

В.Самотий^{1,2}, У.Дзелендзяк¹1. Національний університет "Львівська політехніка",
кафедра комп'ютеризованих систем автоматики2. Politechnika Krakowska im. Tadeusza Kościuszki,
katedra Automatyki i Technik Informacyjnych

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ КАСКАДУ «ОДНОФАЗНИЙ ДВОПІВПЕРІОДНИЙ ВИПРЯМЛЯЧ – МОТОР ПОСТІЙНОГО СТРУМУ З ПАРАЛЕЛЬНИМ ЗБУДЖЕННЯМ»

© Самотий В., Дзелендзяк У., 2013

Mathematical model of the system: the single-phase bisemiperiodic rectifier with two valves - motor of direct-current with parallel excitation is resulted and method for transient and steady-state analysis of it operational modes is suggested.

Keywords - single-phase bisemiperiodic rectifier, motor of direct-current with parallel excitation, transient operational modes, steady-state operational modes, additional logic variables.

Наведено математичну модель каскаду: однофазний двопівперіодний випрямляч з двома вентилями – мотор постійного струму з паралельним збудженням, а також запропоновано метод аналізу перехідних та усталених режимів його роботи.

Ключові слова – однофазний двопівперіодний випрямляч, мотор постійного струму з паралельним збудженням, перехідні процеси, усталені процеси, додаткові логічні змінні.

Вступ

Мотори постійного струму широко застосовуються в різноманітних галузях промисловості, тому проблема керування швидкістю обертання їх роторів є актуальною. В залежності від сполучення обмоток мотору, їх поділяють на мотори з незалежним, паралельним та послідовним збудженнями. Розглянемо систему керування мотором постійного струму з паралельним збудженням, коли одна і та ж постійна напруга паралельно живить обмотку збудження і якір. Одним з методів керування швидкістю обертання якорів моторів постійного струму є зміна напруги живлення якірного кола і обмотки збудження одночасно. Для цього можна використати перетворювач змінної напруги в постійну, а саме однофазний двопівперіодний випрямляч, що містить два керовані вентиля (тиристори). Тоді, змінюючи кут запалювання тиристорів, можна впливати на рівень вихідної напруги, і, відповідно, на швидкість обертання якоря мотора постійного струму з паралельним збудженням.

Математичне моделювання такої системи пов'язане з певними труднощами, які зумовлені нелінійними характеристиками її елементів. Це характеристики намагнетичення осердя трансформатора, вольт-амперні характеристики напівпровідникових вентилів та магнетні характеристики мотора постійного струму. Саме врахування цих типів нелінійностей робить задачу математичного моделювання досить складною.

Запропоновано математичну модель каскаду: однофазний двопівперіодний випрямляч – мотор постійного струму з паралельним збудженням, в якій робота тиристорів змодельована за схемою ідеального ключа, а розрахунок усталених режимів роботи системи здійснюється екстраполяційним ε -алгоритмом.

Аналіз публікацій

Для дослідження динаміки роботи системи керування мотором постійного струму з паралельним збудженням обмежимося методами аналізу нелінійних електромагнетних кіл. В роботі [1] наведено методику розрахунку перехідних процесів з використанням розривних функцій для лінійних електричних кіл, що значно звужує область її застосування. Використання диференційного гармонічного методу для числового розрахунку перехідних процесів у нелінійних електричних колах викладено у роботі [2]. Це дозволило значно зменшити кількість кроків інтегрування і, відповідно, збільшити довжину кроку. В [3] запропоновано методику аналізу перехідних і усталених режимів роботи однофазного двопівперіодного випрямляча з двома вентилями, яка базується на неявних методах числового інтегрування. Аналіз динаміки роботи систем керування мотором постійного струму з використанням явних методів числового інтегрування наведено в роботах [4, 5].

Розглянемо методи розрахунку усталених процесів. Одним з таких методів є метод малого параметру [6], проте основним його недоліком є погана збіжність. Для кіл змінної структури найчастіше використовують два методи: модель чутливостей до початкових умов [7] та екстраполяційний ε -алгоритм [8, 9], перевагою якого є квадратична збіжність ітераційного процесу і те, що він не залежить від природи системи диференціальних рівнянь. Для аналізу динаміки роботи досліджуваної системи керування скористаємося підходом викладеним у роботах [4, 5].

