

ВІДОБРАЖЕННЯ ВПЛИВУ МОРФОЛОГІЇ НА ХАРАКТЕРИСТИКИ ЕЛЕКТРОННИХ ПРИСТРОЇВ

© Кудря В. Г., 2016

Запропоновано методи поліпшення якості аналізу електронних пристроїв. Використання елементів теорії електромагнітного поля та теорії електричних кіл у межах системного дослідження дало змогу об'єднати схмотехнічне та конструктивно-технологічне проектування електронних систем та їх компонентів. Для ілюстрації запропонованого підходу вибрана схема підсилювача. Представлена модель відтворює конструктивні особливості друкованої плати у вигляді електродинамічних параметрів конструкції. Параметри моделі аналізуються в межах квазістаціонарного наближення електромагнітних взаємовпливів міжкомпонентних з'єднань провідникових структур. Застосування принципу аналогії сферопаралельних та площинно-паралельних полів дозволило визначити потоки вектора електричної індукції як різниці скалярних потенціалів, тобто без застосування числового інтегрування по поверхнях провідників міжкомпонентних з'єднань, що значно зменшує обчислювальну складність. Запропонована модель встановлює алгоритмічний зв'язок конструкцій друкованих плат з системними: часовими, частотними, завадостійкими та іншими схмотехнічними характеристиками об'єкта проектування

Ключові слова: міжкомпонентні з'єднання, MEMS, NEMS, електромагнітна завада, високочастотний підсилювач.

V. Kudrya

Odessa National Polytechnic University

REFLECTION THE MORPHOLOGY IMPACT ON THE CHARACTERISTICS OF ELECTRONIC DEVICES

© Kudrya V., 2016

The article suggests methods for improving the quality of analysis of electronic devices. Using the electromagnetic field theory and the theory of electrical circuits within the system allowed to combine research and schematic structural and technological design of electronic systems and their components. To illustrate the proposed approach chosen amplifier circuit. The model reproduces the design features of the PCB in the form of electromagnetic design parameters. Parameters of the model are analyzed under quasistationary approximation electromagnetic interferences between component connections conductor structures. Application of the principle of analogy between spherical and planar parallel field allowed to determine the flow of electric displacement field as scalar potential difference, that is, without the use of numerical integration on the surface of conductors between component connections, which greatly simplifies the computational complexity. The model establishes a relationship algorithmic designs PCB with the system: time; frequency; noiseimmunity circuit and other features of the design.

Key words: interconnection, MEMS, NEMS, electromagnetic disturbance, high frequency, amplifier.

Вступ

Якісне проектування високочастотних широкосмугових підсилювачів як “прототипів” певних інтегральних монолітних схем ґрунтується на ітераційному процесі покрокового виконання схмотехнічного та конструктивно-технологічного етапів його реалізації.

Дослідження з розроблення системних фізико-математичних моделей [1], що стосуються технології проектування та виробництва електронних засобів, розпочались понад 35 років тому і інтенсивно розвиваються і сьогодні. Зокрема, в публікації [2] міжз'єднання (комунікатор) виділено як окремий елемент МЕМС, або НЕМС, а в [3] електродинамічні характеристики комунікатора органічно поєднуються з характеристиками компонентів у вигляді замкнутої системи рівнянь. Зазначені в цих роботах концептуальні засади вказують шляхи урахування електромагнітних завад комунікатора вже на етапі схемотехнічного синтезу та аналізу електронної схеми. Проблеми внутрішньої апаратурної електромагнітної сумісності є фактором, що стримує підвищення швидкодії електронних засобів, геометричні розміри компонентів яких наближаються до довжин хвиль, що випромінюються комунікатором. Метою публікації є ілюстрація застосування системного аналізу, що ґрунтується на побудові математичної моделі з відображенням морфологічних особливостей конструкції та впливу останньої на характеристики підсилювача.

Структура програмної реалізації

Проектування підсилювача, як і будь-якого іншого функціонального електронного перетворювача, складається з певних етапів: задавання технічних характеристик; аналіз бази компонентів та розроблення на її основі структурно-логічної схеми; схемотехнічне проектування [4]; розв'язання задач технологічного проектування. До останнього, своєю чергою, належать процедури вибору морфології плати, розміщення компонентів на платі, проектування трасування та дизайну виробу загалом [5].

Проектування кожного з етапів має певні особливості, свій понятійний апарат та свої окремі дескриптори процесів, що моделюються. На початкових етапах розвитку електроніки такий стан речей відповідав запитам практики. Але з підвищенням швидкодії, розширенням частотного спектра сигналів відособлення зазначених етапів призвело до ускладнення процедури проектування та певних суперечностей між технологіями проектування та технологією виробництва електронних засобів. Натомість, з переходом до нанотехнологічного виробництва монолітних інтегральних схем відокремити перераховані етапи один від одного практично неможливо, оскільки міжкомпонентні ланцюги тепер мають подвійне функціональне навантаження: з одного боку, це розподілений у просторі компонент, типу смугової лінії, з іншого – елементи гальванічних зв'язків між компонентами. Такі ланцюги, як і, зрештою, комунікатор загалом, порушують енергетичну автономію та призводять до непередбачуваних ефектів електромагнітної взаємодії між окремими частинами комунікатора, що, врешті-решт, змінювало амплітудно-частотні характеристики та зменшувало запас стійкості. В окремих випадках підсилювач після конструктивної реалізації перетворювався на генератор, незважаючи на відсутність помилок під час його проектування! Власне, це і стало підставою розроблення нових математичних моделей [1, 2, 3], що “увібрали” в себе і морфологічні, й топологічні властивості об'єкта проектування. Така модель представляється у вигляді повної (замкнутої) системи незалежних рівнянь. Рівняння складають відносно універсальних дескрипторів, що характеризують процеси різних етапів проектування, охоплюючи як схемотехніку, так і її конструктивну реалізацію.

