

## СИМВОЛЬНА МОДЕЛЬ КВАДРАТУРНОГО ДЕТЕКТОРА

© Маньковський С. В., Маньковська Е. Й., 2016

Запропоновано символічну модель квадратурного детектора. В запропонованій моделі вихідний сигнал представляється у вигляді матриці, яка містить параметри частотних складових вихідного сигналу, зокрема частоту, амплітуду та фазу. Запропонована модель корисна для розв'язання задач аналізу, оптимізації та синтезу.

**Ключові слова:** символічна модель, модель квадратурного детектора.

S. Mankovskyy, E. Mankovska  
 Lviv Polytechnic National University

## QUADRATURE DETECTOR SYMBOLIC MODEL

© Mankovskyy S., Mankovska E., 2016

Quadrature detectors (QD) are widely used in a radioelectronic devices as alternative to the synchronous detectors. There are many applications where there is necessary to measure the amplitude of input signal with specified frequency, but unknown or variable phase. For such cases the quadrature detectors are often used. The key advantage of quadrature detectors is that output signal is invariant to the phase of the input signal.

This paper is devoted to the symbolic model of the quadrature detector. The output signal is represented as a matrix contains the parameters of this signal frequency components (frequencies, amplitudes and phases). Proposed model is useful for analysis, optimization and statistical problems.

Proposed symbolic model of quadrature detector allows to obtain symbolic model once per given quadrature detector architecture and use this model many times for solving a lot of engineering problems like optimization or statistical analysis. The symbolic model can be used for quick output signal calculation. To do this the corresponding numerical values should be substituted instead of symbolic parameters.

The restriction of proposed model is that it allows to build the symbolic model in the frequency domain for all blocks of quadrature detector except SQRT block. But this model allows easily calculate SQRT output signal in time domain. To do this the matrix representation of SQRT input signal is converted to the time domain signal according to the given in paper equation and square root can be easily calculated.

The drawback of proposed model is that the case of complicated input signal, which contains a lot of frequency components, causes to the symbolic model complexity increase due the order of matrix model increase proportionally to the number of frequency components in the input signal.

**Key words:** symbolic model, quadrature detector model.

### Вступ

Квадратурні детектори (КД) широко застосовують у радіоелектронних пристроях як альтернативу до синхронних детекторів. Часто виникають задачі, у яких необхідно вимірювати амплітуду вхідного сигналу із заданою частотою, але з невідомою фазою або фазою, змінною у часі. Саме в таких випадках оптимальним є застосування квадратурних детекторів, оскільки вони інваріантні до фази вхідного сигналу.

### Постановка задачі

Типова блок-схема КД зображена на рис. 1. Вона складається з двох помножувачів, що забезпечують функцію множення вхідного сигналу з квадратурними сигналами (наприклад синусоїдальним та косинусоїдальним). Вихідний сигнал кожного помножувача надходить на фільтр нижніх частот (ФНЧ). Вихідний сигнал на виходах ФНЧ часто називають I та Q компонентами (походить від англійських назв *in-phase* та *quadrature* компонент відповідно). Подальша обробка I та Q компонент полягає у визначенні довжини вектора (амплітуди сигналу) на IQ площині. Для цього величини сигналів I та Q підносять до квадрата, підсумовують та обчислюють корінь квадратний. На практиці значення I та Q компонентів зазвичай оцифровують за допомогою аналогово-цифрових перетворювачів (АЦП) і подальшу обробку проводять у цифровій формі сигналу. Однак іноді застосовують аналогові схеми для проведення операцій підняття до квадрата, підсумування та визначення кореня квадратного.

