

Л.В. Мороз, Н.М. Лужецька, А.Я. Горпенюк,

Національний університет "Львівська політехніка"

кафедри "Безпека інформаційних технологій", "Захист інформації"

ОБЧИСЛЮВАЧ ОБЕРНЕНО-ПРОПОРЦІЙНОЇ ФУНКЦІЇ НА ЧИСЛО-ІМПУЛЬСНОМУ КВАДРАТОРІ

© Леонід Мороз, Наталія Лужецька, Андрій Горпенюк, , 2014

Подано результати синтезу та дослідження класичної та конвеєрної структур обчислювача обернено-пропорційної функції на число-імпульсному квадраторі. Показано, що максимальна частота роботи конвеєрної структури є значно вищою за максимальну частоту роботи класичної структури. Точність структури обчислювача на число-імпульсному квадраторі є вищою за точність відомої структури обчислювача на двох число-імпульсних помножувачах.

The results of classical and conveyor inverse function calculators, based on the pulse-number squarer, synthesis and research are given. Maximal work frequency conveyor structure is considerably higher than maximal work frequency of classic structure. Accuracy of calculator, based on the pulse-number squarer, is higher than the accuracy of known calculator, based on two pulse-number multiplier.

Вступ

Як відомо, число-імпульсні функціональні перетворювачі доцільно застосовувати у випадках, коли вимагається табулювання функції або обчислення одної й тої самої функції для значного числа значень аргументів, або коли значення аргументу функції розгорнуте в часі, що має місце, наприклад, в деяких алгоритмах комп'ютерної графіки, вимірювання, криптоаналізу, тощо. За таких умов число-імпульсні функціональні перетворювачі мають істотну перевагу над універсальними перетворювачами за швидкодією. З іншого боку, число-імпульсні функціональні перетворювачі, які будують за принципом цифрового наближення породжуючих диференціальних рівнянь, мають специфічні похибки перетворення і містять зворотні зв'язки, що ускладнює аналіз точності таких перетворювачів, вимагаючи, як правило, їх імітаційного моделювання. Саме за умови уважного структурного та параметричного синтезу число-імпульсних функціональних перетворювачів, їх адекватного і повного імітаційно-математичного моделювання, такі перетворювачі за згаданих умов істотно випереджають універсальні перетворювачі за швидкодією. Все це стосується, зокрема, й обчислювача обернено-пропорційної функції, який широко застосовується в обчислювальній і вимірювальній техніці, розробці й дослідженню вдосконаленої число-імпульсної структури якого присвячено цю роботу.

Аналіз методів число-імпульсного обчислення обернено-пропорційної функції

Узагальнюючи методи побудови обчислювачів такого типу, можна зробити висновок, що такі обчислювачі будують за принципом інтегрування породжуючих задану

функціональну залежність диференціальних рівнянь. Методика синтезу число-імпульсних обчислювачів детально розглянута в [1]. Ця методика містить етап диференціювання заданої функціональної залежності для отримання породжуючого диференціального рівняння, етап декомпозиції цього рівняння в систему рівнянь, для відтворення яких існують базові число-імпульсні блоки, етап композиції для отримання реальної залежності, яку буде наближено відтворювати синтезована число-імпульсна структура, і для визначення початкових умов роботи структури. Зокрема, якщо застосовувати цю методику стосовно обернено-пропорційної залежності:

$$z = \frac{1}{x}, \quad (1)$$

можна отримати одне з таких породжуючих диференціальних рівнянь:

$$dz = -\frac{1}{x^2} \cdot dx \quad (2)$$

$$dz = -\frac{z}{x} \cdot dx \quad (3)$$

$$dz = -z^2 \cdot dx \quad (4)$$

Подальша декомпозиція будь-якого з цих рівнянь в систему рівнянь Шеннона не є однозначною. У [3] показано, що диференціальне рівняння (2) можна розкласти в систему рівнянь Шеннона сімома різними способами. Число-імпульсні обчислювачі, побудовані за кожною із цих семи систем, на сьогоднішній день ґрунтовно досліджені. Зокрема в [3] досліджено, включно з пошуком оптимальних початкових умов роботи, число-імпульсні обчислювачі, побудовані за системами (5), (6) – структури на двох число-імпульсних помножувачах.

