

## **БІНАРНІ ВІДНОШЕННЯ ОБМЕЖЕНЬ РУХЛИВОСТІ – ОСНОВА МАТЕМАТИЧНОГО ОПИСУ СКЛАДАЛЬНИХ ВИРОБІВ**

© Віталій Пасічник, 2017

**The paper proposes a methodology for the mathematical description of elements assembly units through binary relations mobility limitations. It is shown that such relations should be defined for pairs of parts for the conditions of the initial position, the possible movement of the fixation conditions of integrity.**

**Keywords - assembly, assembly unit, mobility, connection, integrity, assembly directions, process group.**

**У статті запропоновано методологію математичного опису взаємодії елементів складальних одиниць через систему бінарних відношень обмежень рухливості. Показано, що такі відношення слід визначати для пар деталей для умов початкового положення, можливого переміщення з фіксацією умови забезпечення цілісності.**

**Ключові слова – складання, складальна одиниця, рухливість, з'єднання, цілісність, напрямки складання, технологічні групи.**

### **Вступ**

Однією з актуальних проблем сучасного машинобудівного виробництва є підвищення ефективності вирішення задач автоматизації проектування самих виробів машинобудування паралельно з технологією їх виготовлення і складання [ 1 ]. Досягнення цієї мети можливе лише на основі процедур оптимізації математичних моделей опису як об'єктів проектування, так і процесів їх виготовлення, наприклад [ 2 ].

### **Аналіз останніх досліджень**

Традиційні підходи до опису складальних виробів [ 3, 4 ] визначають «деталь», «складальна одиниця», «складальний виріб», «з'єднання» виходячи з їх конструктивно-технологічних особливостей, а не з точки зору фізичної суті. Це ускладнює їх математичний опис і часто унеможливує автоматизацію проектування. Відомі розробки, в яких значною мірою формалізований опис структури складальних одиниць планера літака, просторові та розмірні зв'язки елементів конструкції, представлена формалізована класифікація складальних одиниць за конструктивно-технологічними властивостями тощо [ 5 ]. Значного успіху в автоматизації проектування технології складання було досягнуто завдяки [ 6 ], де на основі єдиної теорії елементів описової технології та математичної логіки авторам вдалося визначити закономірності формування проектних рішень технології та представити у вигляді математичних функцій не тільки технологічні об'єкти й ситуації, але й процес проектування технології. Останнім часом елементи автоматизованого проектування з'являються і в підручниках [ 7 ], що є підтвердження визнання необхідності розвитку саме такого, формалізованого підходу.

В той же час сучасний стан розвитку систем інформаційної підтримки проектування, конструювання та виробництва спирається здебільшого на різні моделі опису, що ускладнює, а в деяких випадках, унеможливує автоматичну інформаційну інтеграцію різних етапів, призводить до втрат часу, виникнення помилок та, як наслідок, нівелює переваги автоматизованого проектування. Введення останнім часом до електронних еталонів деталей атрибутів точності конструктивних елементів, шорсткості елементарних поверхонь, допусків тощо, створило непогані

передумови для автоматизованого проектування технології (мова йде не про геометричний синтез траєкторії переміщення інструменту певного переходу на верстаті з ЧПК), проте й цього недостатньо для повної автоматизації. Якщо ж говорити про математичний опис складального виробу, то тут ситуація є складнішою. В системах тривимірною проектування виробів взаємне положення їх елементів (деталей, вузлів) визначається за допомогою системи відношень (*англ – mate*), які дозволяють лише забезпечити візуальний збіг положень елементів і не містять ніякої корисної для наступних етапів проектування технологічного процесу складання інформації. Часто такі відношення є некоректними хоча й візуально це ніяк не може бути визначено. Додаткова інформація про складальний виріб подається у технічних вимогах та у специфікаціях, які є атрибутом 2D-графіки, орієнтованої на людину, а не на інформаційні технології.

Інтеграція проектування виробу, аналіз його конструктивного рішення, синтез технології складання можливі лише в тому випадку, коли на основі розуміння фізичної суті взаємодії його елементів як системи буде використовуватись математичний апарат, що здатний забезпечити опис такої суті. Такий підхід повинен спитатися на поняття «система», «елемент», «взаємодія елементів». І якщо переважна частина понять «система» та «елемент» є більш-менш розробленою та зрозумілою, то питання відношень між елементами потребує кардинального переосмислення їхньої фізичної суті.