Рівняння динаміки однофазного двопівперіодного випрямляча з двома вентилями

Розглянемо рівняння динаміки однофазного двопівперіодного випрямляча, що містить два керовані вентиля (D_1 , D_2) і C -фільтр (рис. 1). При одній полярності вихідної напруги відкривається вентиль D_1 , а при протилежній – вентиль D_2 . Якщо це керовані вентиля, то необхідною умовою ще

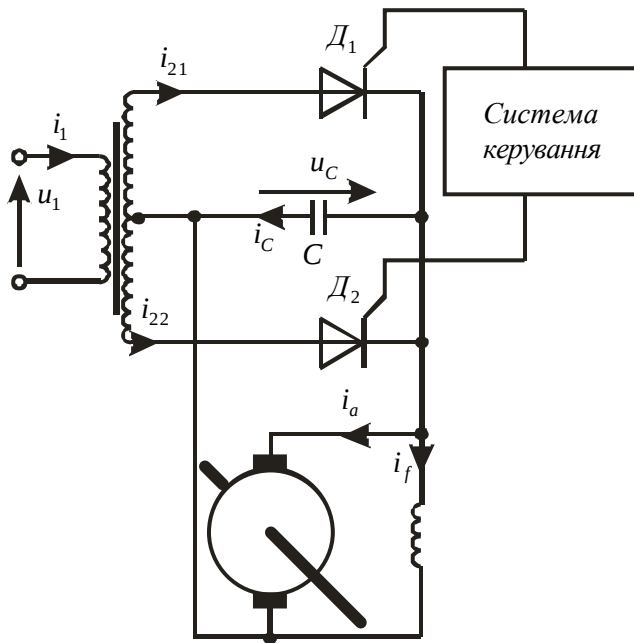


Рис. 1. Принципова схема каскаду двопівперіодний випрямляч – мотор постійного струму з паралельним збудженням

додатково повинна бути наявність сигналу, який дає дозвіл на відкривання вентиля. Такий сигнал формується окремою схемою керування і дає можливість регулювати вихідну напругу випрямляча. Таким чином, в даній схемі можливі три комбінації відкритих і закритих вентилів: 1) D_1 – відкритий, D_2 – закритий; 2) D_1 – закритий, D_2 – відкритий; 3) D_1 , D_2 – закриті.

При виведенні рівнянь динаміки параметри первинної сторони трансформатора будемо вважати приведеними за числом витків до вторинної, а роботу напівпровідникових вентилів подамо за схемою ідеального ключа.

Для побудови математичної моделі однофазного двопівперіодного випрямляча з двома вентилями спочатку необхідно з'ясувати можливу кількість комбінацій відкритих і закритих вентилів. Для кожної з них записати свою систему алгебро-диференціальних рівнянь. Виділити в них спільні риси і з допомогою додаткових логічних змінних записати одну узагальнену систему рівнянь.

Запишемо узагальнені рівняння динаміки. Для цього введемо додаткові логічні змінні k_1 , k_2 , що приймають значення 0, 1. Причому, 0 відповідає закритому стану вентиля, а 1 – відкритому.

$$\frac{d\psi}{dt} = g_1 \frac{d\Psi_1}{dt} + g_{21} \frac{d\Psi_{21}}{dt} + g_{22} \frac{d\Psi_{22}}{dt}, \quad (1)$$

$$\text{де } g_1 = \frac{\alpha_1}{\Delta}, \quad g_{21} = \frac{k_1 \alpha_{21}}{\Delta}, \quad g_{22} = -\frac{k_2 \alpha_{22}}{\Delta}, \quad \Delta = \alpha'' + \alpha_1 + k_1 \alpha_{21} + k_2 \alpha_{22}.$$

Неважко побачити, що підставивши значення $k_1=1, k_2=0$ ми отримаємо рівняння першої комбінації, підставивши $k_1=0, k_2=1$ – рівняння другої комбінації, $k_1=0, k_2=0$ – рівняння третьої комбінації.

