

# ГЕОДЕЗІЯ

УДК 528.33

К.Р. ТРЕТЬЯК<sup>1</sup>, ДЖ. в. КРАЕНЕБРОЕК<sup>2</sup>, А.Ю. БАЛАН<sup>3</sup>, О.В. ЛОМПАС<sup>4</sup>, І.Р. САВЧИН<sup>5\*</sup>

<sup>1</sup> Кафедра вищої геодезії та астрономії, Національний університет “Львівська політехніка”, вул. С. Бандери 12, Львів, Україна, 79013.

<sup>2</sup> CGeoS sprl-s – Creative Geo Sensing, вул. Тьєн де Мон 11, 5530 Монт, Бельгія.

<sup>3</sup> Представництво Leica Geosystems AG в Україні, вул. Фрунзе, 69В/518, Київ, Україна, 01080.

<sup>4</sup> Кафедра вищої геодезії та астрономії, Національний університет “Львівська політехніка”, вул. С. Бандери 12, Львів, Україна, 79013.

<sup>5</sup>\*Кафедра вищої геодезії та астрономії, Національний університет “Львівська політехніка”, вул. С. Бандери 12, Львів, Україна, 79013, ел. пошта savchyn.ih@gmail.com.

## АПОСТЕРІОРНА ОПТИМІЗАЦІЯ ТОЧНОСТІ ТА НАДІЙНОСТІ АКТИВНОЇ ГЕОДЕЗИЧНОЇ МЕРЕЖІ МОНІТОРИНГУ ДНІСТРОВСЬКОЇ ГЕС

**Мета.** Розробити методику апостеріорної оптимізації результатів вимірювань активних геодезичних мереж моніторингу із урахуванням параметра точності та надійності. Експериментально перевірити її достовірність на активній прецизійній геодезичній мережі моніторингу Дністровської ГЕС. **Методика.** Фільтрування результатів вимірювань активних геодезичних мереж моніторингу полягає у почерговому вилученні векторів із максимальними поправками, які визначаються з послідовних ітерацій урівноваження мережі. Після кожної ітерації визначають середню квадратичну похибку одиниці ваги та параметр надійності мережі. Відсіювання векторів з максимальними похибками призводить до покращення точності та погіршення надійності мережі. У зв'язку з цим потрібно визначити групу векторів, за якої співвідношення точності та надійності мережі буде оптимальним. Для визначення оптимальної кількості векторів використовується ентропійний підхід. **Результати.** Розроблено методику апостеріорної оптимізації результатів вимірювань активних геодезичних мереж моніторингу із урахуванням параметра точності та надійності. Експериментально перевірена достовірність розробленої методики під час опрацювання результатів добових вимірювань, виконаних автоматизованою системою моніторингу Дністровської ГЕС. **Наукова новизна.** Запропоновано нову методику апостеріорної оптимізації результатів вимірювань активних геодезичних мереж моніторингу із урахуванням параметра точності та надійності. Використовуючи ентропійний підхід, визначено групу векторів, за якої співвідношення точності та надійності є оптимальним. **Практична значущість.** Використовуючи розроблену методику, виконано апостеріорну оптимізацію активної прецизійної геодезичної мережі моніторингу Дністровської ГЕС. Наведену методику також можна застосувати для оптимізації будь-яких активних геодезичних мереж моніторингу із великою кількістю надлишкових вимірювань.

**Ключові слова:** активні геодезичні мережі моніторингу; параметр надійності; апостеріорна оптимізація геодезичних мереж.

### Вступ

В період стрімкого розвитку автоматизованих систем актуальним залишається питання апостеріорної оптимізації результатів вимірювань активних геодезичних мереж моніторингу. Такі побудови призначенні для встановлення великої кількості ГНСС-приймачів, які проводять моніторинг об'єктів у режимі реального часу [Craenenbroeck J.v., 2012; Rizos C., 2010; Stempfhuber W., 2012]. Продуктивність активних геодезичних мереж моніторингу багато у чому залежить від конфігурації вимірюваних векторів [Even-Tzur G., 2002]. Деякі вимірювання в таких

мережах спотворені похибками, які перевищують загальний фон похибок усіх вимірювань. Ці вимірювання істотно знижують точність. У роботі [Третяк К.Р., 2003] автор стверджує, що виявлення та усунення таких вимірювань дасть можливість істотно покращити точність результатів урівноваження. Проте він не вказує, як відсіювання частини вимірювань, спотворених величезними похибками, вплине на надійність мережі.