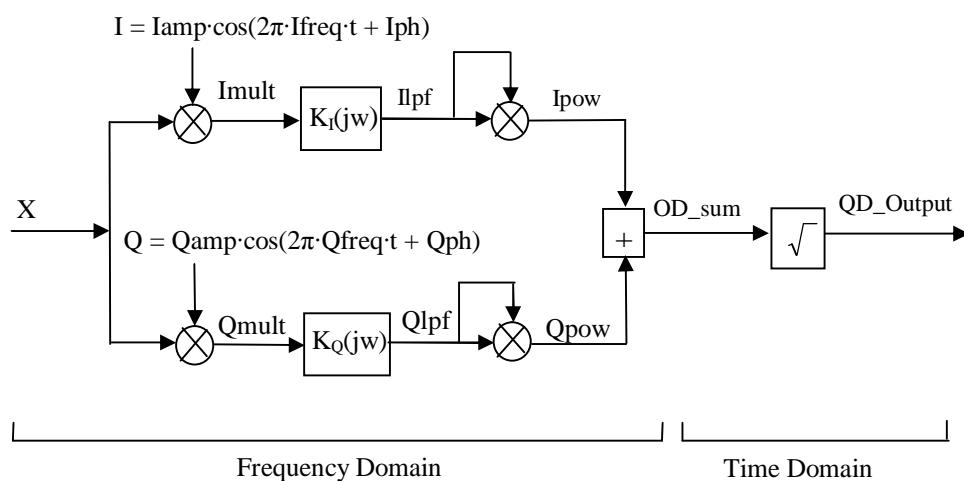


Рис. 1. Блок-схема квадратурного детектора

На практиці КД мають неідеальності. Типовими серед них є:

- 1) фазовий зсув між квадратурними складовими не ідеальний (відмінний від 90 градусів);
- 2) ФНЧ, застосовані в I та Q каналах, мають певні відмінності, наприклад, різний коефіцієнт передавання;
- 3) амплітуди демодулювальних квадратурних складових для I та Q каналів різні.

Згадані неідеальності можуть бути зумовлені зміною температури навколошнього середовища, старінням електронних компонентів тощо. Такі неідеальності призводять до відхилення вихідного сигналу від очікуваного, наприклад, амплітуда вихідного сигналу стає чутливою до фази вхідного сигналу.

Автори провели огляд методів аналізу КД та схожих за функцією електричних кіл [1–4] та запропонували створити альтернативну математичну модель. Пропонована в цій роботі математична модель повинна містити параметри у символільному вигляді. Як результат, отримана модель дає змогу отримати вихідний сигнал як функцію від параметрів, що характеризують неідеальність. Наприклад, різниця між коефіцієнтами передачі в I та Q каналах. У випадку отримання такої моделі достатньо підставити необхідні числові значення неідеальностей та легко обчислити вихідний сигнал.

Як показано на рис. 1, модель дозволяє отримувати сигнал на виході кожного з блоків на структурній схемі. Обмеженням моделі є те, що вихідні сигнали для всіх блоків, окрім блока розрахунку квадратного кореня (SQRT), отримують в частотній області, а вихід блока SQRT представляється лише в часовій області. Це пов’язано, з тим, що блок SQRT є нелінійним, й істотно ускладнює побудову частотної моделі.

Запропонована символічна модель зручна для розв’язання деяких радіотехнічних задач аналізу та оптимізації.

## Символьна модель квадратурного детектора

Запропонована символьна модель дає змогу залишати у символьному вигляді параметри, що характеризують неідеальності КД, і надалі аналізувати їх вплив на вихідний сигнал. Основною перевагою такої моделі є те, що ця модель визначається один раз і далі багаторазово може бути використана для низки задач. У цій роботі модель отримана в середовищі MATLAB. Тому форма, в якій подана, модель має зручний для цього середовища вигляд, а саме матричний. Тому надалі називатимемо цю модель символьною матричною моделлю.