Узагальнені вирази для струмів будуть такими:

$$\frac{di_1}{dt} = a_{11} \frac{d\Psi_1}{dt} + a_{12} \frac{d\Psi_{21}}{dt} + a_{13} \frac{d\Psi_{22}}{dt}, \quad (2)$$

$$\frac{di_{21}}{dt} = a_{21} \frac{d\Psi_1}{dt} + a_{22} \frac{d\Psi_{21}}{dt}, \quad (3)$$

$$\frac{di_{22}}{dt} = a_{31} \frac{d\Psi_1}{dt} + a_{33} \frac{d\Psi_{22}}{dt}, \quad (4)$$

$$\text{де } a_{11} = \alpha_1(1 - g_1), \quad a_{12} = -\alpha_1 g_{21}, \quad a_{13} = -\alpha_1 g_{22}, \quad a_{21} = -k_1 \alpha_{21} g_1, \\ a_{22} = k_1 \alpha_{21}(1 - g_{21}), \quad a_{31} = k_2 \alpha_{22} g_1, \quad a_{33} = k_2 \alpha_{22}(1 + g_{22}).$$

Узагальнене рівняння конденсатора таке:

$$\frac{du_C}{dt} = C^{-1}(i_{21} + i_{22} - i_a - i_f), \quad (5)$$

Рівняння (1), (3), (4), (5) запишемо одним матричним виразом

$$\frac{dX}{dt} = BZ(t), \quad (6)$$

$$\text{де } X = (\psi, i_{21}, i_{22}, u_C)^T;$$

$$Z(t) = (u_1 - r_1 i_1, -u_C - r_{21} i_{21}, -u_C - r_{22} i_{22}, i_{21} + i_{22} - i_a - i_f)^T; \quad (7)$$

$$M = \begin{bmatrix} g_1 & g_{21} & g_{22} \\ a_{21} & a_{22} & 0 \\ a_{31} & 0 & a_{33} \end{bmatrix}. \quad (8)$$

Отримані рівняння необхідно доповнити умовами закривання і відкривання вентилів. Якщо вентиль $\mathcal{D}_1$ відкритий, тоді перевіряємо умову його закривання

$$i_{21} = 0, \quad \frac{di_{21}}{dt} < 0, \quad (9)$$

а при її виконанні присвоюємо $k_1=0$. При відкритому вентилі $\mathcal{D}_2$ перевіряємо умову його закривання

$$i_{22} = 0, \quad \frac{di_{22}}{dt} < 0, \quad (10)$$

а при її виконанні присвоюємо $k_2=0$.

Якщо вентиль $\mathcal{D}_1$ закритий, тоді перевіряємо умову його відкривання

$$u_{\partial 1} = -\frac{d\psi}{dt} - u_C > 0, \quad (11)$$

а при її виконанні присвоюємо $k_1 = 1$. При закритому вентилі $\mathcal{D}_2$ перевіряємо умову його відкривання

$$u_{\partial 2} = \frac{d\psi}{dt} - u_C > 0, \quad (12)$$

а при її виконанні присвоюємо $k_2 = 1$.

Рівняння динаміки системи керування

Для запису рівнянь динаміки усієї системи нам бракує диференціальних рівнянь, що описують динаміку роботи МПС з паралельним збудженням. Такі рівняння відомі, тому подамо їх без додаткових математичних виведень. Спочатку запишемо рівняння електромагнетного стану МПС в нормальному вигляді

$$\frac{di_a}{dt} = S_a u_a + T_a u_f + E_a, \quad \frac{di_f}{dt} = T_f u_a + S_f u_f + E_f, \quad (13)$$

$$\text{де } S_a = 1/(L_a + L_{af}L_{fa}/L_{ff}), \quad T_a = -S_a L_{af}/L_{ff}, \quad T_f = -S_a L_{fa}/L_{ff}, \\ E_f = -(L_{fa}E_a + r_f i_f)/L_{ff}, \quad E_a = S_a(L_{af}r_f i_f/L_{ff} - c\omega\Phi - \Delta u - r_a i_a), \quad S_f = (1 - L_{fa}T_a)/L_{ff}.$$

Тут L_a – сумарна індуктивність послідовного кола якоря; L_{ff} – індуктивність обмотки збудження; L_{af} , L_{fa} – взаємні індуктивності кола якоря і кола збудження; r_a , r_f – активні опори кола якоря і кола збудження; ω – кутова швидкість обертання якоря МПС; Φ – магнетний потік мотора; c – конструктивна стала якоря МПС; Δu – падіння напруги в щітковому контакті. При паралельному збудженні слід прийняти $u_a = u_f = u_C$.