### Мета дослідження

Метою роботи є підвищення ефективності вирішення задач інтеграції всіх етапів життєвого циклу виробу на основі моделі бінарних відношень обмежень рухливості елементів складальних виробів у множині значущих напрямків складання. Це дасть можливість аналізу конструкції з точки зору пристосованості до складання, синтезу множини припустимих варіантів складання з наступною оптимізацією за критеріями максимуму продуктивності або мінімуму собівартості та інших задач проектування виробу та технології.

### Основний матеріал

Виріб, як об'єкт промислового виготовлення припускає багаторівневу систему членування: виріб – складальна одиниця – деталь. Деталь в технології машинобудування визначається як „частина необхідної кількості вибраного матеріалу, обмеженого рядом поверхонь або їх сполученням, розташованих одні відносно інших (вибраних як бази), виходячи зі службового призначення деталі в машині та найбільш економічної технології її виготовлення та монтажу” [ 3 ]. Там саме *складальна одиниця* (CO) визначається як „множина деталей та складальних одиниць нижчого рівня ієрархії шляхом їх з'єднання, тобто спряження поверхонь основних баз приєднувальної деталі й допоміжних баз основної деталі”.

Спочатку визначимо декілька базових постулатів.

**Постулат 1 (про склад).** *Складальна одиниця може мати ієрархічну структуру і на своєму рівні складається не менше ніж з 2-х елементів.*

**Постулат 2 (про цілісність).** *Складальній одиниці властива цілісність.*

**Постулат 3 (про обмеження).** *Складальна одиниця як система утворюється за рахунок умовно-сталих обмежень, які попарно створюють її елементи одна для одної.*

З першого постулату виходить, що маючи можливість визначити взаємодію двох елементів (бінарна взаємодія), можна визначити взаємодію й більш складних структур, а також про рекурсивність – CO  $i$ -го рівня включає в себе елементи (CO та деталі) нижчого рівня ієрархії ( $< i$ ) аж до  $i=0$  (деталь). На найвищому рівні утворюється CO, яку називають *складальний виріб* (CB). Крім того потребує розвитку поняття „елемент” – *елементом CO може бути тверде тіло обмеженого поверхнями фіксованої або змінної під зовнішнім для елемента впливом, газ або його відсутність (вакуум), що заповнюють певний об'єм утворюваний іншими елементами, рідина, яка заповнює собою об'єм або покриває поверхню*. Таким чином дане визначення розширює нашу уяву як про деталі (тверді тіла), явно вказуючи на можливість зміни форми та їх взаємного розта-

шування, а також вказує на те, що такі зміни можуть відбуватись лише під впливом зовнішніх сил. Це стане підґрунтям для подальшого визначення специфічних особливостей взаємодії елементів.

Другий постулат в явному виді формулює основну властивість складальної одиниці – цілісність – здатність за умов припустимої експлуатації зберігати умовно-сталий характер взаємодії елементів СО. Саме ця властивість забезпечує існування СО як структури. Порушення цілісності в результаті фізичного руйнування одного/кількох елементів або в результаті дій, спрямованих на розкладання, однозначно призводить до руйнування СО як структури. Властивість цілісності розповсюджується на всі ієрархічні рівні, тобто СО різних рівнів повинні мати свою внутрішню цілісність.

Третій постулат вказує на необхідність формального опису взаємодії пар елементів через систему відношень обмежень, які мають умовно-сталий характер. Такі відношення слід називати *Бінарними Відношеннями Обмежень Рухливості (БВОР)* [ 8 ]. Це передбачає визначення низки відношень між елементами  $a_i$  та  $a_j$  в просторовій системі координат СО. Кількість *незалежних координатних напрямків (НКН)*, вздовж яких визначаються обмеження повинна бути більше одного. Поняття НКН пов'язане із процесом складання. Переважна більшість конструкцій передбачає складання вздовж прямої, проте поширеними є прийоми складання вздовж спіралі (різи), послідовними комбінованими рухами (байонет) або паралельними комбінованими рухами (затвори). З усієї множини локальних систем координат геометричних твердотільних елементів слід мати можливість визначити *технологічно значущі напрямки складання (ЗНС)* – напрямки, вздовж яких можуть виконуватись операції складання елементів на певному рівні декомпозиції СО. Саме формалізований опис обмежень у переміщеннях, які попарно створюють елементи СО одна для одної дозволяють формально виділити такі ЗНС [ 9 ].