Під надійністю мережі розуміють достовірність визначення істинних зміщень та деформацій об'єкта, а саме – відсоткове співвідношення між кількістю недостовірних серій

вимірів та загальною кількістю серій вимірів [Третяк К.Р., 2013]:

$$P = \frac{N_{\text{недост}}}{N_{\text{заг}}} \cdot 100\%, \quad (1)$$

де  $P$  – надійність мережі;  $N_{\text{недост}}$  – кількість недостовірних серій вимірів;  $N_{\text{заг}}$  – загальна кількість серій вимірів.

Достовірні серії вимірів за результатами урівноваження повинні відповідати таким умовам [Третяк К.Р., 2013]:

- 1) якщо зміщення пунктів відсутні, вплив похибок вимірювань не повинен інтерпретуватися як зміщення пунктів;
- 2) якщо зміщення пунктів відбуваються у межах геометричної точності мережі, вони повинні інтерпретуватися як вплив похибок вимірювань;
- 3) якщо зміщення пунктів більші, ніж геометрична точність вимірів у мережі, зміщення не повинні інтерпретуватися як вплив похибок вимірювань у мережі.

У статті [Knight N., 2010] наведено метод кількісного обчислення параметра надійності. Питання оптимізації геодезичних побудов із використанням параметра надійності розглядається у публікаціях [Родионова Ю.В., 2006; Третяк К.Р., 2013; Proszynski W., 2010].

У статті [Родионова Ю.В., 2004] наводиться методика розрахунку необхідної кількості вимірів для досягнення високої надійності геодезичної побудови.

Проте в опублікованих статтях не розглядаються питання апостеріорної оптимізації активних геодезичних мереж моніторингу з урахуванням параметрів точності та надійності, тому проведення досліджень у цьому напрямку є актуальним.

## Мета

Розробити методику апостеріорної оптимізації вимірів активних геодезичних мереж моніторингу із урахуванням параметра точності та надійності. Експериментально перевірити її достовірність на результатах вимірювань, виконаних автоматизованою системою моніторингу Дністровської ГЕС.

## Методика

Розроблення методики виконувалося методом математичного моделювання на прикладі діючої активної прецизійної геодезичної мережі моніторингу Дністровської ГЕС, яка складається із 14 пунктів (рис. 1). Два пункти мережі ACP1 та ACP2 прийнято за вихідні.