Конструкція підсилювача та її схемотехнічне відображення

За винятком складання об'єктно-орієнтованих вимог та дизайну конструкції, решта етапів проектування, тією чи іншою мірою, знайшли відображення у сучасних САІР радіоелектроніки: Spice, MicroCap, EWB, OrCad, MultiSim, Altium Designer [5]. Набувши певного досвіду роботи в зазначених програмних середовищах, не складно, наприклад, отримати характеристики підсилювача (рис. 1) дециметрового діапазону на транзисторі Q1 (наприклад, КТ919). Реальна монтажна плата такого підсилювача може мати вигляд, як у [6, рис. 4.25].

Зазначимо, що в ескізі конструкції узгоджувальні трансформуючі як вхідне, так і вихідне електричні кола виготовлені у вигляді відрізків смужкових ліній передавання поперечних Т-хвиль. Розрахункові значення зосереджених індуктивних та ємнісних компонентів схеми (рис. 1) являють собою еквівалентні параметри смужкових ліній.

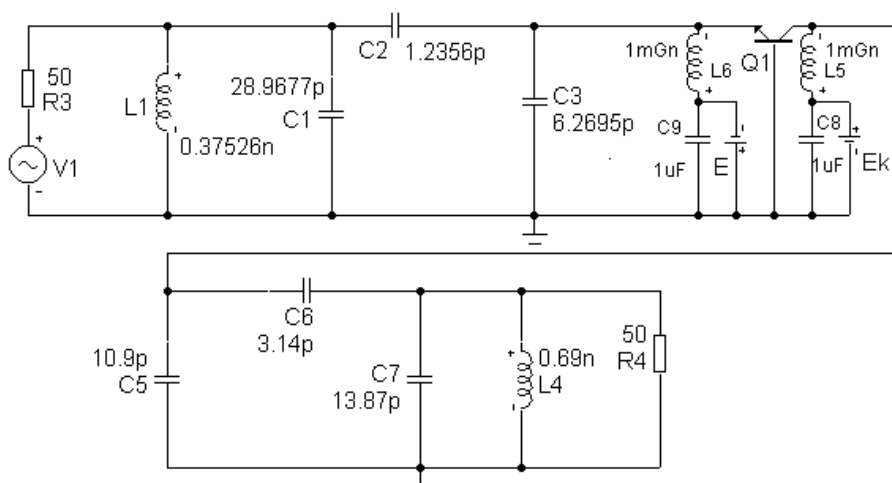


Рис. 1. Еквівалентна схема підсилювача

Математична модель

1. *Дескриптори моделі.* Системні алгоритми аналізу сучасних електронних засобів потребують розроблення їх моделей, що основані на нечітких означеннях компонентів та комунікатора. Виконуючи декомпозицію першого рівня, представимо підсилювач у вигляді двох композиційних складових: комунікатора та компонентів. Критерієм такого розподілу на першому ітераційному кроці може слугувати зіставлення довжин електромагнітної хвилі, яка випромінюється у простір комунікатором та неавтономними компонентами, з розмірами функціонального перетворювача загалом. Комунікатор та компоненти характеризуються різними математичними моделями, які відбивають ланцюговий (для компонентів) та хвильовий (для комунікатора) процес. Об'єкт проектування подається у вигляді компонентів, які об'єднуються комунікаційною структурою. Для побудови моделі пропонується використовувати три типи матричних рівнянь: компонентні; компонентно-комунікаційні (топологічні); морфологічні. Системи рівнянь повинні бути складені відносно тих самих фізичних величин – дескрипторів, що описують явища та процеси на різних етапах проектування.

Множина різноманітних параметрів окремого компонента достатньо різноманітна: власне ім'я, що може відображати клас компонентів та його індивідуальну специфікацію у цьому класі; параметри, що мають певну фізичну розмірність (Ом, Гн, Ф тощо); характеристики (лінійні, параметричні, нелінійні, нелінійно-параметричні); морфологія, що відображає як геометричні розміри, так і електродинамічні (речовинні) параметри: питому провідність – σ ; діелектричну проникність – ϵ , магнітну провідність – μ , що мають різні значення на поверхні та в окремих областях об'єму компонента. В загальному вигляді математичні моделі компонентів повинні описуватись у вигляді скалярних або операторних матриць, що встановлюють взаємозв'язки між вектором впливів та вектором реакцій дескрипторів процесу. Морфологічні дані про компонент використовуються для розв'язання конструкторсько-технологічних задач: просторового, або площинного розміщення, трасування, рівня електромагнітної автономії, мається на увазі внутрішня та зовнішня електромагнітна, теплова, можливо, радіаційна та біологічна сумісність тощо.