З сукупності трьох постулатів слідує існування *технологічних груп (ТГ)* елементів, які на своєму рівні ієрархії з усіма іншими елементами утворюють ідентичні БВОР. Це дозволяє знизити розмірність вирішуваної задачі та автоматично зіставити ТГ один з варіантів організації складання – послідовне, паралельне, послідовно-паралельне. Ще одним результатом сукупної дії трьох постулатів є вимога обов'язкової наявності на кожному ієрархічному рівні специфічного з'єднання – з'єднання, що забезпечує цілісність (ЗЗЦ). Таким з'єднанням завжди завершується складання СО на певному ієрархічному рівні, з такого з'єднання розпочинається розкладання СО, таке з'єднання є основою для технологічного членування (декомпозиції) СВ в цілому.

### **Бінарні відношення обмежень рухливості**

Саме поняття бінарних відношень між складальних виробів не є принципово новим [ 5–7 ], проте ці відношення розглядались лише в контексті контактних обмежень, що є лише частиною можливих обмежень. Необхідним є розширення понять БВОР на такі:

- *контактні відношення обмежень рухливості* – які встановлюють бінарні зв'язки між елементами СО як статичної конструкції у початковому стані (без урахування кінематичних рухів елементів та рухів складання/розкладання). Припустимими є два варіанти контактного БВОР вздовж певного НКН зв'язків:  $0$  – відсутнє;  $1$  – наявне;

- *віддалені (віртуальні) відношення обмежень рухливості* – які встановлюють бінарні зв'язки між елементами СО як динамічної конструкції у стані після переміщення елементів вздовж НКН. Введення обмежень такого типу дозволить аналізувати конструкцію СО з урахуванням можливих переміщень елементів, що утворюють механізм, а також виявляти можливі обмеження (колізії) з боку інших елементів СО, які можуть виникати при спробі переміщувати елемент вздовж конкретного НКН. Припустимими є два варіанти віддаленого БВОР вздовж певного НКН зв'язків:  $0$  – не виникне (може зникнути);  $1$  – виникне;

- *забезпечення цілісності* – які уточнюють характер контактних БВОР, а саме, чи відноситься дане контактне обмеження до з'єднання, що забезпечує цілісність (ЗЗЦ). Припустимими є два варіанти ознаки забезпечення цілісності вздовж певного НКН зв'язків:  $0$  – не забезпечує;  $1$  – забезпечує;

Таким чином правила визначення БВОР для пари елементів СО можуть бути записані залежностями (1–3), а їх комбінаторна взаємодія з кількістю варіантів  $2^3=8$  представлена на рис. 1.

$$F_{G,ij}^1 = \begin{cases} 1, \text{ якщо } a_i \text{ обмежує } a_j \text{ в напрямку } t \\ 0, \text{ якщо } a_i \text{ не обмежує } a_j \text{ в напрямку } t \end{cases}, \quad (1)$$

$$F_{G,ij}^2 = \begin{cases} 1, \text{ якщо після переміщення } a_j \text{ в напрямку} \\ \text{виникає обмеження з боку } a_i \\ 0, \text{ якщо після переміщення } a_j \text{ в напрямку} \\ \text{зникає обмеження з боку } a_i \end{cases}, \quad (2)$$

$$F_{G,ij}^3 = \begin{cases} 1, \text{ якщо з'єднання між } a_i \text{ і } a_j \text{ в напрямку } t \in \text{ЗЗЦ} \\ 0, \text{ якщо з'єднання між } a_i \text{ і } a_j \text{ в напрямку } t \notin \text{ЗЗЦ} \end{cases}, \quad (3)$$

