

Т. О. Стефанович\*, С. В. Щербовських\*\*,  
Національний університет «Львівська політехніка»  
\* кафедра проектування та експлуатації машин,  
\*\* кафедра теоретичної радіотехніки та радіовимірювань

## МОДЕЛЬ НАДІЙНОСТІ ДЛЯ АНАЛІЗУ ПРИЧИН НЕПРАЦЕЗДАТНОСТІ СИСТЕМИ ІЗ НАВАНТАЖУВАЛЬНИМ РЕЗЕРВУВАННЯМ ЕЛЕМЕНТІВ МІЖ ОДНОТИПНИМИ МОДУЛЯМИ

© Стефанович Т. О., Щербовських С. В., 2016

**The reliability model for system with load-sharing redundancy of component between uniform modulus is proposed. The model adequately takes into account load-sharing impact of reserved components on failure cause probability characteristics of such system. For reliability determination a dynamic fault tree and a Markov model is used.**

**Keywords - reliability model, failure cause, dynamical fault tree, Markov model, load-sharing redundancy.**

**Запропоновано модель надійності системи із навантажувальним резервуванням елементів між однотипними модулями. Модель адекватно враховує вплив зміни навантаження резервованих елементів на ймовірнісні характеристики причин її непрацездатності. Для визначення надійності застосоване динамічне дерево відмов та марковська модель.**

**Ключові слова - модель надійності, причина непрацездатності, динамічне дерево відмов, марковська модель, навантажувальне резервування.**

### Вступ. Постановка проблеми

Одним із способів підвищення надійності технічних систем є застосування структурного резервування. Під час такого резервування у структуру системи вводять надлишкові елементи. Для багатьох механічних, гідравлічних та електротехнічних систем введення резервних елементів збільшує вартість системи, погіршує її масо-габаритні та технічні показники. З економічної точки зору це досить часто нівелює ефект від підвищення показників надійності системи, що змушує проєктантів шукати інші шляхи забезпечення надійності. Під час проєктування систем, які складаються із однотипних модулів, з'являється корисна властивість, зміст якої полягає ось у чому. Якщо виникає непрацездатність одного із елементів модуля, то тимчасове функціонування цього модуля можна забезпечити за допомогою такого ж елемента, розміщеного у сусідньому модулі. Це знімає проблему підвищення вартості та масо-габаритних показників системи, проте вимагає брати до уваги ряд обмежень. По-перше, не для кожного елемента, розміщеного у сусідньому модулі, технічно можливо передати його функцію до основного модуля, в якому відповідний елемент непрацездатний. По-друге, якщо така можливість існує, то необхідно додати у систему сполучний елемент, який діагностуватиме потребу у такій передачі, та в разі необхідності її здійснюватиме. По-третє, якщо елемент у сусідньому модулі надає свою функцію одночасно в обидва модулі, то його навантаження зростає. У результаті постає проблема формування математичної моделі надійності, яка адекватно враховуватиме для системи, що складається із однотипних модулів, зміну навантаження для сполучного елемента та елемента сусіднього модуля, який резервує аналогічний елемент в основному модулі. Системи, складені із однотипних модулів, для яких реалізують такий спосіб підвищення надійності зустрічаються у транспортній сфері, в системах військового призначення тощо.

## Аналіз останніх досліджень

Для побудови моделей надійності систем, які складені із однотипних модулів, виділяємо такі підходи. У працях [1, 2] застосовують дерева відмов, які базуються на логіко-ймовірнісному методі. Недолік такого підходу полягає у тому, що він не забезпечує адекватне врахування явищ, пов'язаних зі зміною навантаження, а також не розрізняє катастрофічні і некатастрофічні відмови елементів. У працях [3, 4] використовують моделі надійності, які ґрунтуються на імітаційному моделюванні за методом Монте-Карло. Недоліком цього підходу є те, що одержані результати спотворені флуктуаціями, амплітуда яких для робочого діапазону параметрів співмірна із значеннями досліджуваних характеристик. У працях [5, 6] використовують марковські моделі надійності, які базуються на аналізі простору станів. Основним недоліком таких моделей є обмеження експоненціальним розподілом, а також висока трудомісткість їх побудови.

