

Висновки. Розроблено методику розрахунку оптимальних з погляду пружно-масових характеристик дискретно-континуальних стрижневих систем на основі введеного частотно-масового критерію. Запропонований підхід успішно може бути поширений на різний клас стрижневих і динамічних систем та бути апробованим на практиці, оскільки дає змогу оптимізувати різноманітні елементи конструкцій і машин [8]. Аналогічну задачу можна поширити і для інших розрахункових моделей стрижневих систем та отримати відповідні оптимальні структури. Уведений критерій може бути застосований у системах з розподіленими параметрами (стрижні, пластини, оболонки), описаними як точними методами частотного аналізу (для стрижнів і балок – метод початкових параметрів, функцій Крилова), так і наближеними (Релея, Донкерлея, Грамеля).

1. Носко П. Л. *Оптимальное проектирование машиностроительных конструкций*. – Луганск: Изд-во ВУГУ, 1999. – 392 с. 2. Кіндрацький Б. І., Сулим Г. Т. *Раціональне проектування машинобудівних конструкцій: монографія*. – Львів: КІНПАТРИ ЛТД, 2003. – 280 с. 3. Шевченко Ф.Л. *Динаміка пружних стрижневих систем* / Ф.Л. Шевченко. — Донецьк: ДонНТУ, 2000. — 293 с. 4. Бохонський А.И. *Управляемое гашение изгибных колебаний стрижня: сб. науч. тр. / А.И. Бохонский // Вестник СевГТУ. – Севастополь, 1998. – Вып. 15: Механика, энергетика, экология. – С. 12–16.* 5. Василенко М. В., Алексейчук О. М. *Теорія коливань і стійкості руху: підручник*. – К.: Вища шк., 2004. – 525 с. 6. *Вибрация энергетических машин: справ. пособ.; под ред. д-ра техн. наук, проф. Н.В. Григорьева. – Л.: Машиностроение, 1974. – 464 с.* 7. Бохонський О. *Оптимальне керування маніпуляторами мінімальної маси* / О. Бохонський, Н Вармінська, М. Калінін // 10-й Міжнарод. симпозіум українських інженерів-механіків у Львові: праці. – Львів: КІНПАТРИ ЛТД, 2011. – С. 6–8. 8. Гурський В. М. *Оптимізація масово-частотних характеристик робочого органа вібраційного стола* / В. М. Гурський, Є. М. Махоркін // Вісник Національного університету “Львівська політехніка” “Оптимізація виробничих процесів і технічний контроль у машинобудуванні”. – 2011. – № 702. – С. 53–59.

УДК 621.548

В.М. Корендій

Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра механіки та автоматизації машинобудування

ДИНАМІКА ОБЕРТАЛЬНОГО РУХУ ВІТРОКОЛЕСА

© Корендій В.М., 2012

На основі спрощеної кінематичної схеми горизонтально-осьової вітроустановки та з використанням рівнянь Лагранжа другого роду побудовано диференціальне рівняння обертального руху вітроколеса за дії на нього аеродинамічного моменту та моменту опору (навантаження). Визначення параметрів руху та побудова відповідних часових діаграм проводилися з урахуванням змінної у часі швидкості повітряного потоку.

The differential equation of wind-wheel rotational motion under the influence of aerodynamic and resistance moments was built on the basis of the simplified kinematic scheme of horizontal axis wind turbine and with the help of Lagrange second-order equations. The determination of motion parameters and the construction of appropriate time diagrams were realized taking into consideration time dependencies of wind-flow speed.

Постановка проблеми. Сьогодні в усьому світі спостерігається підвищений інтерес до використання в різних галузях економіки нетрадиційних відновлюваних джерел енергії (НВДЕ). Це пов'язано насамперед із зростаючою необхідністю охорони довкілля, виснаженням викопних

природних ресурсів та кризовими явищами в економіці. Внаслідок цього перед споживачами електричної та інших видів енергії особливо гостро постають завдання постійного зниження енергозатрат, а також пошуку дешевих альтернативних джерел енергії. Характерною ознакою розвитку сучасної енергетики є широке залучення в енергобаланс передових країн світу НВДЕ. Вітроенергетика розглядається спеціалістами як одна із найперспективніших галузей, яка може використовуватися не тільки для виробництва електроенергії, але й для безпосереднього механічного приводу різноманітних машин у сільському господарстві.

