -\frac{1}{EI_z} y_{i2}(x_i) - \frac{1}{EI_z} y_{i3}(x_i) \\ 4EI_z \beta_i^4 y_{i3}(x_i) & 4EI_z \beta_i^4 y_{i4}(x_i) & y_{i1}(x_i) & y_{i2}(x_i) \\ 4EI_z \beta_i^4 y_{i2}(x_i) & 4EI_z \beta_i^4 y_{i3}(x_i) - 4\beta_i^4 y_{i4}(x_i) & y_{i1}(x_i) & y_{i2}(x_i) \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (10)$$

Вплив дії сили ваги діагностичного поршня P на напружено-деформований стан ділянки труби урахуємо як стрибок поперечної сили у перерізі з координатою a_i ($i = 1, 3$). Для цього рівняння (9) перепишемо у вигляді

$$F_i(x_i) = A_i(x_i)F_i(0) + B_i H(x_i - a_i) \quad (i = 1, 3), \quad (11)$$

де

$$B_i = \text{col}[y_{ip}(x_i), \theta_{ip}(x_i), M_{ip}(x_i), Q_{ip}(x_i)], \quad (12)$$

причому

$$\begin{aligned} y_{ip}(x_i) &= \frac{P}{EI_z} y_{i4}(x_i - a_i); & \theta_{ip}(x_i) &= \frac{P}{EI_z} y_{i3}(x_i - a_i); \\ M_{ip}(x_i) &= -Py_{i2}(x_i - a_i); & Q_{ip}(x_i) &= -Py_{i1}(x_i - a_i), \end{aligned} \quad (13)$$

$H(x_i - a_i)$ – функція Хевісайда,

$$\begin{aligned} H(x_i - a_i) &= 0, & \text{якщо } x_i - a_i &\leq 0; \\ H(x_i - a_i) &= 1, & \text{якщо } x_i - a_i &> 0. \end{aligned} \quad (14)$$

Інтегруючи чотири рази однорідне диференціальне рівняння, що відповідає неоднорідному рівнянню (2), і беручи до уваги диференціальні залежності (8), одержуємо матричну рівність

$$F_2(x_2) = A_2(x_2)F_2(0), \quad (15)$$

де

$$\begin{aligned} F_2(x_2) &= \text{col}[y_2(x_2), \theta_2(x_2), M_2(x_2), Q_2(x_2)]; \\ F_2(0) &= \text{col}[y_2(0), \theta_2(0), M_2(0), Q_2(0)]; \\ A_2(x_i) &= \begin{pmatrix} 1 & x_2 & -\frac{x_2^2}{2EI_z} & -\frac{x_2^3}{6EI_z} \\ 0 & 1 & -\frac{x_2}{EI_z} & -\frac{x_2^2}{2EI_z} \\ 0 & 0 & 1 & x_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (16)$$

З урахуванням дії зосередженої сили P матричну рівність (15) доповнюємо матрицею-колоною вільних членів,

$$F_2(x_2) = A_2(x_2)F_2(0) + B_2H(x_2 - a_2), \quad (17)$$

де

$$B_2 = \text{col}[y_{2p}(x_2), \theta_{2p}(x_2), M_{2p}(x_2), Q_{2p}(x_2)], \quad (18)$$

причому

$$\begin{aligned} y_{2p}(x_2) &= \frac{P(x_2 - a_2)^3}{6EI_z}; & \theta_{2p}(x_2) &= \frac{P(x_2 - a_2)^2}{2EI_z}; \\ M_{2p}(x_2) &= -P(x_2 - a_2); & Q_{2p}(x_2) &= -P, \end{aligned} \quad (19)$$

де $H(x_2 - a_2)$ – функція Хевісайда.

Для знаходження прогинів, кутів повороту, згинальних моментів і поперечних сил у поперечних перерізах трубопроводу за допомогою матричних залежностей (11), (17) необхідно визначити початкові параметри, тобто геометричні й силові характеристики на лівому кінці першої ділянки трипрогонової балки. Для цього на основі матричних рівностей (11), (17) записуємо співвідношення:

$$F_i(l_i) = A_i(l_i)F_i(0) + B_iH(x_i - a_i), \quad (20)$$

причому квадратні матриці A_i ($i = 1, 2, 3$) та матриці-колонки B_i ($i=1, 2, 3$) визначаються за залежностями (10), (12), (13), (16), (18), (19).