Дескриптори комунікатора являють собою також матриці, що пов'язують впливи та реакції на усіх полюсах комунікатора. Елементи матриць дескрипторів, для яких доречно вжити специфічну назву “електродинамічні параметри”, визначають, розв'язуючи крайові задачі електродинаміки. Зауважимо, що вибір методу розв'язування таких задач також визначається співвідношенням розмірів: хвиля – комунікатор [3]. Як правило, комунікатор має лінійну структуру, що міститься в неоднорідному середовищі. До комунікатора належать: провідники, екрани, ізоляційні об'єми, що ізолюють дерева (вузли) комунікатора одне від одного тощо. Фізичну природу дескрипторів вибирають у такий спосіб, щоб усі вони були універсальними з метою поєднання різноманітних етапів проектування в єдине ціле та формування узагальненої для усіх етапів

проектування математичної моделі. Універсальна математична модель і повинна встановити функціональні взаємозв'язки між зазначеними видами дескрипторів у вигляді узгодженої замкнутої системи рівнянь.

2. *Компонентні рівняння.* Рівняння, що встановлюють взаємозв'язок між струмами полюсів та напругами дуг компонентів

$$[U]_m = [Z]_{m,m} [I]_m + [U_0]_m, \quad [I]_m = [Y]_{m,m} [U]_m + [I_0]_m, \quad (1)$$

де $[U]_m$ та $[I]_m$ матриці-стовпці дескрипторів процесів, за які вибрано напруги усіх m дуг та струми усіх m полюсів загальної сукупності компонентів:

$$[U]_m = \begin{bmatrix} U_1 \\ \vdots \\ U_m \end{bmatrix}, \quad [I]_m = \begin{bmatrix} I_1 \\ \vdots \\ I_m \end{bmatrix}; \quad (2)$$

$[Z]_{m,m}$, $[Y]_{m,m}$ – матриці параметрів компонентів, що визначаються їх внутрішньою природою; матриці-стовпці: $[U_0]_m, [I_0]_m$ подібні до (2). Вони характеризують приведені до відповідних дуг та полюсів додаткові напруги та струми, що характеризують активні компоненти.

3. *Компонентно-комунікаторні (топологічні) рівняння.* Для незалежних дерев

$$[D]_{r_{\max}, m_{\max}} [I]_{m_{\max}} = [I_H]_{r_{\max}}, \quad (3)$$

де $[D]_{r_{\max}, m_{\max}}$ – матриця дерев, рядки якої відповідають номерам дерев, а стовпці – номерам полюсів компонентів, бінарні елементи матриці, обчислюються за фактом інцидентності m -го полюса r -му дереву D_r ; $[I_H]_{r_{\max}}$ – матриця струмів, що не враховані першим законом Кірхгофа (струм зсуву та витоку в діелектричне середовище).

Для незалежних контурів

$$[K]_{p_{\max}, m_{\max}} [U]_{m_{\max}} = [U_H]_{p_{\max}}, \quad (4)$$

де $[K]_{p_{\max}, m_{\max}}$ – матриця контурів, рядки якої відповідають номерам окремих контурів $K_p, p = \overline{1, p_{\max}}$, а стовпці – номерам полюсів компонентів, бінарні елементи матриці, обчислюються за фактом інцидентності m -ї дуги p -му контуру K_p , $[U_H]_{p_{\max}}$ – матриця-стовпець наведеної в кожному контурі напруги, що не врахована другим законом Кірхгофа (фарадееві напруги індукції та втрат у провідниках незалежних контурів).

4. *Рівняння комунікатора (морфологічні).* Праві частини (3) та (4), що віддзеркалюють електромагнітні процеси, які не враховані класичними законами теорії електричних кіл:

$$[I_H]_{r_{\max}} = [I_G]_{r_{\max}} + [I_C]_{r_{\max}}; \quad (5)$$

$$[U_H]_{p_{\max}} = [U_R]_{p_{\max}} + [U_L]_{p_{\max}}, \quad (6)$$

де $[I_G]_{r_{\max}}, [I_C]_{r_{\max}}, [U_R]_{p_{\max}}, [U_L]_{p_{\max}}$ – матриці-стовпці, що виражаються, своєю чергою, через електродинамічні параметри комунікатора.

Зазначені параметри являють собою матричні коефіцієнти пропорційності між дескрипторами процесів та матрицями індуктованих струмів з дерев та напруг у контурах комунікатора. Рівняння (5) та (6) дають змогу опосередковано формулювати задачі електродинаміки з визначення параметрів матриць комунікатора.