У скомпенсованих моторах врахування насичення магнетопровідника можна виконати наближено за кривою намагнення

$$\Phi = \Phi(i_f), \quad L_{ff} = L_{ff}(i_f). \quad (14)$$

У ненасиченому моторі

$$\Phi = ki_f, \quad L_{ff} = \text{const}. \quad (15)$$

Врахування насичення у некомпенсованих моторах пов'язано з побудовою розрахункової схеми магнетопровідника як кола з розподіленими параметрами, оскільки тут $\Phi = \Phi(i_f, i_a)$. Врахування вихрових струмів в конструктивних елементах може бути виконано лише за наближеною методикою. Для строгого розв'язування задачі з урахуванням просторового розподілу фізичних змінних стану необхідно використати рівняння квазістаціонарного електромагнетного поля в часткових похідних.

Рівняння руху запишемо згідно рівняння Даламбера

$$\frac{d\omega}{dt} = (c\Phi i_a - M_O)/J, \quad (16)$$

де J – момент інерції ротора мотора; M_O – момент опору.

Тепер отримані диференціальні рівняння необхідно об'єднати в єдину систему, врахувавши взаємний вплив змінних стану одна на одну. Для цього необхідно додати рівняння конденсатора на виході випрямляча. Так як обмотки якоря і збудження мотора підключені безпосередньо до конденсаторного фільтру в рівняннях стану мотора (13) необхідно прийняти $u_a = u_f = u_C$.

Рівняння (7), (13), (16) складають повну систему рівнянь досліджуваної системи.

Результати комп'ютерного симулювання

На рис. 2 - 4 наведено результати комп'ютерного симулювання динаміки роботи системи тиристорного керування мотором постійного струму з паралельним збудженням (рис. 1). Розрахунки проводилися при таких параметрах:

- трансформатора: $r_1 = 1.62$ Ом, $r_{21} = r_{22} = 1.58$ Ом, $C = 3$ мФ, $\alpha_1 = 50$ Гн⁻¹, $\alpha_{21} = \alpha_{22} = 100$ Гн⁻¹;
- мотора: $J = 0.2$ Н·м·с²/рад, $r_a = 3.32$ Ом, $r_f = 173$ Ом, $L_{af} = L_{fa} = 0.03$ мГн, $L_a = 4.67$ мГн, $L_{ff} = 110.8$ Гн, $c = 70.8$ Н·м/(А·Вб), $M_0 = 4$ Нм.

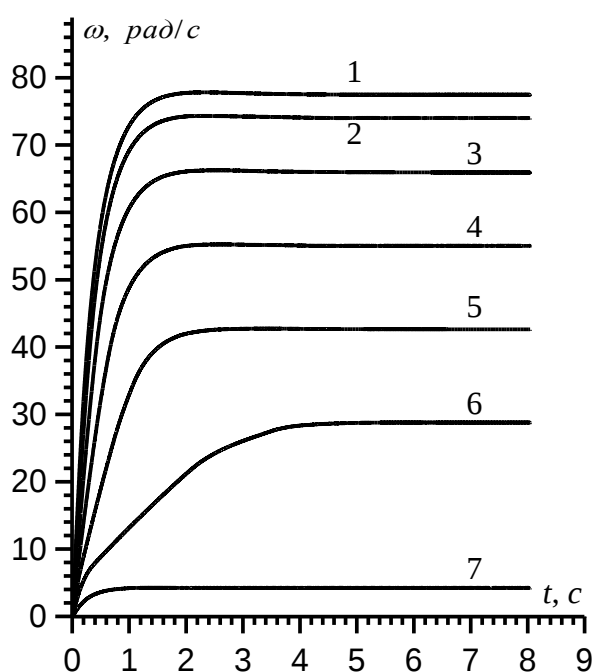


Рис. 2. Криві розгону мотора постійного струму для різних значень кутів запалювання тиристорів: 1 – 0°, 2 – 20°, 3 – 40°, 4 – 60°, 5 – 80°, 6 – 100°, 7 – 120°

