

ОЦІНЮВАННЯ НЕПЕВНОСТІ РЕЗУЛЬТАТІВ ВИМІРЮВАНЬ ПІД ЧАС КОНТРОЛЮ ВІДНОСНОГО ВИДОВЖЕННЯ ТА ГРАНИЦІ ТЕКУЧОСТІ ПРИ РОЗРИВІ ВИРОБІВ ІЗ ПЛАСТМАСИ

© Авраменко О.В., Дорожовець М.М., Попович І.В., 2015

The method for assessment the uncertainty of measurements results during the control the relative elongation and liquid limit samples with plastic products of blades at break are represented in the article. There is proposed a two-stage approach for calculations uncertainty during the control: analytical-numerical method and method of Monte Carlo. In the article is to investigate the efficiency of Monte Carlo method for checking the accuracy of obtained results. The results of measurements, which we obtain, meet the requirements of production.

Keywords - relative elongation, liquid limit, analytical-numerical method, method of Monte Carlo.

Розглянуто методику оцінювання непевності результатів вимірювань під час контролю відносного видовження та границі текучості зразків лопаток з пластмасових виробів при розриві. Запропоновано двоетапний підхід до обчислення непевності під час контролю: аналітико-числовим методом та методом Монте-Карло. Досліджено ефективність методики Монте-Карло для перевірки достовірності отриманих результатів. Отримано результати вимірювань, які задовільняють вимоги виробництва.

Ключові слова – відносне видовження, границя текучості, аналітико-числовий метод, метод Монте-Карло.

Вступ

Під час промислового виробництва необхідним елементом є контроль якості продукції, контроль параметрів технологічних процесів виготовлення виробів, контроль самих процесів вимірювання, дотримання усіх параметрів засобів вимірювальної техніки (ЗВТ) і умов дослідження, які впливають на покази ЗВТ і відповідно на отримання достовірного результату.

В процесі виготовлення контролюють велику кількість параметрів серед них:

- Механічні: випробування на розтяг, стиск, міцність, твердість, пластичність, стійкість до кручення, зсуву, згину, пружність та ін. в залежності від виду зайнятості і виготовлення виробу;
- Теплові, теплотехнічні параметри: температура плавлення, теплопровідність, теплоємність, теплове розширення чи будь яка інша теплова властивість;
- Електричні: об'ємний і поверхневий опір, електропровідність, напруга пробиття, та ін.;
- Магнітні: магнітна проникність, намагніченість та ін.;
- Фізико-хімічні властивості: стійкість до корозії, до агресивного середовища та ін.

Контроль параметрів стосується різних галузей промисловості, це може бути і важка, легка, переробна, харчова промисловість, тобто це стосується всіх можливих вимірювань де контролюють якість виробництва параметрів, виробів, тобто фактично всюди де використовують вимірювання.

При контролі потрібно дотримуватись стандартів, які встановлюють перелік параметрів, які потрібно вимірювати, допустимі норми цих параметрів, а також може бути рекомендована методика досліджень та опрацювання результатів.

У цій статті на прикладі вимірювань під час контролю якості пластмасових труб показано загальний підхід до виконання і опрацювання контрольних вимірювань, проблеми оцінювання непевності таких вимірювань і запропоновано методику вирішення такої проблеми.

Експериментальні дослідження з контролю якості пластмасових труб, які використовуються для будівництва газових та водяних мереж чи інших потреб, виконували в лабораторії ТЗОВ «Ельпласт-Львів». Наші дослідження стосується вимірювань під час контролю лише двох параметрів - відносного видовження та границі текучості труб в процесі їх розриву.

Згідно нормативної документації [1, 2] випробовування на осьовий розтяг пластмасової труби проводять не раніше ніж через 24 години після її виготовлення. Для досліджень штампом-просічки вирубують зразки-лопатки з відрізків труби [3, 4], довжиною не менше 150 мм (рис.1). З кожного контрольного відрізка рівномірно по периметру труби вирізають не менше п'яти зразків-лопаток. Перед випробуванням зразки кондиціонують згідно [5], впродовж не менше 2 годин при температурі $(23 \pm 2)^\circ\text{C}$ [6].

Згідно [3] випробовування на розтяг проводять на будь-якій розривній машині, що забезпечує точність виміру навантаження з допустимою похибкою не більше $\pm 1\%$ вимірювального значення, потужність якої дозволяє розірвати зразки (зусилля від 5000 до 10000 Н) і яка має регульовану швидкість розтягування. При випробуванні визначають відносне подовження (видовження) ε_p при розриві:

$$\varepsilon_p = \frac{\Delta l_p}{L_0} \cdot 100\% , \quad (1)$$

де Δl_p – дійсне видовження зразка в момент розриву, мм, за результат вимірювання приймаємо найменше значення; L_0 - дійсна початкова довжина зразка, мм.