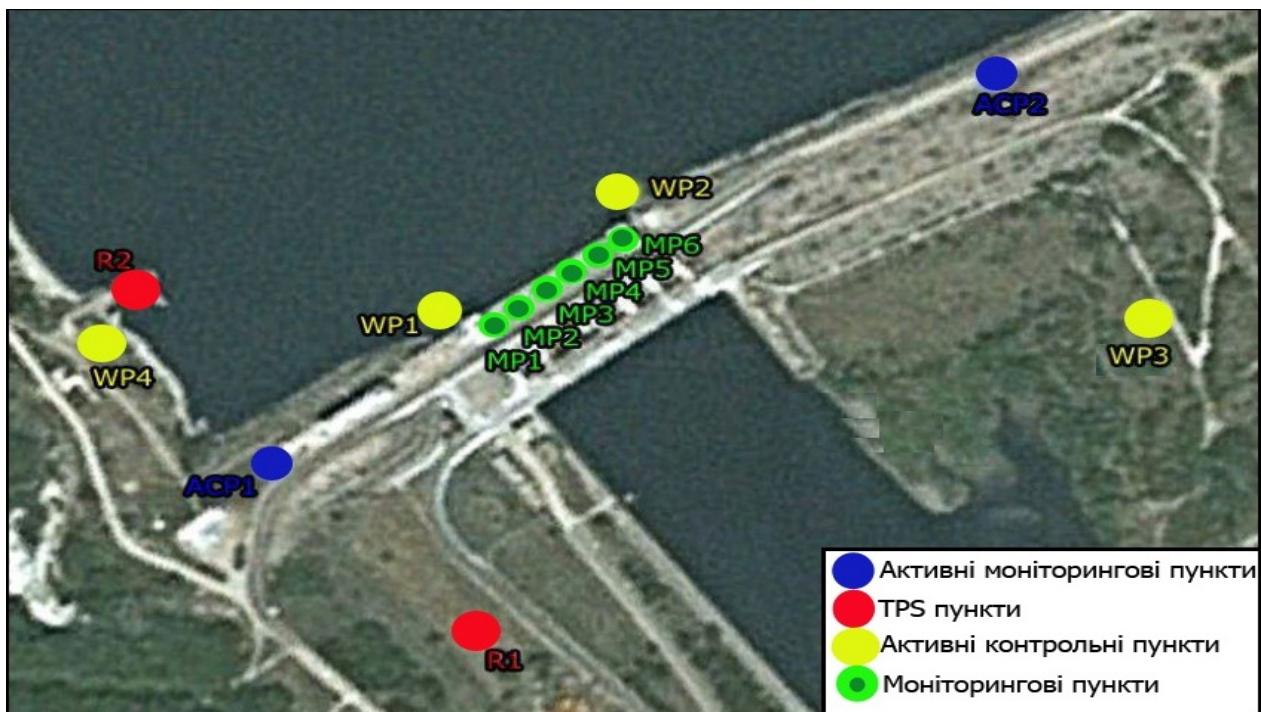


Рис. 1. Схема розташування пунктів мережі Дністровської ГЕС

На усіх пунктах мережі встановлені ГНСС-приймачі, які протягом заданого періоду часу на кожну задану епоху виконують серію геодезичних вимірювань. Під серією вимірювань розуміють один цикл спостережень. На основі даних вимірювань визначають розташування усіх пунктів геодезичної мережі у заданій системі координат.

У цій мережі моделюються вимірювання усіх векторів, тобто їхня кількість дорівнює  $t_{\max} = \frac{n(n-1)}{2}$ , де  $n$  – кількість пунктів мережі.

Похибки вимірювання векторів моделюються у межах середньої квадратичної похибки вимірювання довжин векторів  $m_{век}$ . Під час моделювання застосовується нормальній закон розподілу похибок. На рис. 2 показано гістограму розподілу модельних похибок вимірювань  $\Delta$  у мережі Дністровської ГЕС.

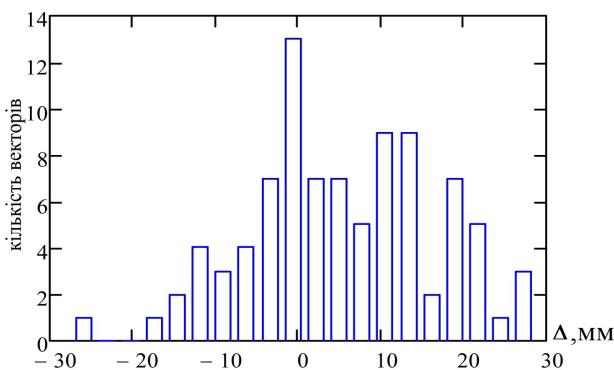


Рис. 2. Гістограма розподілу модельних похибок вимірювань у мережі Дністровської ГЕС

Аналізуючи гістограму (рис. 2), можна зауважити, що частина вимірів у мережі має похибки, які перевищують загальний фон усіх похибок. Аналогічна картина спостерігається і під час реальних вимірювань, що зумовлено особливостями об'єкта, багатошляховістю сигналу та незадовільною видимістю супутників.

Фільтрування вимірів, які мають максимальні похибки, полягає у почерговому вилученні векторів із максимальними поправками  $v$ , які визначаються з послідовних ітерацій урівноваження мережі за такою залежністю:

$$v = A \cdot \Delta x + L, \quad (2)$$

де  $A$  – матриця коефіцієнтів рівнянь поправок;  $\Delta x$  – поправки у наближені значення параметрів (координат), які визначаються з урівноваження;  $L$  – матриця-вектор вільних членів.

Після кожної ітерації визначається середня квадратична похибка одиниці ваги:

$$\mu_{ypibn} = \sqrt{\frac{\sum \nu^2}{r}}, \quad (3)$$

де  $r$  – кількість надлишкових вимірів у мережі.