6. *Узагальнена матрична модель.* Рівняння (1)–(6) характеризують одночасно процеси в компонентах, морфологію комунікатора та топологію електричного кола. Нескладно показати, що вони приводяться до системи алгебраїчних рівнянь відносно тих самих змінних – струмів полюсів та напруг дуг компонентів та комунікатора. Кількість рівнянь у цій системі дорівнює кількості невідомих сигнальних дескрипторів

$$[A]_{4m_{\max}, 4m_{\max}} X_{4m_{\max}}^B = B_{4m_{\max}}, \quad (7)$$

де $X_{4m_{\max}}^B$ – матриця-стовпець невідомих дескрипторів процесу; $m_{\max}$ – кількість полюсів; $[A]_{4m_{\max}, 4m_{\max}}$ та $B_{4m_{\max}}$ – матриці, елементи яких обчислюються через параметри компонентів та комунікатора.

Коефіцієнти лівої та правої частин системи рівнянь (7) можна подати в блочному вигляді

$$[A]_{4m_{\max}, 4m_{\max}} = \begin{bmatrix} A11 & A12 & A13 & A14 \\ A21 & A22 & A23 & A24 \\ A31 & A32 & A34 & A34 \\ A41 & A42 & A43 & A44 \end{bmatrix}; \quad B_{4m_{\max}} = \begin{bmatrix} B1 \\ B2 \\ B3 \\ B4 \end{bmatrix}, \quad (8)$$

що дає змогу розробляти різноманітні класи задач аналізу монолітних інтегральних схем в широкому діапазоні частот, не змінюючи загальну структуру математичного забезпечення систем проектування.

Рівняння (7) – підґрунтя для розроблення нових методів аналізу, подібно до формування класичних методів аналізу електричних кіл, типу методу контурних струмів, вузлових напруг, що здійснюється вибором однорідних базисних дескрипторів меншої розмірності з $X_{4m_{\max}}^B$. Систему рівнянь меншого розміру складають, підставляючи одні рядки матричного рівняння (7) в інші за правилами матричних операцій. Зрозуміло, що зазначена процедура розрахована на застосування об'єктно-орієнтованого програмування, прив'язка якого до сформульованої задачі передбачає попередній аналіз електричного кола на предмет прийняття рішення щодо виділення скороченого базису з $X_{4m_{\max}}^B$ з метою мінімізації часової складності обчислення.

Електродинамічні параметри комунікатора

1. *Способи обчислення електродинамічних параметрів.* Зовнішня простота наведеної математичної моделі достатньо оманлива. Коефіцієнти системи рівнянь (7) можна обчислити лише через елементи матриць (1), що входять до складу компонентних рівнянь, та електродинамічні параметри комунікатора, які, своєю чергою, також являють собою матриці, що формують ліві частини рівностей (5) та (6). Елементи вказаних матриць – це лінійні комбінації дескрипторів моделі: напруг дуг та струмів полюсів компонентів. Обчислення коефіцієнтів цих комбінацій є предметом попереднього розв'язання задач електродинаміки. Якщо йдеться про параметри, що визначаються струмами зсуву та струмами витоку в діелектриках, то формулювання таких задач ґрунтується на тому, що приймають: дорівнюють нулю усі напруги дуг компонентів, за винятком напруги однієї дуги. Ця напруга визначає просторовий розподіл зарядів по деревах комунікатора, що уможливорює обчислення потоків вектора електричної індукції з поверхонь окремих ланцюгів. У випадку задавання, як джерела магнітного потоку, струму одного з полюсів, в аналогічний спосіб формують задачі з визначення потоків через контури та втрат у провідниках комунікатора. Оскільки формалізація таких задач достатньо ускладнена, а, з іншого боку, алгоритм потребує лише знання інтегральних характеристик полів, у вигляді векторів електричної та магнітної індукції через задані поверхні [3], обмежимося ілюстрацією застосування квазістаціонарного методу аналізу поля комунікатора, що ґрунтується на аналогії рівнянь ортогональних систем координат [7].

2. *Формулювання задач електродинаміки.* Провідники комунікатора, як правило, прокладаються по паралельних трасах і – по трасах, що мають променеву структуру в місцях їх приєднання

до електричних компонентів. Поле (n+1)-го паралельного провідника обчислюється достатньо просто, наприклад, потенціал у просторі між паралельними провідниками повинен задовольняти рівняння Лапласа $\Delta\varphi = 0$, де

$$\Delta j(x, y) = \frac{\partial^2 j}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 j}{\partial y^2}, \quad (9)$$

розв'язком якого є функція, яка в полярній системі координат

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad a = \arctg \frac{y}{x} \quad (10)$$

має вигляд

$$j = \frac{\sum_{k=1}^{n+1} t_k \ln \sqrt{r_k^2 + r^2 - 2 r r_k \cos(a - a_k)}}{-2\pi e}, \quad (11)$$

де r_k , j_k – полярні координати осі k -го провідника, e – діелектрична проникність середовища, в якому розташовані провідники, τ_k – заряд на одиницю довжини.