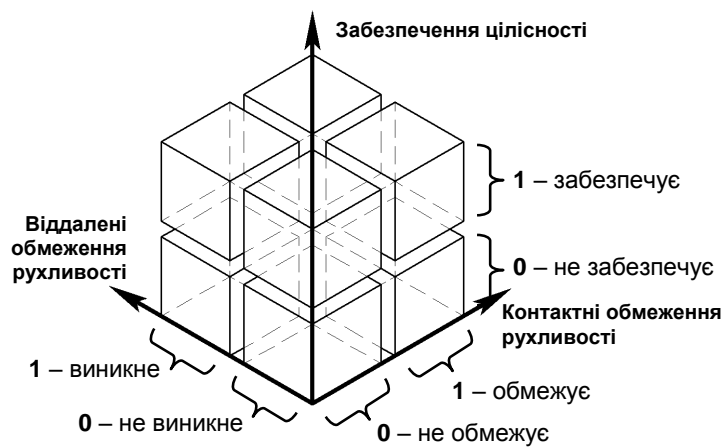


Рис. 1. Бінарні відношення обмежень рухливості в системі координат „контактні обмеження рухливості – віддалені обмеження рухливості – забезпечення цілісності”

Зазначимо, що контактні та віддалені БВОР мають інверсний характер, тобто, якщо елемент  $a_j$  обмежує переміщення елемента  $a_i$  у напрямку  $t+$ , то елемент  $a_i$  обмежує переміщення елемента  $a_j$  у напрямку  $t-$ . Залежності (1–3) та рис. 1 розкривають всі можливі варіанти взаємодії елементів СО і вказують на те, щ принципово різних типів взаємодії елементів СО існує рівно 8. Це відрізняється від загальновідомої класифікації з'єднань між деталями [4], яка базується на конструктивно-технологічні особливості з'єднань, а не на суті взаємодії.

### Приклади можливих варіантів взаємодії елементів СО

Варіанти взаємодії елементів СО через систему БВОР розглянемо на прикладі рис. 2.

Перш за все відмітимо, що для даної конструкції значущим напрямком складання є тільки прямолінійний координатний напрямок  $Z$ . Інші напрямки в процесі складання/розкладання участі не беруть. Крім того, дана конструкція може бути розділена на кілька рівнів, що передбачає можливість виконання операція складання не на одному робочому місці, а й на кількох без ймовірності випадкової втрати цілісності. Це забезпечується наявністю кількох ЗЗЦ, кожним з яких може завершуватись черговий етап складання.

**Відсутність обмеження  $R_{G,t}^{321} = 000$**  – означає, що в напрямку  $t+$  в початковому положенні можливе переміщення деталі  $a_j$  в межах габаритів СО та для неї не виникає обмеження з боку деталі  $a_i$ , а також, що  $\langle a_i, a_j \rangle$  не утворюють ЗЗЦ.

Такий випадок на рис. 2 ілюструється парою деталей  $a_j=4$  та  $a_i=6$  в напрямку  $Z+$ . Втулка 6 не обмежує переміщення гайки 4 вгору.

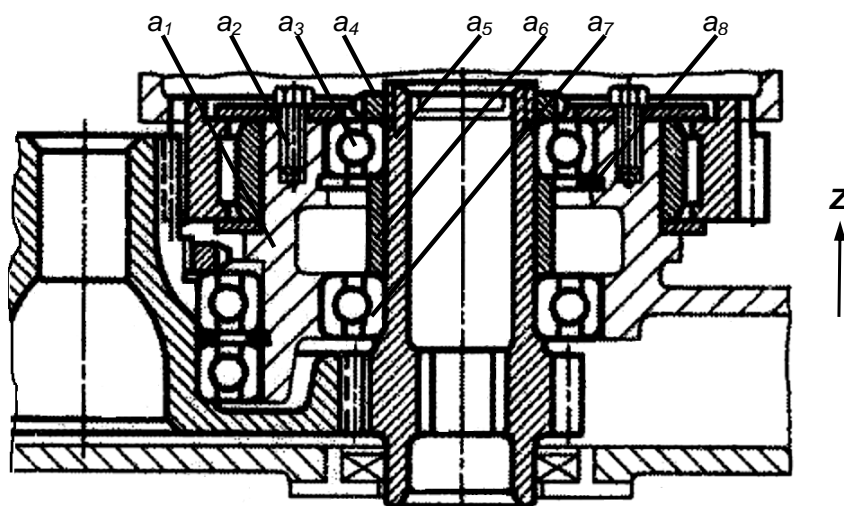


Рис. 2. Фрагмент складальної одиниці (позначені не всі деталі):

1 – корпус; 2 – болт; 3 – підшипник; 4 – гайка; 5 – вал; 6 – втулка; 7 – підшипник; 8 – стопорне кільце

**Обмеження, що зникає  $R^{321}_{G,t} = 001$**  – означає, що в напрямку  $t$  в початковому положенні не можливе переміщення деталі  $a_j$  в межах габаритів СО, проте застосуванням спеціальних дій або складних рухів таке обмеження можна ліквідувати без фізичного руйнування деталей, а також, що в процесі переміщення для неї не виникає обмеження з боку деталі  $a_i$ , і що  $\langle a_i, a_j \rangle$  не утворюють ЗЗЦ.