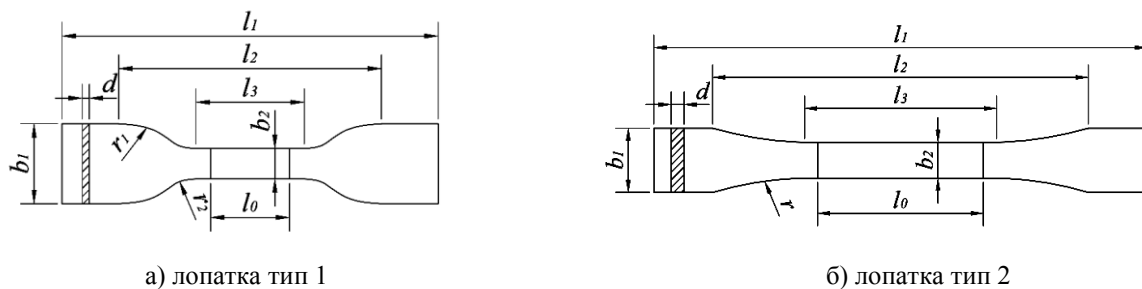


Рис. 1. Геометричні розміри досліджуваних лопаток

Випробовування труб для подачі холодної води проводять при швидкості розсування тримачів випробовувальної машини (100 ± 10) мм/хв у відповідності до номінальної товщини стінки, яка в даному випадку не більше 5 мм на зразках-лопатках типу 1 та більше 5 мм на зразках-лопатках типу 2 [6]. Випробовування труб для подачі горючих газів проводять на зразках-лопатках типу 2 [1, 2].

На зразках-лопатках типу 1 (рис. 1, а) та типу 2 (рис. 1, б) мікрометром виміряють товщину d та ширину в робочій частині b_2 не менше ніж у трьох поперечних перерізах з допустимим відхиленням за шириною не більше $\pm 0,05$ мм та за товщиною - не більше $\pm 0,01$ мм [1, 2].

Площу кожного початкового поперечного перерізу зразка A_0 визначають:

$$A_0 = D \cdot b_2 , \quad (2)$$

де D – дійсна товщина робочої частини, мм; b_2 - ширина робочої частини, мм. Площу початкового поперечного перерізу зразка обчислюють з допустимим відхиленням до $\pm 0,001$ см² [1, 2].

При розрахунку границі текучості σ_{PT} використовують мінімальну площу поперечного перерізу зразка A_0 , мм² та навантаження F_{PT} , Н при якому досягається межа текучості:

$$\sigma_{PT} = \frac{F_{PT}}{A_0} . \quad (3)$$

За результат випробування приймають мінімальне значення границі текучості (3) при розтягу та відносного подовження при розриві, що розраховують до другої значущої цифри [6].

Вимірювання виконувались за допомогою устаткування характеристики якого наведені у табл.1., та при умовах довкілля табл.2. Досліджувалися лопатки рис.1, які виготовлено згідно вимог [3, 4] і розміри яких отримані шляхом вимірювань за допомогою засобів лінійних вимірювань табл.1, що мають свідоцтва про їх калібрування та розміри досліджуваних лопаток з допущеннями табл.3, табл.4.

Примітка: для нового устаткування характеристики його точності задано у формі розширеної непевності його показів ($U_p(x)$) при рівні довіри $p \approx 0,95$, коефіцієнт розширення $k=2$. Для старшого обладнання характеристики точності задані допустимими відхиленнями $\pm \Delta_{гр}$. Тоді стандартну непевність показів приймаючи рівномірний розподіл обчислюють за формулою:

$$u_B(x) = \frac{\Delta_{ep}}{\sqrt{3}} \quad (4)$$

Таблиця 1.

Характеристики устаткування

Найменування	Позначення	Свідоцтво про державну повірку калібрування	Допустима похибка $\Delta(\delta)$ вимірювань, розширена непевність U_p ($k=2$)
1	2	3	4
Штангенциркуль зав. № 310145	ШЦ -1 0,02 - 150 мм	№ UA 0204 № 23426 до 08.10.2014 р.	$U_p = \pm 0,02$ мм при вимірюванні зовнішніх лінійних розмірів
Гігрометр психрометричний Зав. № ВІТ-1 Л100	ВІТ-1 0 до +25°C СКВ = $\pm(0,03; 0,03; 0,02)$ °C СКВ = $\pm(0,02; 0,02; 0,01)$ °C	№ UA 02 02 790 до 01.10.2015 р.	$\Delta = \pm 0,2$ °C $\delta = \pm 6$ % (по сухому і вологому термометру)
Машина розривна Z010 Зав. № 13899698 Німеччина "Zwick/Roell".	Діапазон вимірювання сил: від 0...10 кН; $\delta = \pm 1$ % Діапазон вимірювання переміщення траверси: від 0,1 до 1060 мм; $\Delta = \pm 1$ мм Діапазон вимірювання швидкості переміщення траверси: від 0,1 до 1000 мм/хв	Свідоцтво про повірку № 5735 від 08.10.2013 р (згідно даних виробника)	$\delta = \pm 1$ % від значення сили Переміщення траверси: $\Delta = \pm 1$ мм
Мікрометр МТ-25 Зав. № В42400	Межі вимірювання: від 0,01 до 25 мм точність відліку 0,01 мм	№ UA0204 23688 до 26.12.2014 р.	$U_p = \pm 0,003$ мм (із застосуванням установчої міри)

Таблиця 2.

Умови довкілля

Параметри	Нормальні	Робочі	Фактичні
1	2	3	4
Для висічки зразків-лопаток			
Температура	(23±2)°C	(23±2)°C	23°C
Вологість	(50±5)%	(60±5)%	55%
Атм. Тиск	(730±10)мм.рт.ст.	(730±10)мм.рт.ст.	735мм.рт.ст.
Для використання Машини розривної			
Температура	(23±2)°C	+15 °C до +30°C	23°C
Вологість	(50±5)%	(20±70)%	55%

Атм. Тиск	(730±10)мм.рт.ст.	(730±10)мм.рт.ст.	735мм.рт.ст.
Напруга живлення	220V±2%	220V±10%	223V
Частота струму	50Hz±1%	50Hz±2%	49,9Hz

Таблиця 3.