$$\begin{cases} d\alpha = \frac{z}{N_m} \cdot dz \\ dz = -\frac{\alpha}{N_m} \cdot dx \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{cases} d\alpha = \frac{z}{N_m} \cdot dx \\ dz = -\frac{z}{N_m} \cdot d\alpha \end{cases} \quad (6)$$

Такі обчислювачі мають необмежений діапазон зміни аргументу. Також показано, що при забезпеченні оптимальних початкових умов, які можна знайти в процесі імітаційного моделювання, максимальна абсолютна похибка обчислювача, побудованого за системою (6) складає близько одної одиниці молодшого розряду результату (о.м.р.) перетворення. Тобто точність обчислювачів на помножувачах є достатньо високою, однак сильно залежить від вибору початкових умов і, як буде показано далі, може бути покращена.

Разом з тим, проведений аналіз показав, що існує можливість побудови число-імпульсних обчислювачів обернено-пропорційної функції на основі систем рівнянь, які містять ширший набір базових функцій, ніж класична і модифікована системи рівнянь

Шеннона. Актуальним та доцільним є розроблення та дослідження структур такого типу. Актуальною є також задача розроблення і дослідження конвеєрних структур обчислювачів обернено-пропорційної функції, які мають значно вищу максимальну частоту роботи порівняно з класичними структурами обчислювача [2].

Розроблення структури обчислювача обернено-пропорційної функції на число-імпульсному квадраторі

Очевидно, що обчислювач обернено-пропорційної функції можна побудувати не тільки за одною із систем (5), а безпосередньо за породжуючим диференціальним рівнянням, наприклад, за рівнянням (4). Але для цього необхідно мати квадратор результату z . Варіантів побудови квадратора є багато. В даній роботі, з метою збереження переваг число-імпульсних перетворювачів, було поставлено задачу побудови обчислювача обернено-пропорційної функції саме на число-імпульсному квадраторі. При постановці задачі прогнозувалося, що такий обчислювач, як і структури, які досліджені в [3], буде мати безмежний діапазон зміни аргументу завдяки тому, що породжуюче рівняння (4) не містить інтегрального значення аргументу x . Прогнозувалося також, що обчислювач на квадраторі буде точнішим за структури, досліджені в [3], за рахунок зменшення числа цифрових (заокруглюючих) інтеграторів.

Маючи обчислену величину:

$$f = z^2, \quad (7)$$

число-імпульсний обчислювач обернено-пропорційної функції можна побудувати за рівнянням (4) на одному-єдиному число-імпульсному помножувачі (цифровому інтеграторі). В такому обчислювачі ми, очевидно, отримаємо не dz , а скінчені (одиничні) прирости результату z . Причому ці прирости, відповідно до (4), є від'ємними. За одиничними від'ємними приростами z , враховуючи (7), послідовність необхідних значень f можна отримати за рекурентним рівнянням:

$$f_i = z_i^2 = (z_{i-1} - 1)^2 = z_{i-1}^2 - 2z_{i-1} + 1 = f_{i-1} - 2z_{i-1} + 1$$

Це рівняння описує роботу точного число-імпульсного квадратора, який і застосовано в розробленому обчислювачі обернено-пропорційної функції. На Рис.1 подано розроблену структуру обчислювача на число-імпульсному квадраторі. В лічильнику ЛЧР, який має n розрядів, підраховуються одиничні прирости результату z відповідно до різницевого рівняння, яке наближає породжуюче диференціальне рівняння (4). На комбінаційному суматорі СМ1 та регістрі РГ1 побудовано число-імпульсний квадратор, який працює відповідно до виведеного рекурентного рівняння. Розрядність СМ1 та РГ1 – $2n$. На комбінаційному суматорі СМ2 та регістрі РГ2 розрядності $2n$ побудовано число-імпульсний помножувач, який наближено відтворює (4).