В інженерній практиці експлуатації вітроенергетичних установок бувають випадки, коли під'єднане до вітроколеса навантаження не відповідає характеристиці моменту, який воно розвиває. Така ситуація виникає, наприклад, під час використання шнекового або транспортерного механізму, момент опору яких фактично не змінюється за коливань частоти обертання привідного вала. Тому й виникає необхідність побудови математичних моделей та визначення умов стійкої роботи вітроустановки (ВУ) з різними видами навантажень за змінних поривів вітру.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Вітроустановки почали масово використовувати з другої половини XX століття. Саме тому протягом останніх кількох десятиріч років можна спостерігати активний розвиток методик їх розрахунку та проектування, оновлення конструкцій, удосконалення математичних та комп'ютерних моделей тощо. Аналізуючи сучасний стан досліджень динаміки вітроустановок, можемо виділити три актуальні питання, які виникають під час моделювання роботи ВУ [1]: 1) адекватна математична інтерпретація мінливості напрямку і швидкості повітряного потоку та їх вплив на елементи та системи вітроустановки; 2) врахування перехідних процесів, які виникають під час експлуатації ВУ (запуск, екстрена зупинка, когерентні пориви вітру); 3) аналіз динамічної поведінки лопатей під час використання механізмів регулювання кутової швидкості вітроколеса. Перше питання розглядається в багатьох публікаціях [2, 3], тоді як друге і третє – залишаються сьогодні недостатньо вивченими [4].

Формулювання мети дослідження. Побудувати диференціальне рівняння руху та проаналізувати динамічну поведінку вітроколеса за дії на лопаті змінних у часі аеродинамічних навантажень.

Викладення основного матеріалу дослідження. Розглянемо вітроустановку, принципову схему якої зображено на рис. 1, а. Типова ВУ складається із фундаменту, башти, гондоли, хвостової частини і вітроколеса з лопатями. Під час побудови кінематичної схеми вітроустановки зобразимо башту і гондолу у вигляді однорідних абсолютно жорстких циліндрів круглого поперечного перерізу, вітроколесо – у вигляді абсолютно жорсткого диска – і зосереджених на невагомих стрижнях, які жорстко приєднані до цього диска, мас лопатей m_l , а хвостову частину – у вигляді зосередженої на протилежному від вітроколеса кінці гондоли маси $m_{хв}$. Також припускаємо, що башта жорстко зашпелена у фундаменті, хвостова частина нерухомо прикріплена до гондоли, а усі інші пари елементів (башта-гондола, гондола-вітроколесо) з'єднані між собою за допомогою нерухомих циліндричних шарнірів. Отже, внаслідок взаємодії потоку повітря з лопатями вітроколесо має можливість обертатися навколо поздовжньої осі гондоли. Кінематичну схему системи вітроустановки за обертального руху вітроколеса зображено на рис. 1, б.

Інерційну систему координат $Oxyz$ розмістимо на фундаменті так, щоб вісь Oz збігалась з поздовжньою віссю башти, а Ox і Oy утворювали горизонтальну площину (рис. 1, б). Система координат $O_1x_1y_1z_1$ прив'язана до шарніра, який з'єднує башту і гондолу, причому вісь O_1z_1 дотична до поздовжньої осі башти, а осі O_1x_1 і O_1y_1 утворюють площину обертання гондоли і співнапрямлені відповідно з Ox і Oy . Система координат $O_2x_2y_2z_2$ прив'язана до шарніра, який з'єднує гондолу і вітроколесо, причому вісь O_2x_2 збігається з поздовжньою віссю гондоли, а O_2z_2 співнапрямлена з O_1z_1 і Oz . Систему координат $O_3x_3y_3z_3$ розміщаємо у місці приєднання