Розміри і типи лопаток [3]

Найменування обладнання	Назва та позначення геометричного параметру	Значення геометричного розміру (параметру), мм отримане шляхом вимірювань	Свідцтво про державну повірку Калібрування	Розширена непевність результатів вимірювань U_p , мм (k=2, p≈0.95)
1	2	3	5	6
Лопатка тип 1				
Штамп-просічка тип 1 Зав. № б/н	Розрахункова довжина l_0	25±1	UA0204 23421 до 07.10.2014 р.	0,01
	Дійсна початкова довжина L_0	24,85		
	Розрахункова товщина робочої частини d	6±0,4		
	Дійсна товщина робочої частини D	5,99		
Лопатка тип 2				
Штамп-просічка тип 2 Зав. № б/н	Розрахункова довжина l_0	50±0,5	UA0204 23422 до 07.10.2014 р.	0,01
	Дійсна початкова довжина L_0	49,70		
	Розрахункова товщина робочої частини d	10±0,5		
	Дійсна товщина робочої частини D	10,60		

Таблиця 4.

Дійсні розміри досліджуваних лопаток з допусками (мм)

Параметр	Зразок 1	Зразок 2	Зразок 3	Зразок 4	Зразок 5
Лопатка тип 1					
L_0	24,85	24,85	24,85	24,85	24,85
D	6,24	6,18	6,13	6,17	6,14
b_2	3,21	3,14	3,09	3,12	3,10
Лопатка тип 2					
L_0	49,70	49,70	49,70	49,70	49,70
D	10,10	10,08	10,14	10,18	10,17
b_2	9,25	9,31	9,18	9,22	9,27

Для кожного зразка на розривній машині зареєстровано наступні результати вимірювань видовження Δl_p , мм зразка в момент його розриву табл.5, колонка 3, та навантаження $F_{рт}$, Н, при якому досягається межа текучості табл.5, колонка 5.

Таблиця 5.

Результати вимірювань на розривній машині та розраховані показники лопаток

Номер зразка	Початкова площа A_0 поперечного перерізу, мм ²	Видовження Δl_p зразка в момент розриву, мм	Відносне видовження ϵ_p зразка в момент розриву, %	Навантаження $F_{рт}$, при якому досягається межа текучості, Н	Границя текучості $\sigma_{рт}$ при розтягу, Н/мм ²
1	2	3	4	5	6

Лопатка тип 1					
1	20,030	145	583,501	453	22,616
2	19,405	140	563,380	440	22,675
3	18,942	147	591,549	426	22,49
4	19,250	146	587,525	433	22,494
5	19,034	145	583,501	430	22,591
Лопатка тип 2					
1	93,425	286	575,453	2090	22,371
2	93,845	287	577,465	2064	21,994
3	93,085	280	563,380	2060	22,13
4	93,859	285	573,441	2051	21,852
5	94,276	287	577,465	2078	22,042

1. Стандартна методика опрацювання результатів вимірювань

Стандартна методика опрацювання результатів вимірювань передбачає розрахунок:

- Відносного видовження ϵ_r ;
- Границі текучості $\sigma_{рт}$;
- Порівняння розрахованих параметрів із допустимими значеннями;
- Висновок на основі порівняння.

Відносне видовження ϵ_r зразків в момент розриву, % розраховано за формулою (1). Обчислені значення відносного видовження ϵ_r зразків в момент розриву подано у табл.5, колонка 4. За результат вимірювання приймають найменше з розрахованих значень відносного видовження у табл.5, колонка 4 значення погрубленим шрифтом.

Обчислені значення початкової площі A_0 (2), поперечного перерізу зразків подано у табл.5, колонка 2.

Границю текучості $\sigma_{рт}$ при розтягу, Н/мм² розраховано за формулою (3). Обчислені значення границі текучості $\sigma_{рт}$ при розтягу зразків подано у табл.5, колонка 6. За результат вимірювання границі текучості приймаються також найменше значення у табл.5, колонка 6 значення погрубленим шрифтом.

Порівняння розрахованих параметрів із допустимими значеннями встановленими згідно [1, 2, 6].

Для найменшого значення відносного видовження ϵ_r зразків в момент розриву лопатки типу 1 – для води, встановлює норму $\epsilon_{r, доп} = 350\%$ [6], лопатки типу 2 – для газу, встановлює норму $\epsilon_{r, доп} = 500\%$ [1, 2].

Оскільки для лопатки тип 1 відносне видовження становить $563.38\% > 350\%$; а для лопатки тип 2 становить $563.38\% > 500\%$, то згідно відносного видовження виробу відповідають вимогам чинних в Україні НТД.

Для найменшого значення границі текучості $\sigma_{рт}$ при розтягу [1, 2, 6] лопатки типу 1 – для води, встановлює норму $\sigma_{рт, доп} = 21,0$ Н/мм², лопатки типу 2 – для газу, встановлює норму $\sigma_{рт, доп} = 20,0$ Н/мм².

Оскільки фактичні значення границі текучості лопатки тип 1 становить 22.5 Н/мм² > 21.0 Н/мм², лопатки тип 2 становить 21.9 Н/мм² > 20.0 Н/мм², то згідно границі текучості виробу відповідають вимогам чинних в Україні НТД.