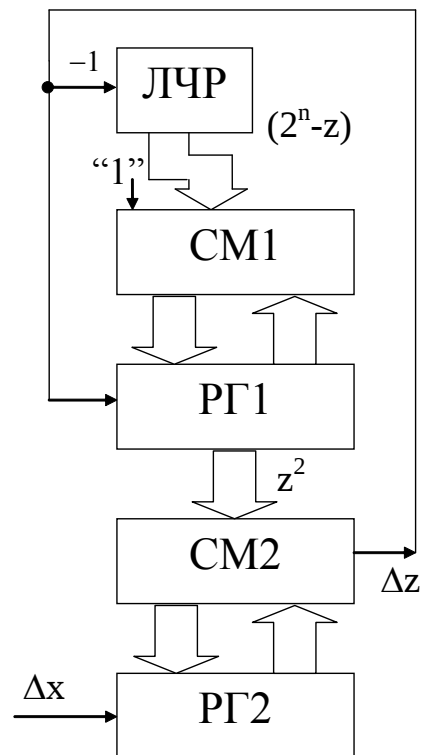


Рис.1. Структура обчислювача обернено-пропорційної функції на число-імпульсному квадраторі

Роботу синтезованої структури можна наближено описати різницеvim рівнянням:

$$\Delta z = \frac{-z^2 \cdot \Delta x}{2^{2n}} \quad (8)$$

Якщо наблизити прирости в рівнянні (8) диференціалами, розв'язати отримане диференціальне рівняння і забезпечити виконання початкових умов:

$$z_0 = 2^n, \quad (9)$$

то виявимо, що робота структури на Рис.1 наближено описується залежністю:

$$z = \frac{2^{2n}}{x} \quad (10)$$

Дослідження класичної та конвеєрних структур обчислювачів обернено-пропорційної функції на число-імпульсних помножувачах

З метою дослідження похибок розробленої структури обчислювача обернено-пропорційної функції на число-імпульсному квадраторі було розроблено імітаційну модель такого обчислювача. Розроблена імітаційна модель передбачає можливість пошуку оптимального значення початкового вмісту РГ2 (Рис.1), яке забезпечує мінімальну ширину діапазону абсолютної похибки перетворення структури. Такий підхід дозволяє мінімізувати максимальні абсолютні похибки за рахунок введення фіксованої для кожної розрядності корекції результату перетворення. Основні результати дослідження похибок обчислювача (Рис.1) зведено в Таблицю 1.

Таблиця 1. Похибки розробленого обчислювача

Розрядність ЛЧР, n	Початковий вміст РГ2	2^{2n-1}	$\Delta_{\max}$, о.м.р.	$\Delta_{\min}$, о.м.р.	Діапазон похибки, о.м.р.
4	110	128	0,565217	-0,363636	0,928854
5	493	512	0,655172	-0,363636	1,018809
6	1930	2048	0,627907	-0,448852	1,076759
7	7378	8192	0,622857	-0,450505	1,073362
8	28101	32768	0,635556	-0,481689	1,117245
9	2^{17}	2^{17}	0,670051	-0,484661	1,154712
10	2^{19}	2^{19}	0,679410	-0,493817	1,173227
11	2^{21}	2^{21}	0,684043	-0,495071	1,179114
12	2^{23}	2^{23}	0,681499	-0,497638	1,179137
13	2^{25}	2^{25}	0,683690	-0,498285	1,181975
14	2^{27}	2^{27}	0,683013	-0,499052	1,182065
15	2^{29}	2^{29}	0,682400	-0,499373	1,181773

В Таблиці 1 подано результати дослідження структур з розрядністю лічильника результату (Рис.1) від 4 до 15. Серед результатів вказано мінімальне і максимальне значення абсолютних похибок перетворення в одиницях молодшого розряду (до корекції) і