Розмістимо точку спостереження на поверхні m -го проводу, приймаючи

$$r = r_m \pm a_m, \quad a = a_m, \quad (12)$$

де m – номер, а a_m – радіус m -го провідника. Підставляючи (12) в (11), можна скласти систему з (n+1)-го рівняння

$$j_m(x_m, y_m) = e^{-1} \sum_{k=1}^{n+1} t_k P_{mk} \quad (13)$$

де $m = 1, 2, \dots, n+1$, а

$$P_{mk} = -(4\pi)^{-1} \ln[r_k^2 + (r_m \pm a_m)^2 - 2(r_m \pm a_m)r_k \cos(a_m - a_k)], \quad (14)$$

що з точністю до співмножника ε^{-1} збігаються з коефіцієнтами електростатичної індукції [8].

Якщо результат обчислень (13) не залежить від того, який знак (+ чи –) залишився в (12), це дає змогу виправдати припущення про збіг полів ниток та полів тонких дротів. Рівняння (13) дозволяють визначити напруги U_{mq} між будь-якими двома проводами m та q . Кількість таких напруг визначається кількістю ребер повного графа, побудованого на (n+1) вершині

$$C_{n+1}^2 = \frac{(n+1)n}{2}.$$

Кількість незалежних напруг, що визначається цикломатичним числом графа

$$n\left(\frac{n-1}{2}\right) \leq C_{n+1}^2,$$

менша від загальної кількості провідників. Вибір незалежних напруг можна здійснити в довільний спосіб, але задля простоти алгоритмізації в U_{mq} упорядкуємо нумерацію, прийнявши $q=m+1$, де $m=1, 2, \dots, n$. Використовуючи (13), складемо різниці потенціалів, що визначають напруги між сусідніми за нумерацією провідниками

$$U_{m,m+1} = j_m - j_{m+1} = \sum_{k=1}^{n+1} \frac{t_k}{e} (P_{m,k} - P_{m+1,k}), \quad (15)$$

де надалі $U_{m,m+1}$ позначатимемо як U_m без втрати інформативності.

Вважаючи систему провідників автономною (електронейтральною), врахуємо, що дорівнює нулю сумарний заряд системи

$$\sum_{k=1}^{n+1} t_k = 0 \Rightarrow t_{n+1} = -\sum_{k=1}^n t_k, \quad (16)$$

що дає змогу переписати (15) у вигляді

$$U_m = \sum_{k=1}^n \frac{t_k}{e} (P_{mk} - P_{m+1,k}) - \sum_{k=1}^n \frac{t_k}{e} (P_{m,n+1} - P_{m+1,n+1}) \quad (17)$$

та подати його в компактній формі

$$U_m = \sum_{k=1}^n \frac{t_k}{e} B_{mk} \quad \forall m=1,2,\dots,n, \quad (18)$$

де

$$B_{m,k} = P_{m,k} - P_{m+1,k} - P_{m,n+1} + P_{m+1,n+1}. \quad (19)$$

Матрична форма системи лінійних алгебраїчних рівнянь, що складена відносно зарядів провідників, має вигляд

$$\begin{bmatrix} B_{11} & \mathbf{L} & B_{1k} & \mathbf{L} & B_{1n} \\ \mathbf{L} & \mathbf{L} & \mathbf{L} & \mathbf{L} & \mathbf{L} \\ B_{m1} & \mathbf{L} & B_{mk} & \mathbf{L} & B_{mn} \\ \mathbf{L} & \mathbf{L} & \mathbf{L} & \mathbf{L} & \mathbf{L} \\ B_{n1} & \mathbf{L} & B_{nk} & \mathbf{L} & B_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t_1 \\ \mathbf{K} \\ t_m \\ \mathbf{L} \\ t_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} eU_1 \\ \mathbf{K} \\ eU_m \\ \mathbf{L} \\ eU_n \end{bmatrix}, \quad (20)$$

або

$$[B]_{n,n} [t]_{n,1} = e [U]_{n,1}, \quad (21)$$

звідкіля можна отримати такий розв'язок

$$[t]_{n,1} = e [B]_{n,n}^{-1} [U]_{n,1} \quad (22)$$

Оскільки потік N_m вектора електричної індукції $\vec{D}$ з поверхні відтинка m -го провідника довжиною l дорівнює $l t_m$, то потоки вектора електричної індукції

$$[N]_{n,1} = l [t]_{n,1} = e l [B]_{n,n}^{-1} [U]_{n,1} \quad (23)$$

або, вводячи позначення

$$[C]_{n,n} = e l [B]_{n,n}^{-1} \quad (24)$$

рівняння (23) можна записати в компактній формі

$$[N]_{n,1} = [C]_{n,n} [U]_{n,1}. \quad (25)$$

Звернемо увагу на те, що математична модель підсилювача (7) дає змогу оптимізувати конструкцію плати на основі відображення внутрішнього електромагнітного стану. Зрозуміло, для того, щоб розрахувати потоки векторів електричної та магнітної індукції із заданих поверхонь плати, необхідно знати реальні струми та напруги на платі підсилювача (рис. 1). З іншого боку, реальні струми та напруги не можна розрахувати без знання реального стану електромагнітного процесу. Виходом з цієї ситуації, що, здавалось би, неможливо розв'язати принципово, стало використання не самих потоків, а параметрів, що в лінійний спосіб встановлюють взаємне однозначне співвідношення між потоками та джерелами цих потоків. Такі співвідношення і називаються електродинамічними параметрами комунікатора. Хоч (25) дозволяє отримувати елементи $\mathbf{f}_{cm}$ матриці $[\mathbf{f}_C]_{r_{\max}}$, що входить до складу формули (5), як

$$i_{cm}(t) = \frac{dN_m(t)}{dt} \Rightarrow \mathbf{f}_{cm} = j\omega \mathbf{N}_m, \quad (26)$$

рівняння (25) не має самостійного значення, оскільки і самі потоки, і джерела електричних потоків у межах електродинамічної задачі залишаються невідомими величинами. Суттєвим є лише алгоритм визначення електродинамічних параметрів ємнісного типу (24). Зупинимось докладніше на методах їх обчислення.