2. Проблеми оцінювання непевності результатів вимірювань

Для сертифікації продукції необхідно представити цілий набір документів, серед яких документи, що підтверджують достовірність результатів вимірювань під час виконання контрольних операцій. Одним з найвагоміших елементів які підтверджують достовірність є аналіз

та оцінювання характеристик непевності отримуваних первинних результатів та отримуваних під час опрацювання кінцевих результатів.

Практичною проблемою є те що не завжди є готовими стандартні методики оцінювання характеристик точності результатів вимірювання під час контролю. На сьогоднішній день не існує стандартних методик оцінювання непевності таких результатів вимірювання під час контролю параметрів виробів.

Проблемою є також і то, що хоча основні контрольовані показники (відносне видовження і границя текучості) встановлені на основі статистичного опрацювання результатів спостережень, однак до них не можна застосувати стандартну методику оцінювання непевності за методом типу А, яка описана у [7]. Це пояснюється тим, що у стандартній методиці [7]:

1. За результат приймають середнє значення спостережень:

$$x_p = \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i ; \quad (5)$$

2. Стандартну непевність визначають як стандартне відхилення спостережень поділене на квадратний корінь з кількості спостережень:

$$u_A(\bar{x}) = \frac{S_x}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} . \quad (6)$$

У представлений вище задачі:

1. Результатом вимірювання не є середнє значення, а мінімальне спостереження ($x_p = x_{\min}$).
2. Стандартна непевність цього значення не може бути обчислена за попереднім виразом (6).

Тому **метою роботи** є опрацювання методики оцінювання непевності результатів вимірювань під час контролю відносного видовження та границі текучості зразків лопаток при розриві, а також дослідження ефективності методики Монте-Карло для перевірки достовірності отриманих результатів, отримання результатів вимірювань, які б задовольняли вимоги виробництва.

3. Методика оцінювання непевності результатів вимірювань відносного видовження і границі текучості

Опрацювання характеристик непевності отриманих результатів здійснимо двома методами:

1. Аналітико-числовим, який ґрунтується на аналізі та обчисленні непевності результатів на основі метрологічних властивостей використовуваних ЗВТ, умов вимірювань, рівнянь, які описують залежність шуканих параметрів від безпосередньо отримуваних результатів вимірювань та самих результатах прямих вимірювань.

Аналітичний метод загалом передбачає лінеаризацію залежностей і тому є в тій чи іншій мірі наближенням. Цим методом оцінюємо складові непевності типу В.

2. Методом Монте-Карло, який ґрунтується на статистичному моделюванні вимірювальної задачі, не потребує аналітичних спрощень і особливо ефективним є при обчисленні непевностей у нелінійних рівняннях вимірювань.

3.1. Аналітико-числовий аналіз непевності

3.1.1. Перевірка на аномальність найменшого результату відносного видовження зразків в момент розриву ε_p .

3.1.2. Визначення їх середніх значень ($n = 5$ – кількість спостережень) для лопатки типу 1 - $\bar{\varepsilon}_1$ та для лопатки типу 2 - $\bar{\varepsilon}_2$ (далі значення вказані для відповідних типів лопаток 1 та 2):

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \varepsilon_{pi} ; \quad (7)$$

$$1) \bar{\varepsilon} = 581.891 \text{ мм};$$

$$2) \bar{\varepsilon} = 573.441 \text{ мм}.$$

3.1.3. Незміщена оцінка стандартного відхилення:

$$S_{\varepsilon} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\varepsilon_{pi} - \bar{\varepsilon})^2} ; \quad (8)$$

$$1) S_{\varepsilon} = 10.873 \text{ мм};$$

$$2) S_{\varepsilon} = 5.866 \text{ мм}.$$

3.1.4. Перевірка на аномальність. Обчислення проновормованого до оцінки стандартного відхилення найменшого елемента $\varepsilon_{S1} = 563.38$ мм від середнього значення:

$$v_{\varepsilon} = \frac{\bar{\varepsilon} - \varepsilon_{S1}}{S_{\varepsilon}} ; \quad (9)$$

$$1) v_{\varepsilon} = 1.703;$$

$$2) v_{\varepsilon} = 1.715.$$

Для рівня значущості $\alpha = 5\%$ згідно з [8] граничне значення $v_{\text{доп}} = 1.917$. Отже $v_{\varepsilon} < v_{\text{доп}}$ тобто для лопатки тип 1 - $1.703 < 1.917$, для лопатки тип 2 - $1.715 < 1.917$, отже на рівні значущості 5% серед результатів спостережень немає аномальних (хибних).

3.2. Оцінювання стандартної непевності найменшого результату

3.2.1. Непевність найменшого значення відносного видовження має дві складові:

1) інструментальну складову зумовлену непевністю показів вимірювальної машини та додаткового устаткування (штангерцикуль та мікрометр), оцінювану за методом типу В – сумарна стандартна непевність $u_{CB}(\varepsilon_{S1})$;

2) статистичну складову, зумовлену статистичним розкидом результатів, оцінювану за методом типу А $u_{CA}(\varepsilon_{S1})$,

Сумарну стандартну непевність знаходимо відповідно до [7, 8]:

$$u_c(\varepsilon_{S1}) = \sqrt{u_{CB}^2(\varepsilon_{S1}) + u_{CA}^2(\varepsilon_{S1})} . \quad (10)$$

3.2.2. Оцінюємо стандартну непевність найменшого результату за методом типу В.