відповідний діапазон абсолютної похибки перетворення. Ці значення отримано за умови забезпечення вказаного початкового вмісту РГ2. Для розрядностей 4-8 значення похибок є найменші, а знайдене при моделювання значення початкового вмісту РГ2 – оптимальне. Для розрядностей ЛЧР більше 10 (відповідно розрядності інших блоків – більше 20) повне моделювання обчислювача (Рис.1) з пошуком оптимального вмісту РГ2 стає надто трудомістким. Тому початковим вмістом РГ2 для розрядності n було обране число 2^{2n-1} , яке, як показано в Таблиці 1 для $n = 4 \dots 8$ близьке до оптимального. Зміст згаданої корекції результату для мінімізації абсолютних похибок розглянемо на прикладі 10-розрядного обчислювача. Мінімальний діапазон похибки для такого обчислювача 1,173227 о.м.р. (Таблиця 1), що відповідає найменшим максимальним абсолютним похибкам $\pm 0,5866135$ о.м.р. Для досягнення таких значень похибки, як впливає з даних Таблиці 1, результат обчислення необхідно відкоригувати на величину $0,67941 - 0,5866135 = 0,0927965$. Якщо таку корекцію не здійснювати, доцільно при моделюванні вести пошук таких оптимальних початкових чисел в РГ2, які забезпечують мінімальні значення не діапазону похибки, а власне абсолютної похибки результату [5]. Таке дослідження також було проведене, і його результати зведено у Таблицю 2.

Таблиця 2. Результати дослідження похибок обчислювача без корекції

Розрядність ЛЧР, n	Початковий вміст РГ2	$\Delta_{\max}$, о.м.р.	$\Delta_{\min}$, о.м.р.
4	35	0,5263157	-0,570552
5	189	0,555555	-0,556701
6	1250	0,487179	-0,600000
7	3790	0,637037	-0,593984
8	22000	0,624080	-0,625570
9	84000	0,627376	-0,623853
10	350000	0,616858	-0,630501
11	1460000	0,622351	-0,633014
12	5800000	0,632164	-0,636332
13	24000000	0,633200	-0,637902
14	96500000	0,6304215	-0,637602
15	386000000	0,6319727	-0,637376

Отримані результати дослідження обчислювача на число-імпульсному квадраторі (Таблиці 1,2) свідчать, що точність такого обчислювача є вищою за точність структури на двох число-імпульсних помножувачах, дослідженої в роботі [3]. Адже абсолютна похибка перетворення структури, дослідженої в [3] досягає значень $\pm 0,9$ о.м.р.

З метою підвищення максимальної частоти роботи обчислювача обернено-пропорційної функції, розроблену структуру (Рис.1) було реалізовано на конвеєрних структурних елементах [2]. Для дослідження похибок такої конвеєрної структури було розроблено її імітаційну модель із застосуванням моделей конвеєрних структурних елементів, запропонованих в роботі [4]. При дослідженні застосовувалась також

вдосконалена методика моделювання конвеєрних число-імпульсних функціональних перетворювачів, запропонована в роботі [4].

На Рис.2. подано графік абсолютної похибки перетворення конвеєрної структури обчислювача на число-імпульсному квадраторі з 15-розрядним конвеєрним лічильником результату. За такої розрядності ЛЧР розрядність інших конвеєрних блоків обчислювача