Як показано на рис. 1, символьна модель є змішаною частотною і символьною моделлю. Вихідні сигнали всіх блоків, окрім SQRT, представлені у частотній області. Сигнали на виходах кожного з таких блоків подано у вигляді матриць N на 3 (N рядків та три стовпці). Таке представлення, власне, називатимемо **матричною моделлю** в цій роботі. Стовпці від 1 до 3 містять частоту, амплітуду та фазу відповідної частотної складової сигналу. Кожен рядок матричної моделі відповідає за одну частотну компоненту вихідного сигналу. В такому ж вигляді представляється і вхідний сигнал. Наприклад, якщо вхідний сигнал містить суму чотирьох гармонічних складових з довільними амплітудами та фазами, то вхідний сигнал представляється як матриця – чотири рядки на три стовпці. Така матрична модель дає змогу легко розділяти частотні складові сигналів на виході кожного з блоків квадратурного детектора. Також у цьому представленні легко здійснювати згортку сигналів у частотній області, що відповідає множенню сигналів в часовій області, а також легко переходити в часову область без застосування перетворення Фур'є.

На рис. 2 наведено приклад для випадку вхідного сигналу  $X = A1 \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot f1 \cdot t + ph1)$  та демодулюючого сигналу  $I = Iamp \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot Ifreq \cdot t + Iph)$ . На цьому ж рисунку також показано сигнал  $Imult = X \cdot I$ , отриманий на виході помножувача I каналу.

На рис. 3 показано такі самі сигнали для Q каналу квадратурного детектора з рис. 1.

$$X=$$

$$[f1, A1, ph1]$$

$$I=$$

$$[Ifreq, Iamp, Iph]$$

$$Imult=$$

$$[f1 - Ifreq, (A1*Iamp)/2, ph1 - Iph]$$

$$[Ifreq + f1, (A1*Iamp)/2, Iph + ph1]$$

$$X=$$

$$[f1, A1, ph1]$$

$$Q=$$

$$[Qfreq, Qamp, Qph]$$

$$Qmult=$$

$$[f1 - Qfreq, (A1*Qamp)/2, ph1 - Qph]$$

$$[Qfreq + f1, (A1*Qamp)/2, Qph + ph1]$$

*Рис. 2. Вхідний сигнал X, демодулюючий сигнал I та вихідний сигнал помножувача Imult представлена у вигляді матричних моделей у терміналі середовища MATLAB*

*Рис. 3. Вхідний сигнал X, демодулюючий сигнал Q та вихідний сигнал помножувача Qmult, представлені у вигляді матричних моделей у терміналі середовища MATLAB*

У наведеному прикладі подано у символьному вигляді такі параметри: A1, f1, ph1, Iamp, Ifreq, Iph.

Перетворення з матричної моделі на сигнал у часовій області виконується згідно з виразом:

$$y = \sum_{k=1}^N (M(k,2) \cdot \cos(2 \cdot p \cdot M(k,1) \cdot t + M(k,3))), \quad (1)$$

де  $M$  – матриця порядку Nx3, що представляє сигнал на виході певного блока, зокрема  $M(k,1)$ ,  $M(k,2)$ ,  $M(k,3)$  – значення частоти, амплітуди та фази, відповідно, для заданої частотної складової;  $N$  – кількість частотних складових у сигналі;  $t$  – час.

На рис. 4 та 5 показано приклади часових залежностей сигналів, отриманих за допомогою символьної матричної моделі.

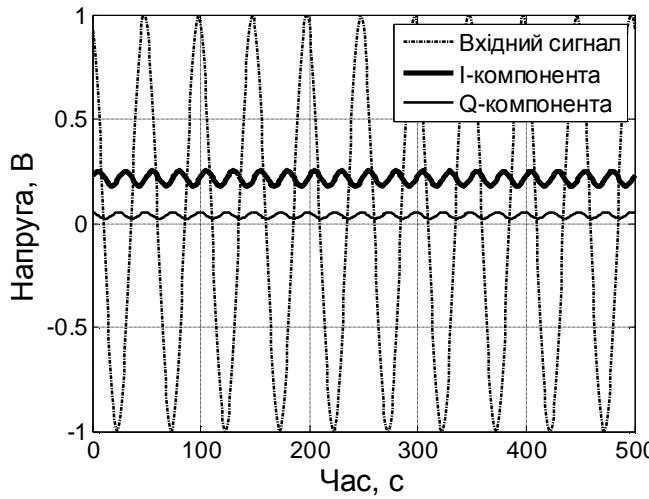


Рис. 4. Приклад вихідних сигналів I та Q каналу. В цьому прикладі прийнято такі числові значення