Відповідно до виразу відносного видовження (1) його відносну сумарну стандартну непевність обчислюємо за виразом:

$$u_{CB,rel}(\varepsilon_{S1}) = \sqrt{u_{B,rel}^2(\Delta l_p) + u_{B,rel}^2(\Delta L_0)} ; \quad (11)$$

$$u_{B,rel}(\Delta l_p) = \frac{u_B(\Delta l_p)}{\Delta l_p} \cdot 100\% ; \quad (12)$$

$$u_{B,rel}(\Delta L_0) = \frac{u_B(\Delta L_0)}{L_0} \cdot 100\% . \quad (13)$$

де $u_{B,rel}(\Delta l_p)$ та $u_{B,rel}(\Delta L_0)$ - відносні стандартні непевності видовження (за показом машини) та початкової довжини (за результатом калібрування).

Для допустимого відхилення результату вимірювання довжини $\Delta l_{гр.} = \pm 1$ мм (приймаючи рівномірний в межах допустимих відхилень розподіл) відносна стандартна непевність видовження зразка у момент розриву становить:

$$u_{B,rel}(\Delta l_p) = \frac{\Delta l_{zp}}{\Delta l_p \sqrt{3}} 100\% ; \quad (14)$$

$$1) u_{B,rel}(\Delta l_p) = 0.412\% ;$$

$$2) u_{B,rel}(\Delta l_p) = 0.206\% .$$

Оскільки за результатом калібрування розширена невизначеність початкової довжини зразка становить ± 0.01 мм ($k=2$, $p \approx 0.95$), то відносна стандартна непевність початкової довжини за формулою (13) становить:

$$1) u_{B,rel}(\Delta L_0) = 0.0201\% ;$$

$$2) u_{B,rel}(\Delta L_0) = 0.01006\% .$$

якою порівняно із попередньою можна знехтувати.

Отже відносна сумарна стандартна непевність відносного видовження за методом типу В становить, згідно формули (11):

$$1) u_{cB,rel}(\varepsilon_{S1}) = 0.412\%; \quad 2) u_{cB,rel}(\varepsilon_{S1}) = 0.206\%.$$

Абсолютна сумарна стандартна непевність відносного видовження за методом типу В становить:

$$u_{cB}(\varepsilon_{S1}) = \frac{u_{cB,rel}(\varepsilon_{S1}) \cdot \varepsilon_{S1}}{100\%}; \quad (15)$$

$$1) u_{cB}(\varepsilon_{S1}) = 2.321\%; \quad 2) u_{cB}(\varepsilon_{S1}) = 1.163\%.$$

3.2.3. Оцінювання стандартної непевності найменшого результату за методом типу А, буде виконано методом Монте-Карло.

Аналітичне оцінювання стандартної непевності найменшого результату за методом типу А є дуже складною задачею, оскільки розподіл найменшого результату за невідомих математичного сподівання та стандартного відхилення залежить від кількості спостережень і не має простого аналітичного опису. Асимптотичні залежності справедливі лише для великої кількості спостережень. Натомість при 5 спостереженнях ці залежності є дуже наближеними.

У таких ситуаціях для оцінювання стандартної непевності результату рекомендовано застосувати метод Монте-Карло, засади якого подані у Додатку 1 до Провідника з вираження непевності у вимірюваннях [9].

Аналіз непевності методом Монте-Карло виконано при кількості статистичних досліджень $M=10^6$ – очікувана стандартна непевність отриманих характеристик непевності $\pm 0,1\%$.

Генеруємо $j = 1, 2, \dots, M=10^6$ по $n = 5$ випадкових незалежних нормально розподілених (математичне сподівання $m = 0$, та стандартне відхилення $\sigma = 1$) результатів:

$$\varepsilon = \begin{pmatrix} \varepsilon_{1,1} & \varepsilon_{1,2} & \cdots & \varepsilon_{1,j} & \cdots & \varepsilon_{1,M} \\ \varepsilon_{2,1} & \varepsilon_{2,2} & \cdots & \varepsilon_{2,j} & \cdots & \varepsilon_{2,M} \\ \varepsilon_{3,1} & \varepsilon_{3,2} & \cdots & \varepsilon_{3,j} & \cdots & \varepsilon_{3,M} \\ \varepsilon_{4,1} & \varepsilon_{4,2} & \ddots & \varepsilon_{4,j} & \ddots & \varepsilon_{4,M} \\ \varepsilon_{5,1} & \varepsilon_{5,2} & \cdots & \varepsilon_{5,j} & \cdots & \varepsilon_{5,M} \end{pmatrix}. \quad (16)$$

Для кожних з $n = 5$ спостережень обчислюємо середнє значення:

$$\bar{\varepsilon}_j = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \varepsilon_{i,j}. \quad (17)$$

Стандартне відхилення:

$$s_j = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\varepsilon_{i,j} - \bar{\varepsilon}_j)^2}. \quad (18)$$

А також найменший результат

$$\varepsilon_{(1),j} = \min(\varepsilon_{1,j}, \varepsilon_{2,j}, \varepsilon_{3,j}, \varepsilon_{4,j}, \varepsilon_{5,j}). \quad (19)$$