Оскільки вплив навантажень у матричних рівностях (20) враховується за допомогою матриць-колонок B_i ($i = 1, 2, 3$), то умови спряження сусідніх ділянок подаємо у вигляді

$$F_2(0) = F_1(l_1); \quad F_3(0) = F_2(l_2). \quad (21)$$

З урахуванням (20), (21) одержуємо матричну рівність

$$F_3(l_3) = A_3(l_3) \cdot (A_2(l_2)(A_1(l_1)F_1(0) + \eta_1 B_1 H(x_1 - a_1)) + \eta_2 B_2 H(x_2 - a_2)) + \eta_3 B_3 H(x_3 - a_3), \quad (22)$$

на основі застосування якої визначаємо початкові параметри механічної системи.

Залежності прогинів, кутів повороту поперечних перерізів, згинальних моментів і поперечних сил від поздовжньої координати x визначаємо за допомогою матричних співвідношень (9), (17), (21).

Результати розрахунків і висновки. На основі викладеної математичної моделі розроблено алгоритм і комп'ютерну програму для виконання аналізу напружено-деформованого стану надземних ділянок магістральних трубопроводів з урахуванням податливості ґрунту. Для прикладу на рис. 2 і 3 наведено результати розрахунків прогинів і згинальних моментів трипрогонової механічної системи за таких початкових даних: довжини ділянок $l_1=l_3=10$ м; $l_2=50$ м; зовнішній діаметр труби $d = 529$ мм; модуль пружності матеріалу $E = 2,1 \cdot 10^5$ МПа; товщина стінки труби $\delta = 10$ мм; маса діагностичного поршня $m_0 = 1200$ кг; коефіцієнти постелі $k_{11} = k_{13} = 50$ МН/м³.

Як показують одержані результати, на характер залежностей згинальних моментів від поздовжньої координати істотно впливають не лише геометричні характеристики прогонів труби, модуль пружності матеріалу, вага й положення діагностичного поршня, а й податливість ґрунту. Максимальне значення згинального моменту одержане для перерізу, розташованого посередині надземної ділянки трубопроводу, тоді як розрахунки, що виконуються без урахування податливості ґрунту, дають найбільші значення згинальних моментів у перерізах, розміщених безпосередньо біля зони защемлення труби.

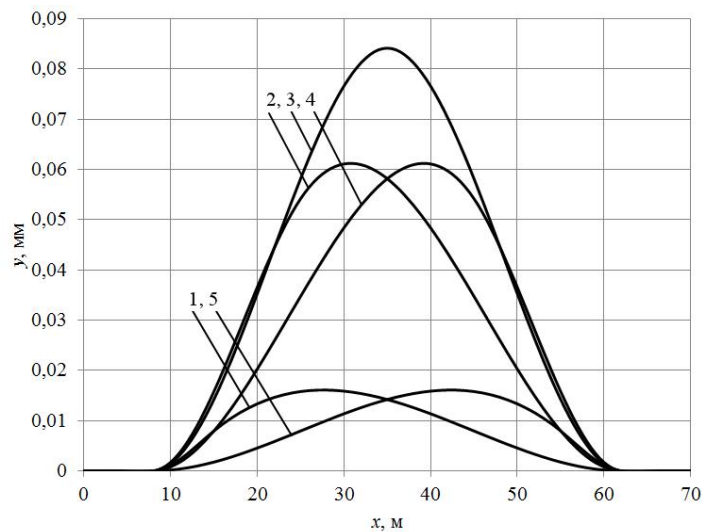


Рис. 2. Залежності прогинів осі надземної ділянки трубопроводу від поздовжньої координати: 1 – $a = 15$ м; 2 – $a = 25$ м; 3 – $a = 35$ м; 4 – $a = 45$ м; 5 – $a = 55$ м