символьних параметрів:

$$f1 = Ifreq = Qfreq = 1 \text{ Гц};$$

$$Qamp = Iamp = 1B; Iph = 0 \text{ рад};$$

$$Qph = \pi/2 \text{ рад}; A1 = 1B; ph1 = \pi/8 \text{ рад};$$

$$KI(jw) = KQ(jw) = 1/(1+jw)$$

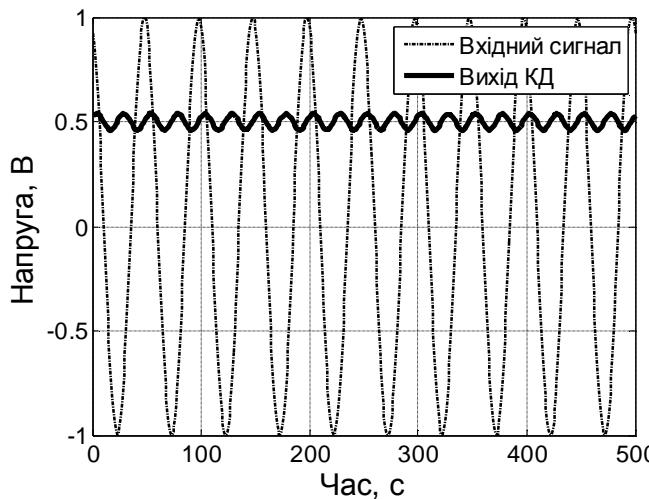


Рис. 5. Приклад часової залежності вихідного сигналу квадратурного детектора. В цьому прикладі прийнято такі числові значення

символьних параметрів:

$$f1 = Ifreq = Qfreq = 1 \text{ Гц};$$

$$Qamp = Iamp = 1B; Iph = 0 \text{ рад};$$

$$Qph = \pi/2 \text{ рад}; A1 = 1B; ph1 = \pi/8 \text{ рад};$$

$$KI(jw) = KQ(jw) = 1/(1+jw)$$

На рис. 6 показано приклад вихідного сигналу блока QD\_sum (див. рис. 1) у матричній формі.

```

---- QD_sum ----
[ 0,          (A1^2*lamp^2*abs(Kl)^2)/(8*abs(pi*Tl*(Ifreq - f1)*(-2^i) + 1)^2),
[ 2^i - 2*Ifreq,          (A1^2*lamp^2*abs(Kl)^2)/(8*abs(pi*Tl*(Ifreq - f1)*(-2^i) + 1)^2),
[ -2*Ifreq, (A1^2*lamp^2*abs(Kl)^2)/(8*abs(1 - pi*Tl*(Ifreq - f1)*2^i)*abs(pi*Tl*(Ifreq + f1)*2^i + 1)), -2^i*ph1 + 2^i*ph + 2^i*angle(-Kl/(pi*Tl*(Ifreq - f1)*2^i - 1)))] 0]
[ 2^i,          (A1^2*lamp^2*abs(Kl)^2)/(8*abs(1 - pi*Tl*(Ifreq - f1)*2^i)*abs(pi*Tl*(Ifreq + f1)*2^i + 1)), 2^i*ph1 + angle(-Kl/(pi*Tl*(Ifreq - f1)*2^i - 1)) + angle(Kl/(pi*Tl*(Ifreq + f1)*2^i + 1))] 0]
[ 2*Ifreq, (A1^2*lamp^2*abs(Kl)^2)/(8*abs(1 - pi*Tl*(Ifreq - f1)*2^i)*abs(pi*Tl*(Ifreq + f1)*2^i + 1)), 2^i*ph - angle(-Kl/(pi*Tl*(Ifreq - f1)*2^i - 1)) + angle(Kl/(pi*Tl*(Ifreq + f1)*2^i + 1))] 0]
[ 2^i,          (A1^2*lamp^2*abs(Kl)^2)/(8*abs(1 - pi*Tl*(Ifreq - f1)*2^i)*abs(pi*Tl*(Ifreq + f1)*2^i + 1)), 2^i*ph1 + angle(-Kl/(pi*Tl*(Ifreq - f1)*2^i - 1)) + angle(Kl/(pi*Tl*(Ifreq + f1)*2^i + 1))] 0]
[ 0,          (A1^2*lamp^2*abs(Kl)^2)/(8*abs(pi*Tl*(Ifreq + f1)*2^i + 1)^2),
[ 2^i*Ifreq + 2*f1,          (A1^2*lamp^2*abs(Kl)^2)/(8*abs(pi*Tl*(Ifreq + f1)*2^i + 1)^2),
[ 0,          (A1^2*Qamp^2*abs(KQ)^2)/(8*abs(pi*TQ*(Qfreq - f1)*(-2^i) + 1)^2),
[ 2^i - 2*Qfreq, (A1^2*Qamp^2*abs(KQ)^2)/(8*abs(pi*TQ*(Qfreq - f1)*(-2^i) + 1)^2), 2^i*ph1 - 2^i*Qph + 2^i*angle(-KQ/(pi*TQ*(Qfreq - f1)*2^i - 1))] 0]
[ -2*Qfreq, (A1^2*Qamp^2*abs(KQ)^2)/(8*abs(1 - pi*TQ*(Qfreq - f1)*2^i)*abs(pi*TQ*(Qfreq + f1)*2^i + 1)), -2^i*Qph + angle(-KQ/(pi*TQ*(Qfreq - f1)*2^i - 1)) - angle(KQ/(pi*TQ*(Qfreq + f1)*2^i + 1))] 0]
[ 2^i,          (A1^2*Qamp^2*abs(KQ)^2)/(8*abs(1 - pi*TQ*(Qfreq - f1)*2^i)*abs(pi*TQ*(Qfreq + f1)*2^i + 1)), 2^i*ph1 + angle(-KQ/(pi*TQ*(Qfreq - f1)*2^i - 1)) + angle(KQ/(pi*TQ*(Qfreq + f1)*2^i + 1))] 0]
[ 2*Qfreq, (A1^2*Qamp^2*abs(KQ)^2)/(8*abs(1 - pi*TQ*(Qfreq - f1)*2^i)*abs(pi*TQ*(Qfreq + f1)*2^i + 1)), 2^i*Qph - angle(-KQ/(pi*TQ*(Qfreq - f1)*2^i - 1)) + angle(KQ/(pi*TQ*(Qfreq + f1)*2^i + 1))] 0]
[ 2^i,          (A1^2*Qamp^2*abs(KQ)^2)/(8*abs(1 - pi*TQ*(Qfreq - f1)*2^i)*abs(pi*TQ*(Qfreq + f1)*2^i + 1)), 2^i*ph1 + angle(-KQ/(pi*TQ*(Qfreq - f1)*2^i - 1)) + angle(KQ/(pi*TQ*(Qfreq + f1)*2^i + 1))] 0]
[ 0,          (A1^2*Qamp^2*abs(KQ)^2)/(8*abs(pi*TQ*(Qfreq + f1)*2^i + 1)^2),
[ 2^i*Qfreq + 2*f1,          (A1^2*Qamp^2*abs(KQ)^2)/(8*abs(pi*TQ*(Qfreq + f1)*2^i + 1)^2),
[ 0,          (A1^2*Qamp^2*abs(KQ)^2)/(8*abs(pi*TQ*(Qfreq + f1)*2^i + 1)^2),
[ 2^i*Qph + 2^i*ph1,          (A1^2*Qamp^2*abs(KQ)^2)/(8*abs(pi*TQ*(Qfreq + f1)*2^i + 1)^2)] 0]
```

Рис. 6. Вихідний сигнал блока QD\_sum (вхід блока SQRT) у символному вигляді матричної моделі

Результат на рис. 6 отримано в терміналі середовища MATLAB. Варто зазначити, що в цьому прикладі всі параметри, зокрема частоти, амплітуди та фази вихідного сигналу та IQ демодулюючого сигналу, передавальні функції ФНЧ обох I та Q каналів, подані у символному вигляді.