На основі цих значень обчислюємо: відхилення v_{ε_j} найменшого результату від середнього значення та стандартизоване v_j (шляхом нормування v_{ε_j} до стандартного відхилення спостережень) відхилення найменшого результату від середнього значення s_j :

$$v_{\varepsilon_j} = \bar{\varepsilon}_j - \varepsilon_{(1),j}; \quad (20)$$

$$v_j = \frac{\bar{\varepsilon}_j - \varepsilon_{(1),j}}{s_j}. \quad (21)$$

Далі виконуємо статистичне опрацювання отриманих результатів:

- обчислюємо середнє значення стандартизованого відхилення найменшого результату від середнього значення:

$$\bar{v} = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M v_j = 1.23713; \quad (22)$$

- обчислюємо оцінку стандартного відхилення:

$$s_v = \sqrt{\frac{1}{M-1} \sum_{j=1}^M (v_j - \bar{v})^2} = 0.263213; \quad (23)$$

- будуюмо гістограму відхилення найменшого результату відносного видовження від середнього значення (рис. 2);

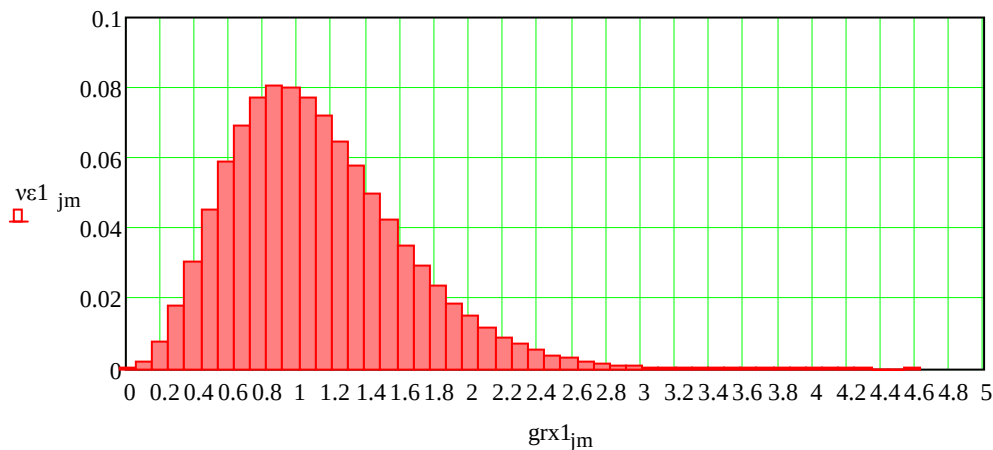


Рис. 2. Гістограма відхилення найменшого результату відносного видовження від середнього значення (для $n = 5, M = 10^6$).

- будуюмо гістограму стандартизованого відхилення найменшого результату відносного видовження від середнього значення (рис. 3);

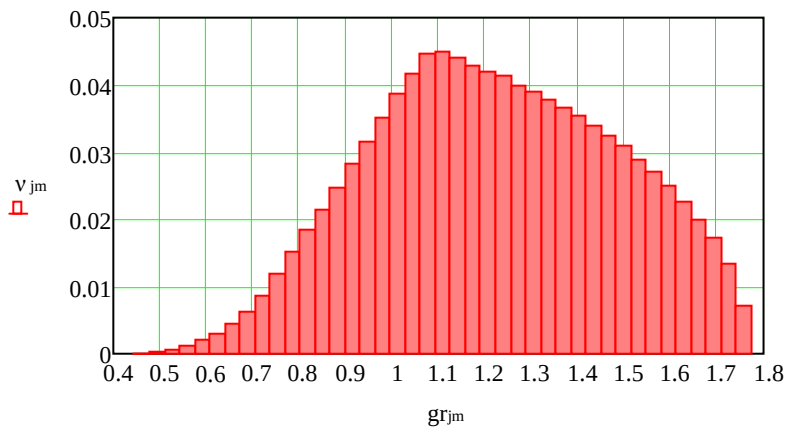


Рис. 3. Гістограма стандартизованого відхилення найменшого результату відносного видовження від середнього значення (для $n = 5, M = 10^6$).

Сортуємо значення стандартизованого відхилення найменшого результату відносного видовження від середнього значення v_j вихідної величини $vs_j = \text{sort}(v_j)$ за зростанням i визначаємо найменше значення $\min(v) = 0.460$ та найбільше значення $\max(v) = 1.789$ і порівнюємо їх з теоретичними: найменшим значенням $\min_teor(v) = 1/\sqrt{n} = 0.447$ та найбільшим значенням $\max_teor(v) = (1-n)/\sqrt{n} = 4/\sqrt{5} = 1.789$.

На основі отриманих значень обчислюємо:

- мінімально можливе значення найменшого результату відносного видовження (без урахування складової типу В)

$$\varepsilon_{s1,\min} = \bar{\varepsilon} - s_{\varepsilon} \cdot \frac{4}{\sqrt{5}}; \quad (24)$$

$$1) \varepsilon_{s1,\min} = 562.441 \text{ мм};$$

$$2) \varepsilon_{s1,\min} = 562.947 \text{ мм}.$$

- мінімально можливе значення найменшого результату відносного видовження з урахування складової типу В

$$\varepsilon_{sI,\min,\min} = \varepsilon_{sI,\min} - \frac{\Delta_{I,ep}}{L_0} 100\%; \quad (25)$$

$$1) \varepsilon_{sI,\min,\min} = 558.42\%; \quad 2) \varepsilon_{sI,\min,\min} = 560.935\%.$$

Порівнюючи це значення з допустимим для лопатки тип 1 - (350%), для лопатки тип 2 - (500%), можемо стверджувати, що з урахуванням непевності найменшого значення відносного видовження воно не виходить за межі допустимих значень.