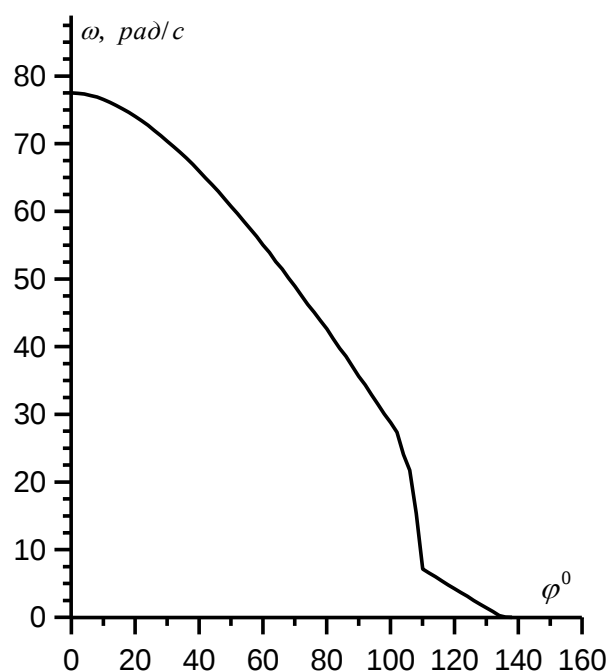


Рис. 3. Залежність усталених значень кутової швидкості обертання якоря мотора постійного струму від кута запалювання тиристорів

Крива намагнення магнетного осердя трансформатора апроксимована виразом

$$\varphi(\psi) = \begin{cases} a_1\psi, & |\psi| > \psi_1, \\ S_3(\psi), & \psi_1 \leq |\psi| \leq \psi_2, \\ a_2\psi - a_0, & |\psi| > \psi_2 \end{cases} \quad (17)$$

з вибором розрахункової формули, що не враховує явище гістерезису, де $a_1 = 0.2$ Гн⁻¹; $a_2 = 10$ Гн⁻¹; $a_0 = 6.8$ А; $\psi_1 = 0.3$ Вб; $\psi_2 = 0.9$ Вб; $\varphi(\psi_1) = 0.06$ А; $\varphi(\psi_2) = 2.2$ А; $S_3(\psi)$ – кубічний сплайн. Зауважимо, що $\alpha''(\psi_1) = a_1$, $\alpha''(\psi_2) = a_2$.

На рис. 2 наведено розрахункові криві перехідного процесу швидкості обертання якоря мотора постійного струму з паралельним збудженням для різних кутів запалювання тиристорів. Крива 1 відповідає куту 0°, крива 2 – 20°, крива 3 – 40°, крива 4 – 60°, крива 5 – 80°, крива 6 – 100°, крива 7 – 120°. При куті 140° мотор зупиняється. Це означає, що рушійний момент мотора є меншим ніж момент опору. Всі залежності є експоненціальними, а час перехідного процесу зростає з ростом кута запалювання.

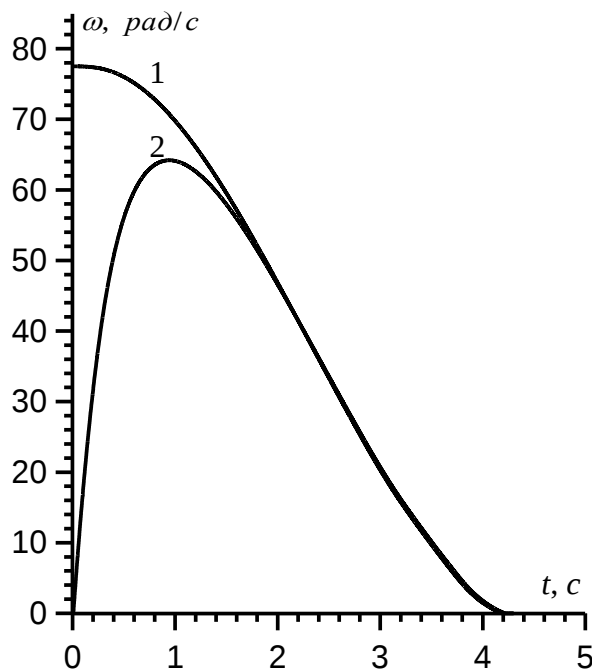


Рис. 4. Часові залежності швидкості обертання якоря мотора постійного струму при зміні кута запалювання тиристорів від 0° до 140°

На рис. 3 наведено залежність усталених значень швидкості обертання якоря мотора від кута запалювання тиристорів випрямляча. При кутах від 20° до 100° ця залежність є близькою до лінійної, тому саме в цьому діапазоні буде ефективне керування швидкістю обертання якоря мотора. Безумовно, що ця характеристика буде змінюватися при зміні моменту опору мотора.