3. Алгоритмічні процедури. Обчислення елементів $C_{m,k}$ матриці (24) реалізується у вигляді зручної послідовності кроків для написання кодів програми. Орієнтуючись, наприклад, на пакет MathCad, можна запропонувати такі кроки.

Користуючись інформацією про морфологію системи провідників, задаємо та обчислюємо вхідні початкові дані у вигляді скалярів та масивів. Скаляри: ϵ – діелектрична проникність; $n1$ – кількість провідників та число $n=n1-1$; l – довжина паралельних провідників; величини, що

характеризують взаємне розташування. Масиви: ρ_{n1} , α_{n1} – циліндричні координати центрів провідників; r_{n1} – радіуси провідників.

Обчислюємо елементи матриці P розмірністю $(n1, n1)$ за формулою (14).

Формуємо та обчислюємо матрицю B розмірністю (n, n) за формулою (19).

Обчислюємо матрицю C розмірністю (n, n) за виразом (24), в якому застосовується стандартна програмна процедура обертання матриці.

Матриця C і буде результатом розв'язання електродинамічної задачі, що надає можливість через рівності (5) сформувати коефіцієнти підсумкової моделі (7).

Для перевірки достеменності за програмою, що розроблена в MathCad 14 для провідників завдовжки 10 мм, діаметром 1 мм, що розташовані на відстані в 10 мм, отримано значення ємності між ними $C=0,1158$ нФ. За алгоритмом з [8, формула (4.1)] цей результат дорівнює 0,1206 нФ, що не перевищує розходження результатів на 2,028 %.

У разі розташуванні провідників у одній площині доцільно користуватись декартовою системою координат ($y_m = y_k = 0$), що спрощує обчислення і натомість (14) для обчислення P_{mk} можна скористатись рівністю:

$$P_{mk} = \frac{-1}{2\pi} \ln |x_m - x_k + a_m|. \quad (27)$$

Для визначення потоків у системі провідних доріжок, що пересікаються, розглянемо сферопаралельні поля. У сферичних координатах (r, q, a) координатними поверхнями є: $r = \text{const}$ – концентричні сфери, $q = \text{const}$ – кругові конуси, $a = \text{const}$ – напівплощини. Натомість q залежно від необхідності розглядатимемо змінні b або γ :

$$b = \ln g = \ln tg \frac{q}{2} = \lg \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{r + z}, \quad (28)$$

які в нелінійний спосіб масштабують азимутальну координату q , не змінюючи при цьому ортогональність ортів сферичної системи координат. Взаємозв'язок між декартовою та модифікованою сферичною системами координат визначається рівняннями (28) та

$$a = \arctg \frac{y}{x}, r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}. \quad (29)$$

Сферопаралельним електричним полем називають поле, скалярний потенціал якого не залежить від координати r :

$$\frac{\partial j(r, b, a)}{\partial r} = 0. \quad (30)$$

У координатах (28) та (29) потенціал ϕ задовольняє двокоординатне рівняння Лапласа (9):

$$\Delta j(a, b) = 0. \quad (31)$$

У розглянутій системі (r, β, α) координати променів, що виходять з початку координат, зручно задавати у вигляді

$$g_k = tg \frac{q_k}{2}, \quad a_k = tg \frac{y_k}{x_k}, \quad (32)$$

що відповідає координатам розташування осей паралельних провідників полярної системи (ρ_k, α_k) , внаслідок чого потенціал поля системи ниток-променів записують за аналогією з (11) як

$$j = \frac{\sum_{k=1}^{n+1} t_k \ln \sqrt{g_k^2 + g^2 - 2gg_k \cos(a - a_k)}}{-2\pi e}, \quad (33)$$

де a, g – поточні координати точки спостереження потенціалу (33) виражаються через декартові координати, як

$$g = \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{z + \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}, a = \arctg \frac{y}{x}. \quad (34)$$

4. *Секторальні потоки.* Потенціали променевих проводів (33) надають можливість обчислення потоку вектора електричної індукції між провідниками (2, 3) та (4,1) у межах зазначеного (рис. 2) сектора без застосування операцій числового інтегрування.

Справді, секторальний потік N_b між провідниками (0,2) та (0,1) завдовжки r_b , що ізольовані один від одного і мають протилежні заряди ($\pm$) відповідно до теореми Гаусса дорівнює заряду t_b на одному з них. Аналогічно, потік сектора (3,0,4) дорівнює t_a .