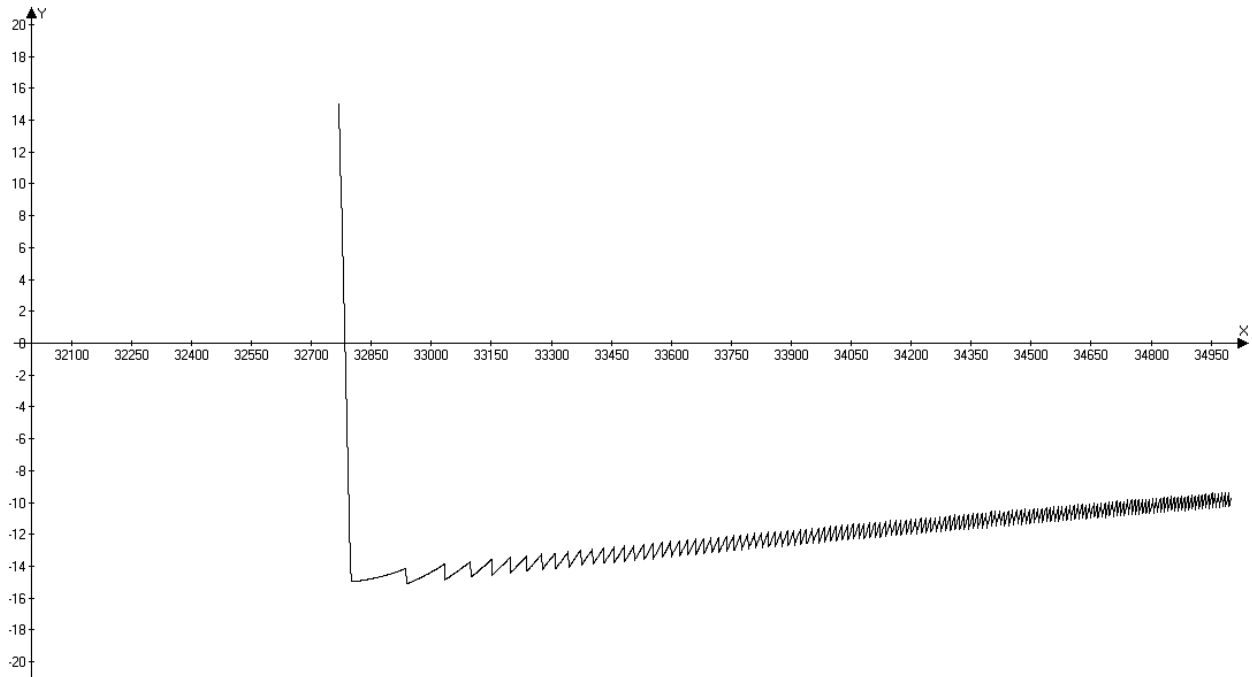


Рис. 2. Графік абсолютної похибки перетворення 15-розрядного конвеєрного обчислювача

складе 30 двійкових розрядів. Результати дослідження (Рис.2) показують, що максимальні значення абсолютної похибки перетворення такої структури складають ± 15 о.м.р. результату перетворення. При чому ці максимальні значення мають місце на самому початку діапазону перетворення. Для конвеєрної порозрядної структури зі зворотним зв'язком це мінімальні значення похибки перетворення, які можна досягнути. Причому, як показано у [2], таке збільшення абсолютної похибки перетворення в конвеєрній структурі з надлишком компенсується її істотним вигравом в частоті роботи порівняно з класичною число-імпульсною обчислювальною структурою.

Для порівняння було також розроблено конвеєрну структуру обчислювача на двох число-імпульсних помножувачах, побудовану за системою (6). Для її дослідження було складено імітаційну модель із застосуванням моделей базових вузлів і методик, запропонованих у [4]. На Рис.3а подано графік абсолютної похибки перетворення 6-розрядного варіанту такої структури при нульових початкових вмістах регістрів помножувачів. На Рис. 3б — результати моделювання того-ж 6-розрядного варіанту конвеєрного обчислювача за знайдених оптимальних значень вмісту обох регістрів. Аналіз отриманих результатів і їх порівняння з результатами дослідження конвеєрного обчислювача на квадраторі показує, що точність конвеєрного обчислювача на квадраторі є значно вищою — адже навіть в 15-розрядному варіанті такого обчислювача похибка є меншою за похибку 6-розрядного конвеєрного обчислювача на двох помножувачах.