Найменш можливе значення найменшого результату відносного видовження на рівні довіри $p=1-\alpha$ ($k_{0.95}, \nu = 1.710$ - із експериментальної функції розподілу знайденої методом Монте-Карло при ймовірності $p=0.95$, тут $\alpha=0.05$ (5%)) (рис. 4):

$$\varepsilon_{sI,1-\alpha} = \bar{\varepsilon} - s_{\varepsilon} \cdot k_{\alpha,\nu}; \quad (26)$$

$$1) \varepsilon_{sI,1-\alpha} = 563.30\%; \quad 2) \varepsilon_{sI,1-\alpha} = 563.41\%.$$

що є дуже близькими до експериментально зареєстрованими значенням 563,38%.

Очікуване значення найменшого результату

$$\bar{\varepsilon}_{sI} = \bar{\varepsilon} - s_{\varepsilon} \cdot \bar{\nu}; \quad (27)$$

$$1) \bar{\varepsilon}_{sI} = 568.44\%; \quad 2) \bar{\varepsilon}_{sI} = 566.184\%.$$

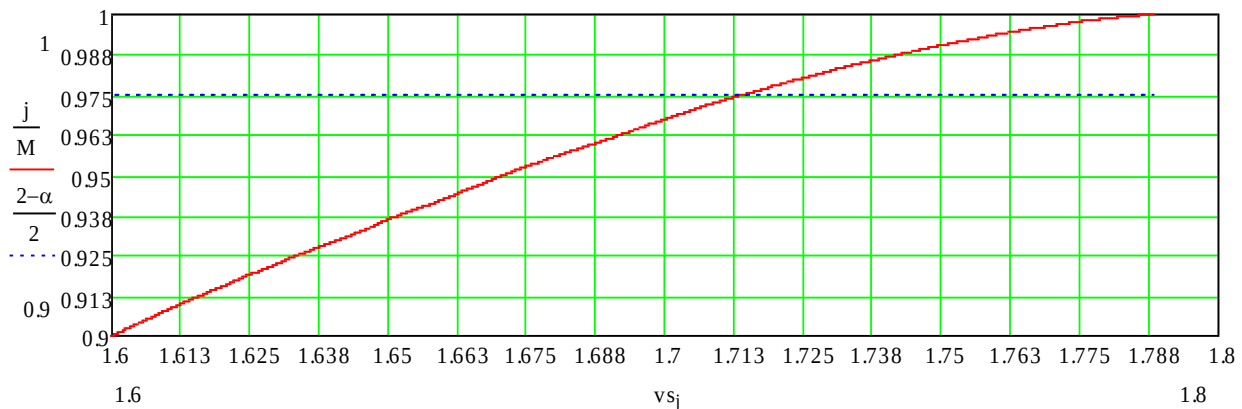


Рис. 4. Фрагмент експериментальної функції розподілу для ймовірності від 0,90 до 1

Стандартна непевність очікуваного значення найменшого результату обчислена за методом типу А:

$$u_A(\varepsilon_{sI}) \approx s_{\varepsilon} \cdot s_{\nu}; \quad (28)$$

$$1) u_A(\varepsilon_{sI}) \approx 2.862\%; \quad 2) u_A(\varepsilon_{sI}) \approx 1.544\%.$$

Сумарна стандартна непевність очікуваного значення найменшого результату:

$$u_c(\varepsilon_{sI}) = \sqrt{u_A^2(\varepsilon_{sI}) + u_{CB}^2(\varepsilon_{sI})}; \quad (29)$$

$$1) u_c(\varepsilon_{sI}) \approx 3.685\%; \quad 2) u_c(\varepsilon_{sI}) \approx 1.933\%.$$

Відносна сумарна стандартна непевність очікуваного значення найменшого результату:

$$u_{c,rel}(\varepsilon_{sI}) = \frac{u_c(\varepsilon_{sI})}{|\varepsilon_{sI}|} 100\%; \quad (30)$$

$$1) u_{c,rel}(\varepsilon_{sI}) = 0.654\%; \quad 2) u_{c,rel}(\varepsilon_{sI}) = 0.343\%.$$

Результати досліджень непевності вимірювання границі текучості наведені у табл. 6

Таблиця 6.

Результати досліджень непевності вимірювання границі текучості

Показник	Розрахункова формула	Значення		Примітки
		Лопатка тип 1	Лопатка тип 2	
1	2	3	5	6