Для розв'язання поставленої проблеми використано підхід, який ґрунтується на поєднанні динамічних дерев відмов та марковських моделей надійності. Для послаблення обмеження експоненціальним розподілом застосовано розщеплення простору станів на основі тензорного аналізу [7–9], яке забезпечило врахування довільних розподілів і «запам'ятовування» передісторії напрацювання елементів системи за навантаженням.

### У цій статті розв'язано такі завдання:

- математично описано надійність системи на основі динамічного дерева відмов;
- побудовано модель станів та подій і розщеплену однорідну марковську модель системи;
- визначено ймовірнісні характеристики причин непрацездатності системи.

### Визначення характеристик надійності системи

#### Опис системи та її динамічне дерево відмов

В основному модулі 1 розміщено генератор G1, до якого підключено споживача M1 (рис. 1). Поруч із модулем 1 встановлено аналогічний модуль 2, в якому розміщено генератор G2, до якого підключено споживача M2. Між силовими лініями, які сполучають генератори із споживачами ввімкнено сполучний елемент SW. Система функціонує таким чином. Генератор G1 живить споживача M1, а генератор G2 — споживача M2, при цьому елемент SW перебуває у ненавантаженому режимі. Після відмови генератора G1 елемент SW діагностує його непрацездатність та подає до споживача M1 живлення від генератора G2 із сусіднього модуля. У результаті такого перемикавання навантаження елемента SW стає номінальним, а навантаження генератора G2 зростає вдвічі. З метою спрощення моделі надійності у роботі прийнято такі припущення. Основний модуль не використовується для забезпечення працездатності сусіднього модуля. Це означає, що у випадку відмови генератора G2 елемент SW не подає живлення до споживача M2 від генератора G1. Сусідній модуль функціонує у найбільш навантаженому режимі. Це означає, що генератор G2 перебуває весь час під навантаженням, не залежно від стану споживача M2.

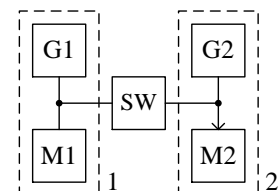


Рис. 1. Функціональна схема системи

Формалізуємо надійність системи динамічним деревом відмов, яке подано на рис. 2а, а відповідна йому структурна схема надійності — на рис. 2б. Динамічне дерево відмов є математичною моделлю, яка описує умову непрацездатності системи та умови зміни навантаження між її елементами на основі блоків, які позначають логічні операції та операції відношення. Непрацездатність системи позначена блоком «Вершина подій». Вважаємо, що така подія є катастрофічною, тобто поки вона не відбулась, ремонтування будь-якого елемента можна виконати стільки разів, скільки у цьому виникає потреба. Відновлений елемент за експлуатаційними характеристиками вважаємо аналогічним новому, а інші елементи системи такими, що мають попереднє напрацювання. Якщо наступила відмова системи, то подальше ремонтування її елементів не розглядаємо. Непрацездатність системи спричиняє настання однієї із двох подій, що описує блок «Оператор 1», тип якого задано логічною операцією АБО.