зосередженої маси лопаті m_l так, щоб вісь O_3z_3 була дотичною до осі лопаті, а вісь O_3x_3 – співнапрямленою з O_2x_2 . Аналізуючи отриману кінематичну схему, можемо зробити висновок, що система має один ступінь вільності – обертання вітроколеса з лопатями навколо поздовжньої осі гондоли, тому за узагальнену координату виберемо відповідний кут повороту y . Прийнемо, що у початковому положенні системи вісь лопаті O_3z_3 збігається з віссю O_2z_2 , а внаслідок обертання вітроколеса кут між ними змінився на деяку величину y . Для описання руху системи використаємо диференціальне рівняння Лагранжа другого роду у такому вигляді:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_K}{\partial \dot{y}} \right) - \frac{\partial E_K}{\partial y} + \frac{\partial E_D}{\partial \dot{y}} + \frac{\partial E_{II}}{\partial y} = Q_y, \quad (1)$$

де E_K , E_D , E_{II} – кінетична, дисипативна і потенціальна енергії системи відповідно; Q_y – узагальнена сила, що відповідає обраній узагальненій координаті y .

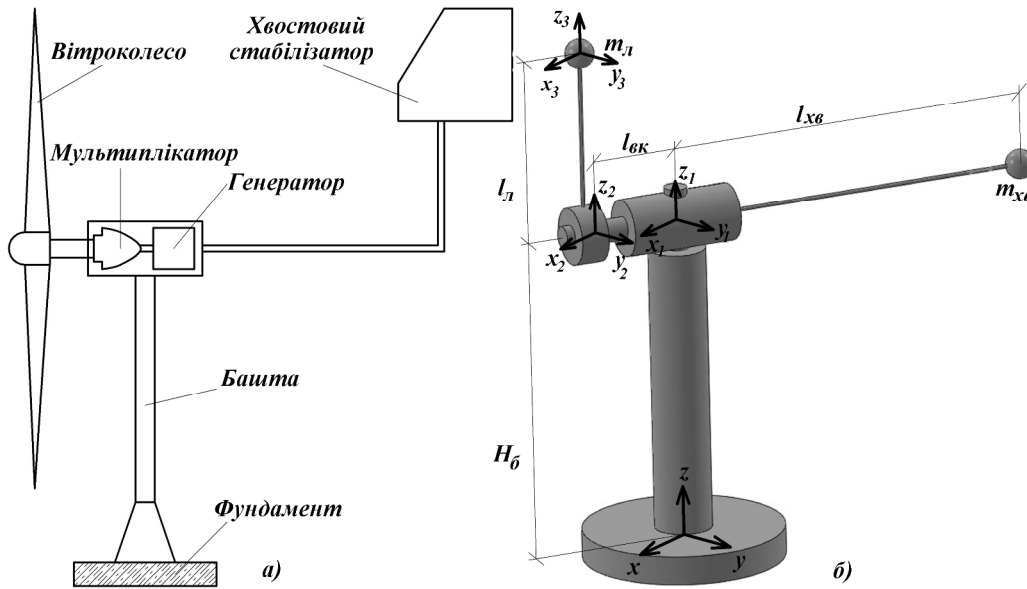


Рис. 1. Принципова (а) та кінематична (б) схеми вітроустановки

Враховуючи припущення про те, що система складається із абсолютно жорстких тіл та ідеальних в'язів, які їх з'єднують, а також нехтуючи опором повітря під час обертання лопатей вітроколеса, можна записати $E_D = E_{II} = 0$. Кінетичну енергію системи в обертальному русі визначимо із такої залежності:

$$E_K = 0.5 \cdot I_{X_2} \cdot \left(\frac{dy}{dt} \right)^2 = 0.5 \cdot I_{X_2} \cdot (\dot{y})^2, \quad (2)$$

де I_{X_2} – момент інерції вітроколеса із зосередженими масами m_l стосовно осі O_2x_2 .