Якщо вважати, що погонний розподіл заряду τ вздовж провідника заданий, то потік можна визначити як різницю потенціалів відповідних променевих проводів заданої довжини l .

$$N_l = N_b - N_a = (r_b - r_a)t = Cl(j_b - j_a), \quad (35)$$

де C – погонна ємність між секторальними відрізками проводів завдовжки l .

Отже, потік вектора електричної індукції, що припадає на одиницю довжини у напрямку радіус-вектора $\vec{r}$, прямо пропорційний до різниці скалярних потенціалів ϕ у точках, через які проходять промені, тобто межі кільцевого сектора.

Під час визначення потоку паралельних провідників використовувався потенціал поля ниток, а межу обчислення потоку вибирали на невеликій відстані від нитки. Ця відстань дорівнювала радіусу дроту. Аналогічна процедура для поля радіальних променів полягає у виборі граничного променя, що належить бічній поверхні конусного провідника. Цей промінь повинен бути розташований недалеко від променя-нитки та задавати кінцевий розмір діаметра провідника. Для обчислення потенціалу ϕ на поверхні кінцевого провідника необхідно на ній розмістити точку спостереження (рис. 3, а) тобто прийняти в (33)

$$g = g_1 + g_0, \quad a = a_0, \quad (36)$$

де

$$g_1 = tg \frac{q_1}{2}, \quad g_0 = tg \frac{q_0}{2}. \quad (37)$$

Для практики випадок, коли дріт складається з двох гострих конусів (рис. 3, а), менш цікавий, порівняно з конструкцією дротів у вигляді тонких зігнутих циліндрів радіуса “а” (рис. 3, б). Потік, що визначений між конусами (рис. 3, а), практично не відрізнятиметься від потоку між зігнутими частинами циліндра (рис. 3, б), за умови малих кутів відхилення θ_0 .

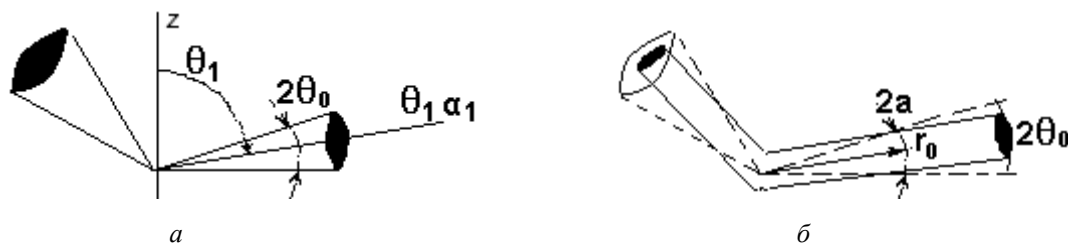


Рис. 3. Заміна конусного проводу (а) на циліндричний (б)

При цьому виконуються співвідношення

$$q_0 \approx \frac{a(r_0)}{r_0}, \quad g_0 = tg \frac{q_0}{2} \approx \frac{q_0}{2} \cong \frac{a}{2r_0} = \frac{a}{l}, \quad (38)$$

де $l=2r_0$ – довжина циліндричного дроту; $a(r_0)$ – радіус кінцевого дроту на відстані r_0 .

Вибір величини r_0 за заданого радіуса циліндричного дроту “а” пов’язаний з питанням такої заміни циліндра конусом, щоб під час знаходження потоків не виникали істотні похибки. Тобто повинна відбуватись компенсація перебору потоку від початку до середини довжини циліндра його недобором від середини до кінця провідника.

Поле $n+1$ кінченного провідника, подібно до поля паралельних провідників, можна отримати в аналогічний спосіб. Зокрема, розташовуючи точки спостереження на бічних поверхнях кожного з конусів, їх координати можна подати у вигляді

$$g = g_m + g_{0m}, \quad a = a_m. \quad (39)$$

Отже, підстановка (39) у вираз для скалярного (33) потенціалу дає змогу обчислювати потенціали кожного реального циліндричного проводу, що відповідає реальному розташуванню провідникових трас, що сходяться до багатополюсних компонентів друкованих плат, зокрема і плати підсилювача (рис. 1).

$$j_m = \frac{1}{e} \sum_{k=1}^{n+1} t_k P_{mk}, \quad (40)$$

де

$$P_{mk} = \frac{-1}{4p} \ln[g_k^2 + (g_m + g_{0m})^2 - 2(g_m + g_{0m})g_k \cos(a_m - a_k)], \quad (41)$$

а, як випливає з (38),

$$g_{0m} = tg \frac{q_{0m}}{2} \approx \frac{q_{0m}}{2} \cong \frac{a_m}{2r_{0m}}. \quad (42)$$

Визначаючи потік вектора електричної індукції двопроменевої лінії (рис. 3), враховуємо, що циліндричний дріт складається з двох ізолюваних одна від одної половин, до яких і прикладено напругу, що створює сферичне паралельне електричне поле.