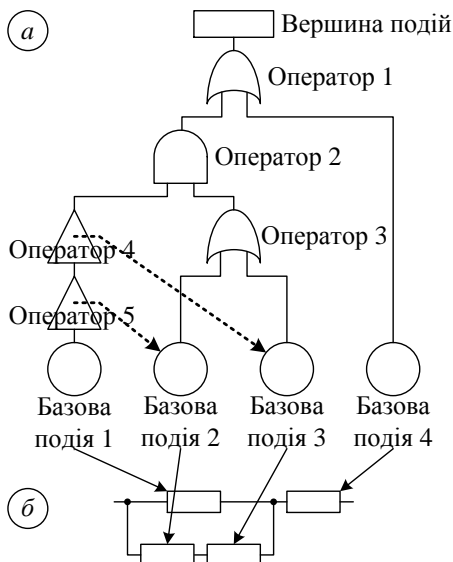


Рис. 2. Динамічне дерево відмов (а) та структурна схема надійності (б) системи

із параметрами  $\alpha_2$  і  $\beta_2$  та  $\alpha_3$  і  $\beta_3$ . Тривалість ремонтування елементів системи вважаємо розподіленою експоненціально із параметром  $\mu$ . У системі відбувається два динамічних процеси, які полягають у зміні навантаження елемента SW та генератора G2 залежно від стану генератора G1. Для опису цих процесів введемо у структуру динамічного дерева відмов блоки «Оператор 4» і «Оператор 5», які є повторювачами логічного сигналу, і задамо у них умови зміни навантаження. Зокрема, якщо на вхід блоку «Оператор 4» подається логічний сигнал ХИБНО, тобто генератор G1 працездатний, то інтенсивність процесу напрацювання елемента SW, заданого блоком «Базова подія 3», рівна нулю. З іншої сторони, якщо на вхід блоку «Оператор 5» подається логічний сигнал ІСТИННО, тобто генератор G1 непрацездатний, то інтенсивність процесу напрацювання генератора G2, заданого блоком «Базова подія 2», збільшуємо в  $k_2$  разів.

### Модель станів та подій

На основі поданого вище динамічного дерева відмов системи згідно із формалізованими правилами [10] складено модель станів та подій. Така модель є математичним описом станів, в яких може перебувати система, та подій, які у ній можуть відбуватися, у проекційному зв'язку до процесів, що у ній протікають. Граф такої моделі подано на рис. 3, а її параметри у таблиці.

У моделі станів та подій процес напрацювання для генератора G1 позначено як  $P_1$ , для генератора G2 —  $P_2$ , для елемента SW —  $P_3$  та для споживача M1 —  $P_4$ . Процес ремонтування для генераторів G1 та G2 позначено як  $P_5$  та  $P_6$ . Відмова споживача M1 та елемента SW призводить одразу до катастрофічної відмови, тому ремонтування цих елементів не задаємо. На рис. 3 працездатні стани системи позначені колом, яке зафарбоване білим, а непрацездатні стани — колом, яке зафарбоване сірим. Система перебуває у восьми станах, із яких три відповідають працездатності —  $S_6$ – $S_8$ . Непрацездатні стани згруповано у три множини відповідно до причин відмови системи. Перша множина  $C_1$  відповідає непрацездатності системи внаслідок відмови споживача M1. В цю множину входять стани  $S_1$ – $S_3$ . Друга множина  $C_2$  відповідає непрацездатності системи внаслідок відмови генератора G1 та елемента SW і містить лише один стан  $S_4$ , а третя множина  $C_3$  — внаслідок відмови генераторів G1 та G2 і включає один стан  $S_5$ . У системі відбувається десять подій, із яких шість спричиняють катастрофічну відмову —  $T_3$ – $T_6$ ,  $T_8$  і  $T_9$ .

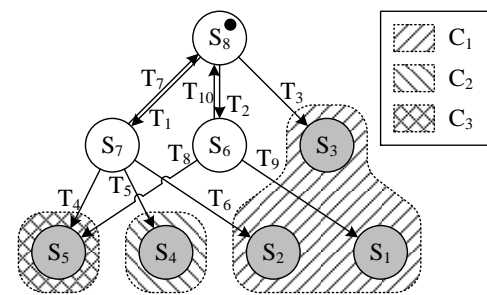


Рис. 3. Граф станів та переходів системи



критерієм рівності першого і центрованого другого моментів фактичного розподілу процесу та його допоміжної марковської моделі. Вважаємо, що для процесу  $P_1\{\alpha_1, \beta_1\}$  параметри його допоміжної марковської моделі становлять  $\{A_1, p_1(0), C_1\}$ , для  $P_2\{\alpha_2, \beta_2\}$  —  $\{A_2, p_2(0), C_2\}$ , для  $P_3\{\alpha_3, \beta_3\}$  —  $\{A_3, p_3(0), C_3\}$ , для  $P_4\{\alpha_4, \beta_4\}$  —  $\{A_4, p_4(0), C_4\}$ , для  $P_5\{\mu\}$  —  $\{A_5, p_5(0), C_5\}$  та для  $P_6\{\mu\}$  —  $\{A_6, p_6(0), C_6\}$ . Відповідно до вказаних параметрів компоненти марковської моделі усєї системи обчислено згідно із поданими нижче формулами, зокрема для працездатного стану  $S_8$ :

$$\begin{aligned} A_{S_8} &= A_1 \otimes E_2 \otimes E_3 \otimes E_4 \otimes E_5 \otimes E_6 + E_1 \otimes A_2 \otimes E_3 \otimes E_4 \otimes E_5 \otimes E_6 + \\ &+ E_1 \otimes E_2 \otimes E_3 \otimes A_4 \otimes E_5 \otimes E_6, \\ p_{S_8}(0) &= p_1(0) \otimes p_2(0) \otimes p_3(0) \otimes p_4(0) \otimes p_5(0) \otimes p_6(0), \end{aligned}$$

де  $\otimes$  — оператор тензорного множення;  $E_1$ – $E_6$  — одиничні матриці, розмірність яких дорівнює розмірності матриць  $A_1$ – $A_6$ .