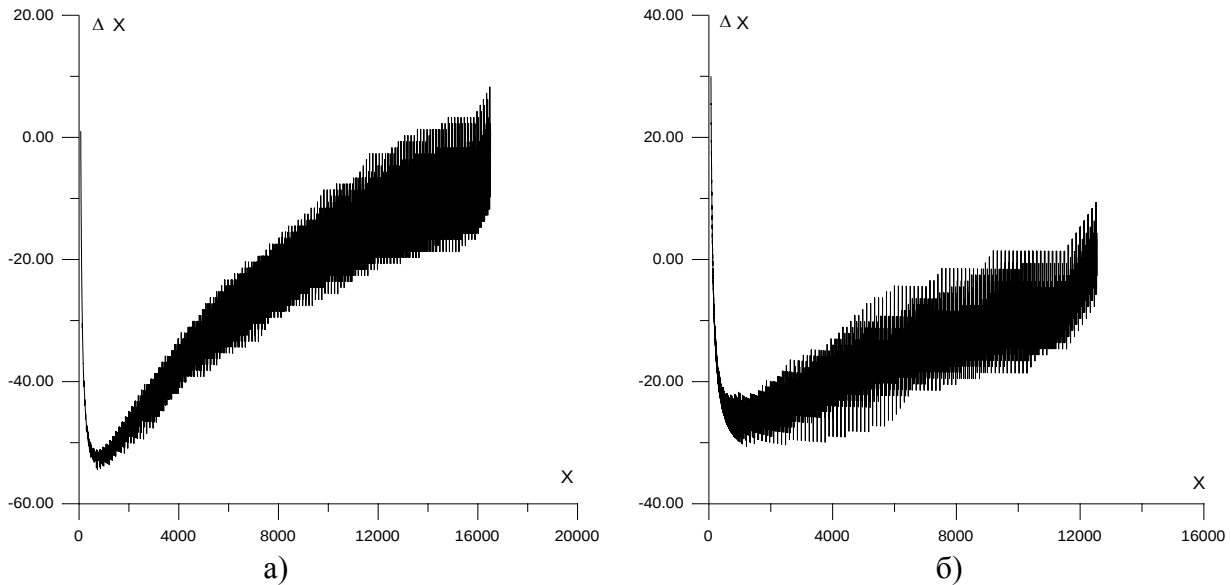


Рис.3. Графіки абсолютних похибок 6-розрядного конвеєрного обчислювача обернено-пропорційної функції на двох число-імпульсних помножувачах з неоптимізованими (а) та оптимальними (б) початковими умовами роботи.

Висновки

В роботі запропоновано число-імпульсну структуру обчислювача обернено-пропорційної функції на одному число-імпульсному помножувачі та число-імпульсному квадраторі. Розглянуто класичну та конвеєрну структури такого обчислювача. Для порівняння розроблено також конвеєрну структуру обчислювача на двох число-імпульсних помножувачах. За допомогою розроблених імітаційних моделей виконано дослідження класичного та конвеєрного варіантів обчислювача. Результати виконаних досліджень свідчать про вищу точність запропонованої структури порівняно з відомим варіантом обчислювача на двох число-імпульсних помножувачах. Також результати досліджень дозволили виявити оптимальні початкові умови роботи запропонованого обчислювача, за яких досягаються кращі показники точності.

1. Дудикевич, В. Б. Число-імпульсні функціональні перетворювачі [Текст] : автореф. дис. ... д-ра техн. наук./ Дудикевич Валерій Богданович. - Львів, 1991.
2. Горпенюк, А. Я. Принципи побудови конвеєрних базових вузлів число-імпульсних вимірювальних перетворювачів [Текст, рисунки] / Горпенюк А.Я. // : "Контроль і управління в технічних системах" (КУТС-97). Книга за матеріалами конференції: Том2.-: "Універсум-Вінниця". - 1997. - С. 137-140.
3. Горпенюк, А. Я. Число-імпульсний функціональний блок широкодіапазонного цифрового частотоміра [Текст] / Горпенюк А.Я., Дудикевич В.Б., Лагун А.Е. // Вісник НУ "Львівська політехніка" – "Автоматика, вимірювання та керування". - 2004. - №500. - С. 81-88.
4. Горпенюк, А. Я. Імітаційне моделювання конвеєрних число-імпульсних функціональних перетворювачів [Текст] / Горпенюк А.Я., Дудикевич В.Б., Лужецька Н.М. // Вісник НУ "Львівська політехніка" – "Автоматика, вимірювання та керування". - 2005. - №530. - С. 66-75.
5. Стахів М.Ю. Корекція похибок число-імпульсних функціональних перетворювачів / М.Ю. Стахів, Л.В. Мороз, Р.І. Стахів // II Міжнародна науково-практична конференція "Сучасні наукові дослідження – '2006" –Дніпропетровськ, 20-28 лютого 2006 р. – С. 34 - 38.