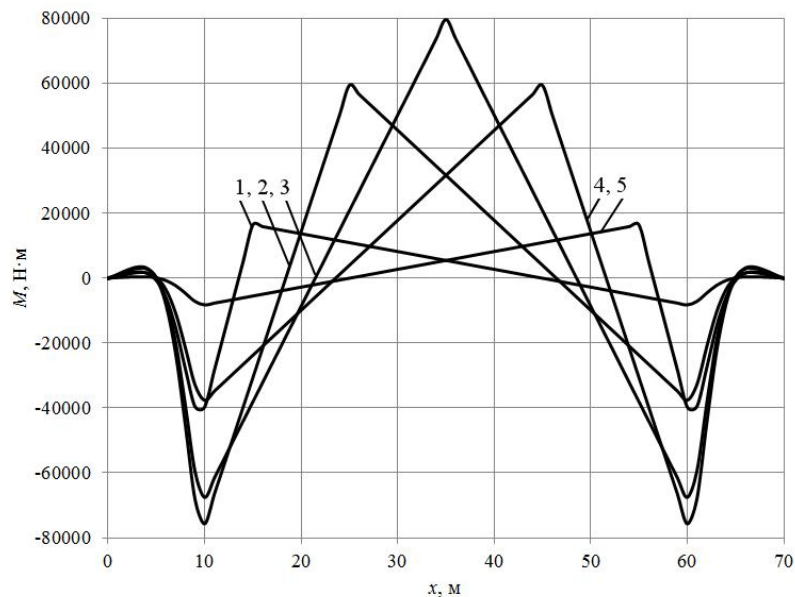


Рис. 3. Залежності згинального моменту у поперечному перерізі надземної ділянки трубопроводу від поздовжньої координати: 1 – $a = 15$ м; 2 – $a = 25$ м; 3 – $a = 35$ м; 4 – $a = 45$ м; 5 – $a = 55$ м

Висновки. Побудована математична модель дає можливість підвищити точність розрахунку напружено-деформованого стану надземних ділянок магістральних трубопроводів, що сприятиме вдосконаленню внутрішньотрубної діагностики, а також ефективності експлуатації нафтогазо-транспортної системи загалом.

1. Bajer C. I. and Dyniewicz B. *Space-time approach to numerical analysis of a string with a moving mass* // *Int. J. Numer. Meth. Engng.*, 76(10) (2008) 1528–1543. 2. Dyniewicz B. and Bajer C. I. *New feature of the solution of a Timoshenko beam carrying the moving mass particle* // *Arch. Mech.*, 62(5) (2010) 327–341. 3. Fryba L. *Vibrations of solids and structures under moving loads* // Thomas Telford House, 1999. 4. Jia Jang Wu, *Study on the inertia effect of helical spring on the absorber on suppressing the dynamic responses of a beam subjected to a moving load* // *J. of Sound and Vibration*, 297 (2006) 981–999. 5. Kharchenko Lidiya, Kharchenko Yevhen. *Fluctuations of multi-section aboveground pipeline region under the influence of moving diagnostic piston* // *Vibration in Physical Systems*, Vol. 26 (2014) 105–112. 6. Болотин В. В. *Задача о колебаниях мостов под действием подвижной нагрузки* // *Механика и машиностроение*. – № 4 (1961). – С. 109–115. 7. Иванченко И. И. *Метод расчета на подвижную нагрузку стержневых систем, моделирующих мосты* // *Изв. АН РФ. Механика твердого тела*. – № 4 (2001). – С. 151–165. 8. Коган А. Я. *Динамика пути и его взаимодействие с подвижным составом*. – М.: Транспорт, 1997. – 326 с. 9. Кохманюк С. С., Янютин Е. Г., Романенко Л. Г. *Колебания деформируемых систем при импульсных и подвижных нагрузках*. – К.: Наукова думка, 1980. – 231 с. 10. Писаренко Г. С., Квітка О. Л., Уманський Е. С. *Опір матеріалів*. – К.: Вища школа, 2004. – 655 с. 11. Теслюк В. М., Харченко Л. Є. *Математичне моделювання згинних коливань прямолінійної ділянки трубопроводу під дією рухомого діагностичного поршня* // *Моделювання та інформаційні технології: зб. наук. праць*. – Вип. 69. – Київ: Інститут моделювання в енергетиці ім. Г. Є. Пухова НАН України. – 2013. – С. 126–135. 12. Филиппов А. П. *Колебания деформируемых систем*. – М.: Машиностроение, 1970. – 736 с.