Для визначення членів лівої частини рівняння (1) знайдемо відповідні похідні від виразу (2):

$$\frac{\partial E_K}{\partial \dot{y}} = \frac{\partial}{\partial \dot{y}} \left(0.5 \cdot I_{X_2} \cdot (\dot{y})^2 \right) = I_{X_2} \cdot \frac{dy}{dt}, \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_K}{\partial \dot{y}} \right) = \frac{d}{dt} \left(I_{X_2} \cdot \frac{dy}{dt} \right) = I_{X_2} \cdot \frac{d^2y}{dt^2}. \quad (3)$$

Момент інерції системи стосовно осі O_2x_2 залежить від величини зосереджених симетрично щодо осі обертання вітроколеса мас m_l та геометричних параметрів його маточини. Припустимо, що маточина являє собою кільце завширшки b_m , завтовшки c_m і зовнішнім радіусом r_m , тоді для розрахунку можемо прийняти таку залежність:

$$I_{X_2} = m_l \cdot l_l^2 + 0.5 \cdot \rho \cdot r_m \cdot b_m \cdot \left(r_m^4 - (r_m - c_m)^4 \right) = m_l \cdot l_l^2 + 0.5 \cdot m_m \cdot \left(r_m^2 + (r_m - c_m)^2 \right), \quad (4)$$

де l_d – приведена відстань від осі обертання до центра мас лопаті; r_m – густина матеріалу маточини; m_m – маса маточини.

Зовнішні сили, які діють на вітроустановку, можна розділити на аеродинамічні, інерційні, гравітаційні та експлуатаційні. Спершу проаналізуємо дію аеродинамічних навантажень. Вони виникають внаслідок взаємодії лопатей із повітряним потоком. Характеристику аеродинамічного моменту довільного горизонтально-осьового вітроколеса (наприклад, зображену на рис. 2 [6]) можна наближено апроксимувати квадратичною параболою:

$$M_A = \frac{\rho \cdot R^3 \cdot r_n \cdot V^2}{2} \cdot \left[a \cdot \frac{y^k \cdot R}{V} - b \cdot \left(\frac{y^k \cdot R}{V} \right)^2 - g \right], \quad (5)$$

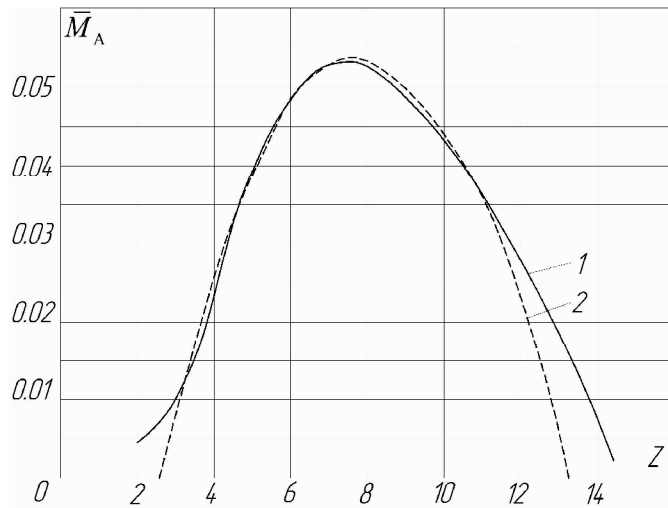


Рис. 2. Характеристика аеродинамічного моменту та її апроксимація

де R – величина зовнішнього радіуса вітроколеса; r_n – густина повітря; V – швидкість повітряного потоку; a , b , g – сталі коефіцієнти, величини яких можна визначити з експериментальних кривих аеродинамічного моменту вітроколеса, використовуючи, наприклад, метод найменших квадратів.