Для працездатного стану  $S_7$ :

$$\begin{aligned} A_{S_7} &= k_2 E_1 \otimes A_2 \otimes E_3 \otimes E_4 \otimes E_5 \otimes E_6 + E_1 \otimes E_2 \otimes A_3 \otimes E_4 \otimes E_5 \otimes E_6 + \\ &+ E_1 \otimes E_2 \otimes E_3 \otimes A_4 \otimes E_5 \otimes E_6 + E_1 \otimes E_2 \otimes E_3 \otimes E_4 \otimes A_5 \otimes E_6. \end{aligned}$$

Для працездатного стану  $S_6$ :

$$\begin{aligned} A_{S_6} &= A_1 \otimes E_2 \otimes E_3 \otimes E_4 \otimes E_5 \otimes E_6 + E_1 \otimes E_2 \otimes E_3 \otimes A_4 \otimes E_5 \otimes E_6 + \\ &+ E_1 \otimes E_2 \otimes E_3 \otimes E_4 \otimes E_5 \otimes A_6. \end{aligned}$$

Для подій  $T_1$  та  $T_8$ , спричинених завершенням процесу  $P_1$ :

$$A_{T_1} = A_{T_8} = p_1 C_1 \otimes E_2 \otimes E_3 \otimes E_4 \otimes E_5 \otimes E_6.$$

Для подій  $T_2$  та  $T_4$ , спричинених завершенням процесу  $P_2$ :

$$A_{T_2} = E_1 \otimes p_2 C_2 \otimes E_3 \otimes E_4 \otimes E_5 \otimes E_6, \quad A_{T_4} = k_2 A_{T_2}.$$

Для події  $T_5$ , спричиненої завершенням процесу  $P_3$ :

$$A_{T_5} = E_1 \otimes E_2 \otimes p_3 C_3 \otimes E_4 \otimes E_5 \otimes E_6.$$

Для подій  $T_3$ ,  $T_6$  та  $T_9$  спричинених завершенням процесу  $P_4$ :

$$A_{T_3} = A_{T_6} = A_{T_9} = E_1 \otimes E_2 \otimes E_3 \otimes p_4 C_4 \otimes E_5 \otimes E_6.$$

Для події  $T_7$ , спричиненої завершенням процесу  $P_5$ :

$$A_{T_7} = E_1 \otimes E_2 \otimes E_3 \otimes E_4 \otimes p_5 C_5 \otimes E_6.$$

Для події  $T_{10}$ , спричиненої завершенням процесу  $P_6$ :

$$A_{T_{10}} = E_1 \otimes E_2 \otimes E_3 \otimes E_4 \otimes E_5 \otimes p_6 C_6.$$

У матриці  $C$  одиничний вектор-рядок  $I$  має розмірність, яка дорівнює добутку розмірностей усіх матриць інтенсивності переходів  $A_1$ – $A_6$ . Цю матрицю складено так, щоб три її рядки відповідали ймовірнісним характеристикам причин непрацездатності системи  $C_1$ – $C_3$ . Одержана модель містить 128 рівнянь.

### Ймовірнісні характеристики системи

Значення параметрів для елементів системи взято такими:  $\alpha_1 = \alpha_2 = 3\,000$  год.,  $\beta_1 = \beta_2 = 1.2$ ;  $\alpha_3 = 1000$  год.,  $\beta_3 = 1.3$ ;  $\alpha_4 = 50\,000$  год.,  $\beta_4 = 1.1$ , інтенсивність відновлення  $\mu = 0.02$  1/год. На основі розщепленої однорідної марковської моделі обчислено ймовірнісні характеристики причин непрацездатності системи. На рис. 4 подано сімейство кривих ймовірнісних характеристик для різних значень коефіцієнта  $k_2$ . Цей коефіцієнт вказує, наскільки зростає інтенсивність зношування генератора G2 у перевантаженому режимі порівняно із номінальним режимом. Цей коефіцієнт може набувати значень у межах від 1 до  $\infty$ . Значення 1 означає, що навантаження генератора G2 не зростає, а  $\infty$  — зростає настільки, що це викликає миттєву відмову.