Такий випадок притаманний різного роду заціпкам, ходовим різьбовим з'єднанням тощо. Рис. 2 не містить прикладів таких з'єднань.

**Обмеження, що виникає  $R^{321}_{G,t} = 010$**  – означає, що в напрямку  $t$  в початковому положенні можливе переміщення деталі  $a_j$  в межах габаритів СО, проте в процесі переміщення для неї виникає обмеження з боку деталі  $a_i$ , і що  $\langle a_i, a_j \rangle$  не утворюють ЗЗЦ.

Такий випадок на рис. 2 ілюструється парою деталей  $a_j=7$  та  $a_i=3$  в напрямку  $Z+$ . В початковому положенні підшипник 3 не створює перешкоди для переміщення підшипника 7 вгору, проте така перешкода виникне.

**Обмеження, що не зникає  $R^{321}_{G,t} = 011$**  – означає, що в напрямку  $t$  в початковому положенні не можливе переміщення деталі  $a_j$  в межах габаритів СО, і застосуванням спеціальних дій або складних рухів таке обмеження не можна ліквідувати без фізичного руйнування деталей, а також, що  $\langle a_i, a_j \rangle$  не утворюють ЗЗЦ.

Такий випадок на рис. 2 ілюструється парою деталей  $a_j=7$  та  $a_i=6$  в напрямку  $Z+$ . Втулка 6 перешкоджає переміщенню підшипника 7 вгору і видалити його без видалення втулки в напрямку  $t+$  неможливо.

**Необмежене ЗЗЦ, яке можна „зруйнувати”  $R^{321}_{G,t} = 100$**  – означає, що в напрямку  $t$  в початковому положенні можливе переміщення деталі  $a_j$  в межах габаритів СО та для неї не виникає обмеження з боку деталі  $a_i$ , а також, що  $\langle a_i, a_j \rangle$  утворюють ЗЗЦ.

Такий випадок на рис. 2 ілюструється парою деталей  $a_j=3$  та  $a_i=1$  в напрямку  $Z+$ . Корпус 1 утворює з підшипником 3 ЗЗЦ, проте не перешкоджає видаленню підшипника вгору під дією технологічного впливу, наприклад силового.

**Обмежене ЗЗЦ, яке можна „зруйнувати”  $R^{321}_{G,t} = 101$**  – означає, що в напрямку  $t$  в початковому положенні не можливе переміщення деталі  $a_j$  в межах габаритів СО, для неї не виникає обмеження з боку деталі  $a_i$ , а також, що  $\langle a_i, a_j \rangle$  утворюють ЗЗЦ.

Такий випадок на рис. 2 ілюструється парою деталей  $a_j=8$  та  $a_i=1$  в напрямку  $Z+$ . Корпус 1 утворює зі стопорним кільцем 8 ЗЗЦ, він перешкоджає його переміщенню вгору, але існують технологічні прийоми (стискання кільця), які дозволяють його перемістити вгору.

**Необмежене ЗЗЦ, яке не можна „зруйнувати”  $R^{321}_{G,t} = 110$**  – означає, що в напрямку  $t$  в початковому положенні не існувало обмеження переміщення деталі  $a_j$  в межах габаритів СО, проте

спроба перемістити дану деталь призведе до виникнення обмеження з боку деталі  $a_i$ , а також, що  $\langle a_i, a_j \rangle$  утворюють ЗЗЦ.

Такий випадок на рис. 2 ілюструється парою деталей  $a_j=3$  та  $a_i=5$  в напрямку  $Z-$ . Вал 5 утворює з підшипником 3 ЗЗЦ, в початковому положенні підшипник 3 не створює обмежень у переміщенні вала 5 вверх під дією технологічного впливу, проте спроба перемістити вал 5 вверх призведе до виникнення обмеження з боку підшипника 3.