На рис. 2 проілюстровано апроксимацію аеродинамічного моменту вітроколеса АВЕУ6-4 [6]. Кривою 1 показано характеристику

$$\bar{M}_A = \frac{2 \cdot M_A}{\rho \cdot R^3 \cdot r_n \cdot V^2}, \text{ побудовану за}$$

експериментальними даними, а кривою

2 – параболу $\bar{M}_A = a \cdot \frac{y^k \cdot R}{V} - b \cdot \left(\frac{y^k \cdot R}{V} \right)^2 - g$ з коефіцієнтами $a = 0.031$, $b = 0.002$, $g = 0.067$.

Коливання швидкості й напрямку вітру мають випадковий характер, а їх статистичні характеристики відомі доволі наближено. На рис. 3 зображено типові для території Прикарпаття часові залежності зміни швидкості (а) та напрямку (б) вітрового потоку [3]. Як бачимо, протягом однієї секунди вітер здатний змінити свій напрямок більш ніж на 90° , а швидкість – на 40–60 % від номінального значення V_H . Тому для забезпечення перпендикулярності напрямку повітряного потоку до площини обертання вітроколеса застосовують системи орієнтації, які у переважній більшості вітроустановок малої потужності виконуються у вигляді хвостового стабілізатора (рис. 1, а). Отже, можемо припустити, що система орієнтації працює із достатньою ефективністю і вісь обертання вітроколеса завжди паралельна до напрямку потоку повітря.

Для подальшого аналізу подамо швидкість вітру V у вигляді періодичної функції:

$$V = V_H + s \cdot V_H \cdot \cos(k \cdot p \cdot t), \quad (6)$$

де s і k – коефіцієнти величини і періодичності пульсації швидкості вітру відповідно. Для розрахунків прийматимемо $s = 0.2 \dots 0.6$, $k = 0.5 \dots 1$.

Експлуатаційний момент навантаження на валу вітроколеса для наближених інженерних розрахунків можна подати так:

$$M_H = M \cdot (y^k)^m, \quad (7)$$

де M – коефіцієнт пропорційності; m – показник степеня. У разі застосування гвинтових насосів, шнекових або транспортерних механізмів $m = 0$, а величина M_H є постійна. Коли ж вітроколесо використовується для приводу електрогенераторів або різних типів гідравлічних чи пневматичних насосів величина m може коливатися у межах $1 \dots 2$.

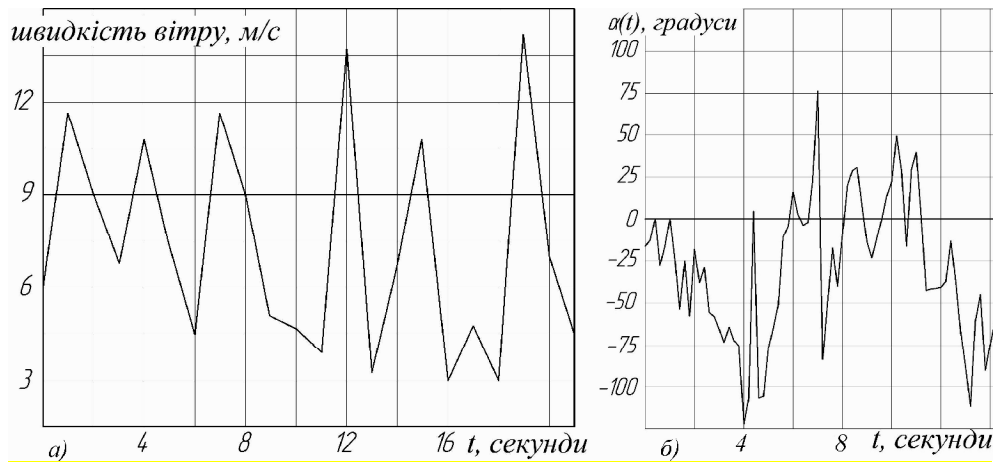


Рис. 3. Часові залежності зміни швидкості і напрямку повітряного потоку

Що стосується гравітаційних сил, які діють на лопаті, то можна припустити, що вітроколесо обертається навколо власної осі симетрії, тому вказані навантаження будуть урівноважуватися і не чинитимуть впливу на рух системи. Інерційні навантаження, які виникають під час повороту гондоли внаслідок орієнтації вітроколеса за напрямком вітру, та лопатей з метою стабілізації кутової швидкості можна розділити на дотичні, відцентрові та коріолісові. Вони були детально проаналізовані в [1, 4] та в інших роботах. Враховуючи вищеприйняті припущення, можна стверджувати, що інерційні сили також не чинитимуть впливу на рух вітроколеса.