Виконано також дослідження часових залежностей швидкості обертання якоря мотора при зміні кута запалювання тиристорів (рис. 4). Крива 1 відповідає режиму, коли мотор набрав номінальних обертів при куті запалювання тиристорів 0° , а потім цей кут лінійно зростає від 0° до 140° згідно виразу $\varphi=50t$. Іншими словами кут зростає на 1° за один період напруги живлення випрямляча. Тут швидкість мотора плавно падає від номінального значення до нуля за 4.2 с. Крива 2 відповідає режиму, коли мотор був вимкнений і при його вмиканні кут плавно починає зростати за такою ж залежністю. Швидкість мотора починає зростати при малих кутах. Потім досягає максимуму при куті 48° в часовій точці ≈ 0.95 с. При подальшому рості кута

швидкість мотора плавно падає і після 2 с практично зливається з кривою 1.

Висновок

Розроблено та досліджено математичну модель системи керування швидкістю обертання ротора мотора постійного струму з паралельним збудженням. Для живлення мотора використано однофазний двопівперіодний випрямляч з двома вентилями, де вихідна напруга керується кутом запалювання тиристорів. Робота тиристорів моделюється за схемою ідеального ключа, що спрощує алгоритм розрахунку без втрати точності. Аналіз перехідних процесів здійснювався явними методами числового інтегрування. Для розрахунку усталених режимів системи керування був використаний екстраполяційний ε -алгоритм, який є простішим в алгоритмічному відношенні від моделі чутливостей до початкових умов, оскільки не вимагає обчислення матриці монодромії. Результати комп'ютерної симуляції показали, що на ділянці кута запалювання тиристорів від 20° до 100° механічна характеристика мотора є близькою до лінійної.

1. Боев В.М. Использование разрывных функций для расчета переходных процессов и импульсных воздействий в линейных электрических цепях // *Электронное моделирование*. – 2002. – № 6. – С. 67 – 79. 2. Глухівський Л.Й. Моделивання перехідних процесів у нелінійних електричних колах диференціальним гармонічним методом // *Вісник НУ "Львівська політехніка", Електроенергетичні та електромеханічні системи*. – 2012. – № 736. – С. 21–29. 3. Самотий В.В., Дзелендзяк У.Ю., Гудим В.І. Аналіз перехідних та усталених режимів роботи двопівперіодного випрямляча з середньою точкою за неявною схемою // *Вісник НУ "Львівська політехніка", Автоматика, вимірювання та керування*. – 2005. – № 350. – С. 90 – 99. 4. В. Самотий, У. Дзелендзяк Комп'ютерна симуляція системи керування мотором постійного струму з паралельним збудженням // *Міжвідомчий науково-технічний збірник "Вимірювальна техніка та метрологія"* –

2010. – № 71. – С. 51 – 58. 5. Самотий В.В., Павельчак А.Г., Дзелендзяк У.Ю. Система керування мотором постійного струму // Вісник НУ "Львівська політехніка" - № 630. - "Комп'ютерні системи та мережі". – 2008. С. 102-108. 6. Шидловська Н.А. Аналіз нелінійних електричних кіл методом малого параметру. – Київ: Євроіндекс, 1999. – 192 с. 7. Aprille T.I., Trick T.N. A computer algorithm to determine the steady-state response of non-linear oscillator // IEEE Trans. Circuit Theory. – 1972. – vol. ct-19. – P. 354 – 360. 8. McLeod. A note on the ϵ -algorithm // Computing (Arch. Electron. Rechnen). – 1971. – V. 7. – P. 17 – 24. 9. Skelboe S. Computing of the periodic steady-state response of non-linear networks by extrapolation methods // IEEE Trans. Circuits Syst. – V.CAS-27. – 1980. – P. 161 – 175.