**Обмежене ЗЗЦ, яке не можна „зруйнувати”**  $R^{321}_{G,t} = III$  – означає, що в напрямку  $t$  в початковому положенні існувало обмеження переміщення деталі  $a_j$  в межах габаритів СО, і застосуванням спеціальних дій або складних рухів таке обмеження не можна ліквідувати без фізичного руйнування деталей, а також, що  $\langle a_i, a_j \rangle$  утворюють ЗЗЦ.

Такий випадок на рис. 2 ілюструється парою деталей  $a_j=1$  та  $a_i=2$  в напрямку  $Z+$ . Корпус 1 з болтом 2 утворюють ЗЗЦ, болт 2 створює обмеження для переміщення корпусу 1 вверх і без видалення болта або його фізичного руйнування перемістити корпус 1 вверх неможливо.

Вісім можливих варіантів взаємодії елементів СО утворюють вичерпну множину. Інших варіантів взаємодії з точки зору суті взаємодії не існує.

### Висновки

Аналіз традиційних підходів до опису складальних виробів та взаємодії їх елементів показав, що поняття «деталь», «складальна одиниця», «складальний виріб», «з'єднання» визначаються виходячи з конструктивно-технологічних особливостей, а не з точки зору фізичної суті. Це ускладнює їх математичний опис і автоматизацію проектування. Показано, що сучасний стан розвитку систем інформаційної підтримки проектування, конструювання та виробництва спирається здебільшого на різні моделі опису, що ускладнює, а в деяких випадках, унеможливує автоматичну інформаційну інтеграцію різних етапів, призводить до втрат часу, виникнення помилок та, як наслідок, нівелює переваги автоматизованого проектування.

Сформульовано систему постулатів „про склад СО – про цілісність СО – про обмеження СО”, виходячи з яких може бути доведена необхідність опису СО через систему бінарних відношень обмежень рухливості елементів СО у початковому стані, при можливому переміщенні з фіксацією умови забезпечення цілісності. Сформульовані правила дозволяють однозначно визначати тип і характер взаємодії між елементами СО та зробити висновок про кінцеву кількість такої взаємодії, яка складає 8. На прикладі фрагменту конструкції СО проілюстрований математичний опис взаємодії її елементів.

### Література

1. Ли К. Основы САПР (CAD/CAM/CAE). – СПб.: Питер, 2004. – 560 с.: ил. 2. Смирнов О. Л. Автоматизация технологического проектирования: Учеб. пособие / СПбГУАП. СПб., 2001. 66 с.: ил. 3. Балакишин Б. С. Основы технологии машиностроения. М.: Машиностроение, 1969. 4. Новиков М. П. Основы технологии сборки машин и механизмов. – 5-е изд., испр. – М.: Машиностроение, 1980. – 592 с., ил. 5. Ершов В. И. Технология сборки самолетов: Учебник для авиационных специальностей вузов / В. И. Ершов, В. В. Павлов, М. Ф. Каширин, В. С. Хухорев. – М.: машиностроение, 1986. – 456 с.: ил. 6. Челищев Б. Е. Автоматизация проектирования технологии в машиностроении / Б. Е. Челищев, И. В. Боброва, А. Гонсалес-Сабатер; Под ред. акад. Н. Г. Бруевича. – М.: Машиностроение, 1987. – 264 с.: ил. 7. Кузьмин В. В. Математическое моделирование процессов сборки и механической обработки изделий машиностроения: Учеб. пособ. для вузов / В. В. Кузьмин, А. Г. Схиртладзе. – М.: Высш. шк., 2008. – 279 с.: ил. 8. Пасічник В.А., Лашина Ю.В. Синтез технологічного процесу складання виробу на основі інформації про бінарні відношення обмежень рухливості / Вісник НТУУ «КПІ». – К.: 2009. – № 57 / Машинобудування. С. 75-81. 9. В.А. Пасічник, Р.Р. Смула. Виявлення значущих координатних напрямків і технологічних груп деталей у складанні // Вісник Житомирського інженерно-технологічного інституту, Житомир. – 2002 / Спеціальний випуск / ІКТ 2002. – С.152-157.