Отже, узагальнену силу Q_y з урахуванням рівнянь (5), (6) і (7) можемо подати у такому вигляді:

$$Q_y = M_A + M_H = \frac{p \cdot R^3 \cdot r_n \cdot (V_H + s \cdot V_H \cdot \cos(k \cdot p \cdot t))^2}{2} \times$$

$$\times \left[a \cdot \frac{y \cdot R}{V_H + s \cdot V_H \cdot \cos(k \cdot p \cdot t)} - b \cdot \left(\frac{y \cdot R}{V_H + s \cdot V_H \cdot \cos(k \cdot p \cdot t)} \right)^2 - g \right] - M \cdot (y \cdot R)^m. \quad (8)$$

Підставляючи вирази (3), (4) і (8) у рівняння (1) отримаємо диференціальне рівняння обертального руху вітроколеса:

$$\left(m_l \cdot l_l^2 + 0.5 \cdot m_m \cdot (r_m^2 + (r_m - c_m)^2) \right) \cdot \ddot{y} = \frac{p \cdot R^3 \cdot r_n \cdot (V_H + s \cdot V_H \cdot \cos(k \cdot p \cdot t))^2}{2} \times$$

$$\times \left[a \cdot \frac{y \cdot R}{V_H + s \cdot V_H \cdot \cos(k \cdot p \cdot t)} - b \cdot \left(\frac{y \cdot R}{V_H + s \cdot V_H \cdot \cos(k \cdot p \cdot t)} \right)^2 - g \right] - M \cdot (y \cdot R)^m. \quad (9)$$

Рівняння (9) являє собою лінійне неоднорідне диференціальне рівняння другого порядку зі змінними коефіцієнтами. Для його числового розв'язування та наведення результатів у графічному вигляді використаємо програмний комплекс MATHEMATICA. У таблиці задано початкові умови та вибрано основні геометричні параметри вітроустановки з метою забезпечення її номінальної потужності 3 кВт за розрахункового значення швидкості вітру $V_H = 9$ м/с.

$y(0), \text{рад}$	$\dot{y}(0), \text{рад/с}$	$m_l, \text{кг}$	$R \approx 2 \cdot l_l, \text{м}$	$m_m, \text{кг}$	$r_m, \text{м}$	$c_m, \text{м}$
0	0	20	2.5	10	0,2	0.05

На основі рівняння (9), даних таблиці та часових діаграм зміни напрямку і швидкості вітру на рис. 4 побудуємо графічні залежності кутової швидкості обертання вітроколеса для різних значень моменту навантаження M_H : $M = 0$ (а) і $M = 100 \text{ Н} \cdot \text{м}$ за $m = 0$ (б), $m = 1$ (в), $m = 2$ (г).