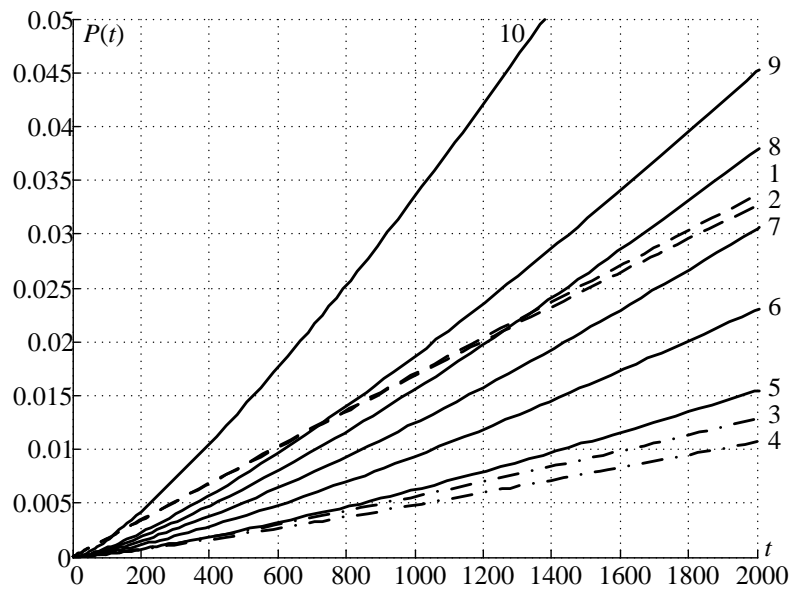


Рис. 4. Криві ймовірнісних характеристик причин непрацездатності системи

З інженерної практики відомо, що цей коефіцієнт набуває значень із діапазону від 1 до 10, дослідження якого були виконані в роботі. Зауважимо, що дана модель залишатиметься адекватною і для значень  $k_2 > 10$ . Штрихові криві 1 і 2 відповідають ймовірностям непрацездатності системи внаслідок причини  $C_1$ , за якої споживач M1 непрацездатний. Штрих-пунктирні криві 3 і 4 — ймовірностям непрацездатності системи внаслідок причини  $C_2$ , за якої генератор G1 та елемент SW непрацездатні, а суцільні криві 5–10 — внаслідок причини  $C_3$ , за якої непрацездатні генератори G1 та G2. Криві 1, 3 та 5 відповідають значенню  $k_2 = 1$ ; криві 2, 4 та 10 —  $k_2 = 10$ ; крива 6 —  $k_2 = 2$ , крива 7 —  $k_2 = 3$ , крива 8 —  $k_2 = 4$ , а крива 9 —  $k_2 = 5$ .

Як видно із рис. 4, зі збільшенням коефіцієнта  $k_2$  у досліджуваних межах ймовірнісні характеристики непрацездатності системи внаслідок причин  $C_1$  та  $C_2$  спадають у діапазонах, обмежених кривими 1 і 2 та кривими 3 і 4. З іншого боку, ймовірнісні характеристики непрацездатності системи внаслідок причини  $C_3$  інтенсивно зростає у діапазоні, обмеженому кривими 5 і 10. Це означає, що залежно від значення коефіцієнта  $k_2$  та досліджуваного часового інтервалу відносний внесок причин непрацездатності змінюється. Зокрема, для напрацювання 2000 год та для  $k_2 = \{1, 2, 3\}$  домінуючою причиною непрацездатності є  $C_1$ , для  $k_2 = \{4, 5, 10\}$  на перше місце виходить причина непрацездатності  $C_3$ . Для напрацювання 1000 год описана вище тенденція зберігається, окрім значення  $k_2 = 4$ , за якого причина непрацездатності  $C_1$  домінує над  $C_3$ .