Середнє значення $\overline{\sigma_{pt}}$, Н/мм ²	$\overline{\sigma_{pt}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sigma_{pt,i}$	22,573	22,078	
Незміщена оцінка стандартного відхилення S_{σ} , Н/мм ²	$S_{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\sigma_{pt,i} - \overline{\sigma_{pt}})^2}$	0,08	0,192	
Нормовані max відхилення від середнього значення v_{σ}	$v_{\sigma} = \frac{\max \overline{\sigma_{pt}} - \sigma_{s1} }{S_{\sigma}}$	1,266	1,524	Відсутні аномалії
		$v_{\text{доп}} = 1.917$		
Сумарна стандартна непевність початкової площі A_0 , %	$u_{c,rel}(A_0) = \sqrt{u_{B,rel}^2(D) + u_{B,rel}^2(b_2)}$	0,209	0,085	
Відносна стандартна непевність навантаження F_{pt} , %	$u_{B,rel}(F_{pt}) = \frac{1}{\sqrt{3}}$	0,577		
Сумарна стандартна непевність границі текучості σ_{pt} , %	$u_{c,rel}(\sigma_{pt}) = \sqrt{u_{c,rel}^2(A_0) + u_{B,rel}^2(F_{pt})}$	0,614	0,584	
Абсолютна сумарна стандартна непевність границі текучості σ_{pt} , %	$u_{cB}(\sigma_{pt}) = \frac{u_{c,rel}(\sigma_{pt}) \cdot \sigma_{s1}}{100\%}$	0,138	0,128	
Мінімально можливе значення найменшого результату границі текучості без урахування складової типу В, $\sigma_{s1,min}$, Н/мм ²	$\sigma_{s1,min} = \overline{\sigma_{pt}} - s_{\sigma} \cdot \frac{4}{\sqrt{5}}$	22,429	21,734	
Мінімально можливе значення найменшого результату границі текучості з урахування складової типу В, $\sigma_{s1,min,min}$, %	$\sigma_{s1,min,min} = \sigma_{s1,min} - \frac{\Delta L_{zp}}{L_0} 100\%$	18,405	17,709	
Найменш можливе значення найменшого результату границі текучості при $k_{0,95}, \nu = 1.710$, $\sigma_{s1,1-\alpha}$, %	$\sigma_{s1,1-\alpha} = \overline{\sigma_{pt}} - s_{\sigma} \cdot k_{\alpha,\nu}$	22,436	21,749	
Очікуване значення найменшого результату $\overline{\sigma_{s1}}$, %	$\overline{\sigma_{s1}} = \overline{\sigma_{pt}} - s_{\sigma} \cdot \bar{v}$	22,474	21,84	
Стандартна непевність очікуваного значення найменшого результату обчислена за методом типу А, $u_A(\sigma_{s1})$, %	$u_A(\sigma_{s1}) \approx s_{\sigma} \cdot s_v$	0,021	0,051	
Сумарна стандартна непевність очікуваного значення найменшого результату, $u_c(\sigma_{s1})$, %	$u_c(\sigma_{s1}) = \sqrt{u_A^2(\sigma_{s1}) + u_{cB}^2(\sigma_{s1})}$	0,14	0,137	
Відносна сумарна стандартна непевність очікуваного значення найменшого результату, $u_{c,rel}(\sigma_{s1})$, %	$u_{c,rel}(\sigma_{s1}) = \frac{u_c(\sigma_{s1})}{ \sigma_{s1} } 100\%$	0,621	0,628	

Висновки:

1. На основі аналізу виявили що стандартна методика оцінювання непевності практично виконаних вимірювань для контролю відносного видовження і границі текучості труб не може бути використана, оскільки результатом не є середнє значення, а мінімальне.

2. Запропоновано двоетапний підхід до обчислення непевності під час контролю: аналітико-числовим методом та методом Монте-Карло. Аналітико-числовий стосується оцінювання непевності за методом типу В, тобто за метрологічними характеристиками використаних ЗВТ, а методом Монте-Карло досліджено характеристики розподілу нормованого відхилення мінімального від середнього, яке не залежить від невідомих математичного сподівання і стандартного відхилення спостережень.
3. Отримано вирази та на основі експериментальних даних, даних про метрологічні властивості вимірювального обладнання виконано обчислення стандартної та розширеної непевності відносного видовження і границі текучості труб.
4. Запропонована методика може бути використана для оцінювання непевності результатів для контрольних вимірювань інших величин, де інформативним параметром є мінімальне (або максимальне) значення із серії кількох спостережень.

1. ДСТУ Б В.2.7-73-98 Труби поліетиленові для подачі горючих газів. Технічні умови. 2. ДСТУ Б EN 1555-1:2012 Системи пластмасових трубопроводів для подачі газоподібного палива. Поліетилен (PE). Частина 1. Загальні вимоги (EN 1555-1:2010, IDT); ДСТУ Б EN 1555-2:2012 Системи пластмасових трубопроводів для подачі газоподібного палива. Поліетилен (PE). Частина 2. Загальні вимоги (EN 1555-2:2010, IDT). 3. ГОСТ 11262-80 Пластмассы. Метод испытания на растяжение (Пластмассы. Метод випробування на розтяг). 4. ГОСТ 26277-84 Пластмассы. Общие требования к изготовлению образцов способом механической обработки (Пластмассы. Загальні вимоги до виготовлення зразків способом механічної обробки). 5. ГОСТ 12423-66 Пластмассы. Условия кондиционирования и испытаний образцов (проб) (Пластмассы. Умови кондиціонування і випробувань зразків (проб)). 6. ДСТУ Б В.2.7-151:2008 Трубы полиетиленові для подачі холодної води. Технічні умови. 7. Guide of the Expression of Uncertainty in Measurement. – ISO, 1993, 1995. 8. Дорожжовець М. Опрацювання результатів вимірювань. Навч. Посібник. – Львів: Видавництво НУ “Львівська політехніка”, 2007. – 624 с. 9. Evaluation of measurement data – Supplement 1 to the “Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement” – Propagation of distributions using a Monte-Carlo method BIPM, IEC, IFCC, ILAC, ISO, IUPAC, IUPAP and OIML. Крім того, детально цей метод описано у: Cox M.G., Siebert B.R.L.: The use of a Monte Carlo method for evaluating uncertainty and expanded uncertainty, Metrologia 43 (2006) s. 178-188.