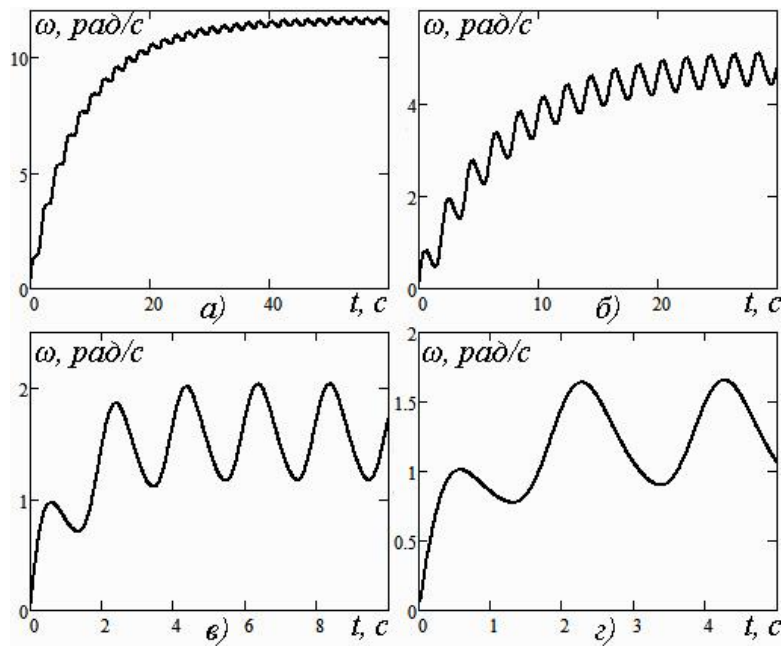


Рис. 4. Часові залежності кутової швидкості за різних значень моменту опору на валу вітроколеса

Висновки. В роботі розглянуто питання обертального руху вітроколеса за поривчастих вітрів. Побудова диференціального рівняння руху проводилася на основі принципів аналітичної механіки з урахуванням мінливості швидкості і напрямку вітрового потоку для різних значень моменту навантаження на валу вітроколеса. Отримані результати дають змогу констатувати: 1) тривалість перехідного процесу запуску вітроколеса (від моменту старту до оптимальної кутової швидкості для заданого навантаження) обернено пропорційно залежить від величини цього навантаження; 2) амплітуда коливань кутової швидкості в усталеному режимі роботи фактично не залежить від типу навантаження і переважно зумовлюється мінливістю швидкості вітрового потоку; 3) для кожного типу навантаження на валу вітроколеса існує певна оптимальна кутова швидкість його обертання, значення якої змінюється обернено пропорційно до величини цього навантаження.

На основі проведеного аналізу динаміки вітроколеса у подальших етапах досліджень планується проаналізувати можливості втрати стійкості системи вітроколесо-навантаження за $M_H = \text{const}$, $M_H = M \cdot \omega$ і $M_H = M \cdot \omega^2$, які спричиняють режим форсованого гальмування, зумовленого підвищенням моменту опору навантаження понад значення крутного моменту, що розвивається за рахунок аеродинамічних сил. У практиці експлуатації вітроенергетичних установок доведено, що за поривчастого вітру нестійкі режими роботи виникають доволі часто.

1. Кузьо І.В. Аналіз гравітаційних та інерційних навантажень при нерівномірному складному русі лопатей вітроколеса / І.В. Кузьо, В.М. Корендій // Праці Одеського політехнічного університету. – 2011. – № 2 (36). – С. 52–57. 2. Hodges D. Multi-Flexible-Body Analysis for Application to Wind-Turbine Control Design / D. Hodges, M. Patil // Proceedings of the ASME Wind Energy Symposium, Reno, Nevada, January. – 2001. – P. 281–300. 3. Швень Н.І. Про вплив зміни методик спостережень на визначення напрямку та швидкості вітру на метеорологічній мережі України / Н.І. Швень // Наукові праці УкрНДГМІ. – 2004. – № 253. – С. 164–172. 4. Кузьо І.В. Теоретичні аспекти моделювання вітроенергетичних установок / І.В. Кузьо, В.М. Корендій // Вісник Тернопільського національного технічного університету. – 2011. – № 3. – С. 85–94. 5. Дзензерский В.А. Ветроустановки малой мощности / В.А. Дзензерский, С.В. Тарасов, И.Ю. Костюков. – К.: Наук. думка, 2011. – 592 с. 6. Харитонов В.П. Условия рационального агрегатирования автономных ветроэлектрических установок / В.П. Харитонов // Научные труды ВИЭСХ. – Т. 86. – М.: ВИЭСХ, 2000. – 270 с.