Одержана марковська модель досліджуваної системи є жорсткою. Така властивість моделі зумовлена розкидом параметрів процесів напрацювання та ремонтування, особливістю методу розщеплення простору станів та впливом коефіцієнта  $k_2$ .

### Висновки

Розроблено математичну модель надійності системи із навантажувальним резервуванням елементів для однотипних модулів. Одержана модель призначена для кількісного аналізу причин непрацездатності такої системи. Надійність системи математично описано динамічним деревом відмов, в якому задано логічні умови зміни навантаження генератора у сусідньому модулі та сполучного елемента залежно від стану генератора у основному модулі. Ймовірнісні характеристики системи визначено за марковською моделлю, в якій на основі тензорних виразів розщеплення простору станів, враховано вплив перерозподілу навантаження між елементами системи, тривалість напрацювання до відмови яких розподілена за законом Вейбулла. За допомогою такої моделі проаналізовано, як впливає зміна навантаження генератора у сусідньому модулі після відмови генератора у основному на причини непрацездатності системи. Кількісно показано, що зі збільшенням навантаження непрацездатність системи у наслідок відмови обох генераторів із

другорядної причини стає домінуючою. Кількісний аналіз такої властивості системи не можна адекватно виконати, ні на основі застосування логіко-ймовірнісного аналізу, ні шляхом використання звичайної однорідної марковської моделі надійності.

Подальші дослідження скеровані на розроблення моделі надійності системи, в якій враховано, що до моменту настання відмови генератора у основному модулі елемент, який сполучає основний та сусідній модулі, перебуває не у холодному, а у полегшеному режимі функціонування.

1. Vega M. Algorithm to evaluate substation reliability with cut and path sets / M. Vega, H. G. Sarmiento // *Industry Applications, IEEE Transactions on.* — 2008. — Vol. 44, No. 6. — P. 1851–1858. 2. Wei-Chang Yeh. A new algorithm for generating minimal cut sets in k-out-of-n networks / Wei-Chang Yeh // *Reliability Engineering & System Safety.* — 2006. — Vol. 91, No 1. — P. 36–43. 3. Khanh Nguyen T. P. Method for evaluating an extended Fault Tree to analyse the dependability of complex systems: Application to a Satellite-based railway system / T. P. Khanh Nguyen, Julie Beugina, Juliette Marais // *Reliability Engineering & System Safety.* — 2015. — Vol. 133. — P. 300–313. 4. Zhu P. A stochastic approach for the analysis of dynamic fault trees with spare gates under probabilistic common cause failures / P. Zhu, J. Han, L. Liu, F. Lombardi // *Reliability, IEEE Transactions on.* — Vol. 64, No 3. — P. 878–892. 5. Manno G. Conception of Repairable Dynamic Fault Trees and resolution by the use of RAATSS, a Matlab® toolbox based on the ATS formalism / G. Manno, F. Chiacchio, L. Compagno, D. D'Urso, N. Trapani // *Reliability Engineering & System Safety.* — 2014. — Vol. 121, No 1. — P. 250–262. 6. Daniele Codetta-Raiteri. Integrating several formalisms in order to increase Fault Trees' modeling power / Daniele Codetta-Raiteri // *Reliability Engineering & System Safety.* — 2011. — Vol. 96, No. 5. — P. 534–544. 7. Shcherbovskykh S. Failure intensity determination for system with standby doubling / S. Shcherbovskykh, O. Lozynsky, Ya. Marushchak // *Przeglad Elektrotechniczny.* — 2011. — Vol. 87, No 5. — P. 160–162. 8. Mandziy B. Mathematical model for failure cause analysis of electrical systems with load-sharing redundancy of component / B. Mandziy, O. Lozynsky, S. Shcherbovskykh // *Przeglad Elektrotechniczny.* — 2013. — Vol. 89, № 11. — P. 244–247. 9. Stefanovych T. The reliability model for failure cause analysis of pressure vessel protective fittings with taking into account load-sharing effect between valves / T. Stefanovych, S. Shcherbovskykh, P. Drożdziel // *Diagnostyka.* — 2015. — Vol. 16, No 4. — P. 17–24. 10. Щербовських С. В. Математичні моделі та методи для визначення характеристик надійності багатотермінальних систем із урахуванням перерозподілу навантаження: монографія / С. В. Щербовських. — Львів: Вид-во Львівської політехніки, 2012. — 296 с.