ФНЧ у I (I\_LPF) та Q (Q\_LPF) каналах для цього прикладу прийняті першого порядку, а їх передавальльні функції описуються такими виразами:

$$I_{LPF} = KI / (1 + TI \cdot 2 \cdot p \cdot f \cdot i); \quad (2a)$$

$$Q_{LPF} = KQ / (1 + TQ \cdot 2 \cdot p \cdot f \cdot i); \quad (2b)$$

де  $i$  – уявна одиниця;  $f$  – частота;  $KI$ ,  $KQ$ ,  $TI$ ,  $TQ$  – константи.

## **Висновки**

Запропонована символічна модель квадратурного детектора може бути одноразово сформована для заданої архітектури та багаторазово застосована для розв'язування деяких інженерних задач, таких як оптимізація та статистичний аналіз. Отриману модель можна використати для швидкого обчислення миттєвих значень вихідного сигналу. Для цього достатньо лише підставити числові значення параметрів моделі замість їх символічного позначення. Такий підхід суттєво пришвидшує розв'язання задач оптимізації.

Варто відзначити недоліки запропонованої моделі, зокрема те, що частотна модель квадратурного детектора може бути створена для всіх блоків, окрім блока обчислення квадратного кореня (SQRT). Іншим недоліком є пропорційне зростання порядку запропонованої матричної моделі до збільшення частотних складових у вхідному сигналі.

1. Шаповалов Ю. І., Маньковський С. В. Результати тестування програми символічного аналізу лінійних параметричних кіл. Моделювання та інформаційні технології: зб. наук. пр. ПІМЕ НАН України : К. : 2008. Вип. 49. С. 257–265. 2. Шаповалов Ю., Мандзій Б. Символьний аналіз лінійних параметричних кіл: стан питань, зміст і напрями застосування // Теоретична електротехніка. 2007. Вип. 59. С. 3–9. 3. Xiaobing S., Zheng E. Analysis and experimental results of digital quadrature coherent detector: Radar. 1996. Proceedings., CIE International Conference, Beijing, 8–10 Oct 1996, pp. 381–384. 4. Byung-Kwon Park, Lubecke V., Boric-Lubecke O., Host-Madsen A. Center Tracking Quadrature Demodulation for a Doppler Radar Motion Detector. Microwave Symposium 2007. IEEE/MTT-S International. Honolulu, HI, 3–8 June 2007. P. 1323–1326.

## **References**

1. Shapovalov Y. I. Results of testing of the programs for linear parametric circuits symbolic analysis / Yu. Shapovalov, S. Mankovskyy // Collection of papers IPME NAS Ukraine: Modeling and Information Technologies. K. : 2008. Issue. 49. P. 257–265. 2. Shapovalov Yu. Symbolic analysis of the linear parametric circuits: state of issues, content and application areas / Yu. Shapovalov, B. Mandziy // Theoretical electrical engineering. 2007. Issue. 59. P. 3–9. 3. Xiaobing S., Zheng E. Analysis and experimental results of digital quadrature coherent detector. Radar, 1996. Proceedings., CIE International Conference, Beijing, 8–10 Oct 1996, pp. 381–384. 4. Byung-Kwon Park, Lubecke V., Boric-Lubecke O., Host-Madsen A. Center Tracking Quadrature Demodulation for a Doppler Radar Motion Detector. Microwave Symposium, 2007. IEEE/MTT-S International , Honolulu, HI, 3–8 June 2007, pp. 1323–1326.