Практичну зацікавленість також викликає випадок розташування всіх променів на площині $z=0$. Тоді

$$q_k = q_m = p/2, \quad (43)$$

а з урахуванням (32)

$$g_k = g_m = tg \frac{p}{4} = 1, \quad (44)$$

$$P_{mk} = \frac{-1}{4p} \ln[1 + (1 + g_{0m})^2 - 2(1 + g_{0m}) \cos(a_m - a_k)]. \quad (45)$$

У випадку тонких провідників кут q_{0m} менше від одного градуса, а величина $g_{0m} \ll 1$ і (45) спрощується до виразу

$$P_{mk} = \frac{-1}{8p} \ln[2 \sin(\frac{a_m - a_k}{2})]. \quad (46)$$

Алгоритми обчислення решти електродинамічних параметрів (індуктивних; втрат струмів витоку в діелектрику; втрат струмів провідності в провідниках) принципово не відрізняються від наведеного вище. І навіть більше, за збереження геометричних пропорцій, їх можна отримати елементарним перерахунком отриманих параметрів відповідно до формул [8, (В-25,...,В-29)].

Зауважимо: як відомо, поле струмів круглих провідників можна перерахувати за допомогою конформних відображень у поля провідників з іншою поверхнею перетину. Тому отримані результати можна узагальнити і на складніші форми провідників: прямокутні, овальні тощо.

Висновок

У роботі побудовано математичну модель електронного пристрою високочастотного діапазону. Науковою новизною отриманих результатів є алгоритмізація вираховування впливу електромагнітних завад міжкомпонентних з'єднань конструкції на кінцеві частотні та часові характеристики. Отримані результати стосуються не лише розглянутого широкосмугового підсилювача, а є узагальнювальними, що уможливує їх використання для будь-яких інших електронних засобів.

Мета дослідження досягнута за рахунок введення надлишковості базису дескрипторів, що описують модель. "Зайві", з погляду топології електричного кола, струми полюсів, та напруги дуг

компонентів введені в математичну модель з метою їх просторового продовження для визначення закріплених за ними композиційних складових комунікатора в процесі його декомпозиції на сфероподібні площинно-паралельні структури. Такі структури дали змогу замінити процес числового інтегрування на різниці потенціалів у процесі обчислення матриць електродинамічних параметрів комунікатора, що спрощує алгоритмічну складність.

Отже, упровадження результатів дослідження у виробництво електронних, зокрема нанотехнологічних, засобів сприятимуть покращенню техніко-економічних показників, зокрема, зменшенню термінів як технології проектування, так і технології виробництва монолітних інтегральних схем.

1. Тозони О. В., Князь А. И. Электродинамические итерации при проектировании ЭВМ // *Электронное моделирование*. Киев: Наукова думка, 1979. № 2. С. 57–63. 2. *Microelectromechanical Systems and Devices* – Dr. Nazmul Islam (Ed.), InTech. 2012. Chapter 8: Petrenko A. I. “Macromodels of Micro-Electro-Mechanical Systems (MEMS)”. 3. Кудря В. Г. Моделирование нанотехнологических электронных средств: монография. Херсон: Олді-плюс, 2013. 780 с. URL: каталог бібліотеки <http://www.nbuv.gov.ua/> 4. Салабай О. В. Ескізне проектування радіоприймальних пристроїв. Одеса: ОНАЗ ім. О. С. Попова, 2012. 76 с. 5. Сабунин А. Е. Altium Designer. Новые решения в проектировании электронных устройств. М.: СОЛОН-ПРЕСС, 2009. 432 с. 6. Радиопередающие устройства. Балакирев М. В., Вохмяков Ю. С., Журиков А. В. и др. М.: Радио и связь, 1982. 256 с. 7. Князь А. И. Электродинамика информационных систем. М.: Радио и связь, 1994. 392 с. 8. Иосель Ю. Я., Кочанов Э. С., Струнский М. Г. Расчёт электрической ёмкости. Л.: Энергоиздат, 1981. 288 с.

References

1. Tozoni O., Knyaz A. Electrodynamic iteration in the design of the computer, “Electronic modeling”, Kiev, Naukova Dumka, 1979, № 2, pp. 57–63. 2. *Microelectromechanical Systems and Devices*, Dr. Nazmul Islam (Ed.), InTech, 2012, Chapter 8, A. I. Petrenko, “Macromodels of Micro-Electro-Mechanical Systems (MEMS)”. 3. Kudrya V. Modeling of nanotechnology electronic means, Monograph, Ukraine, Kherson, Oldie-plus, 2013, 780 p. Access: Library of <http://www.nbuv.gov.ua/>. 4. Salabai O. Preliminary design radio receiver, Odesa, ONAT named O.S. Popova, 2012, 76 p. 5. Sabunin A. Altium Designer. New solutions to the design of electronic devices, - Moscow, SOLON-PRESS, 2009, 432 p. 6. Balakirev M., Vohmyakov Y., Zharikov A. and others, Radio transmitters, Moscow, Radio and Communications, 1982, 256 p. 7. Knyaz A. Electrodynamics of information systems, Moscow, Radio and Communications, 1994, 392 p. 8. Iossel Y., Kochanov E., Strunskaya M. Calculation of capacitance, Leningrad, Energoizdat, 1981, 288 p.