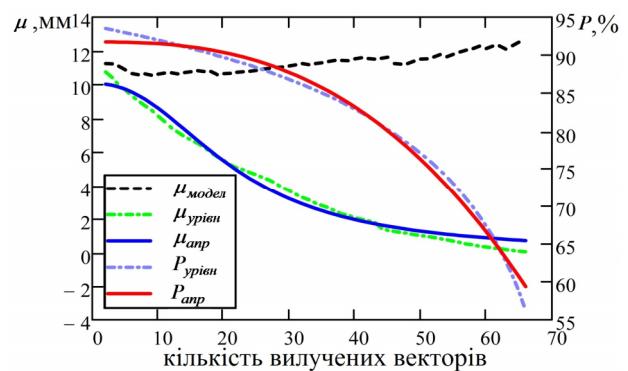
Також визначається параметр надійності мережі за виразом [Третяк, 2013]:

$$P_{ypieh} = (25,278 + 14,489 \cdot \ln(r)) \cdot (D^{hopm})^{(-0,071 + 0,014 \ln(r))}, \quad (4)$$

де  $D^{норм} = \sqrt[n-2]{D}$  – нормований детермінант ( $D$  – детермінант коваріаційної матриці).

Коли у мережі залишиться мінімальна кількість векторів, необхідна для урівноваження  $t_{\min} = \frac{3n - 2}{2}$  ( $t_{\min}$  – заокруглюється до цілого), завершуємо процес вилучення векторів. Коли кількість векторів менша за  $t_{\min}$ , то хоча б один пункт визначається безконтрольно.

На основі проведенного моделювання побудовано графік зміни точності та надійності мережі за послідовного вилучення векторів із максимальними похибками. Цей графік показано на рис. 3.



*Рис. 3. Графік зміни точності та надійності за послідовного вилучення векторів із максимальними похибками*

На початку відсіювання векторів значення модельної середньої квадратичної похибки однинці ваги  $\mu_{\text{модел}} = \sqrt{\frac{\Delta^2}{t}}$  ( $t$  – кількість урівноважених векторів) та  $\mu_{\text{урівн}}$  зменшується швидше, ніж у подальшому. Це пов'язано з першочерговим вилученням вимірювань, які мають значно більші похибки, ніж усі решта [Третяк, 2003].

Після закінчення процесу вилучення векторів зміна  $\mu_{урівн}$  буде мінімальна, що пояснюється вилученням векторів із мінімальними похибками, які фактично не впливають на результат урівноваження.

Значення надійності мережі  $P_{урівн}$  на початку відсіювання векторів зменшується дуже повільно, що зумовлено великою кількістю надлишкових вимірів. Після закінчення процесу вилучення надійність зменшується дуже швидко, що спричинено порівняно малою кількістю надлишкових вимірів. Тобто збільшується імовірність того, що під час опрацювання певної серії вимірювань вилучені вектори із максимальними поправками не будуть векторами із максимальними похибками вимірювань  $\Delta$ .

Відсіювання векторів з максимальними похибками призводить до покращення точності та погіршення надійності. Потрібно визначити оптимальну групу векторів, за якої співвідношення точності та надійності буде оптимальним.

Для встановлення функціональної залежності між  $\mu$ ,  $P$  та  $k$  ( $k$  – номер ітерації або кількість вилучених векторів) виконаємо апроксимацію кривих  $\mu_{урівн}$  та  $P_{урівн}$  (див. рис. 3) за допомогою функцій, які найкраще їх описують:

$$\mu_{anp}(k) = \frac{a_\mu}{b_\mu + k^{c_\mu}}; \quad (5)$$

$$P_{anp}(k) = a_P \cdot k^{b_P} + c_P \cdot k^{d_P} + e_P, \quad (6)$$

де  $a_\mu, b_\mu, c_\mu, a_P, b_P, c_P, d_P, e_P$  – невідомі коефіцієнти, які визначаються за результатами апроксимації. Виконаємо апроксимацію представлених функцій способом найменших квадратів. Для нашого випадку отримаємо такі значення невідомих коефіцієнтів:

$$\begin{aligned} a_P &= -4.921 \cdot 10^{-4} & a_\mu &= 1.175 \cdot 10^4 \\ b_P &= 2.648 & b_\mu &= 1.166 \cdot 10^3 \\ c_P &= -91.758 & c_\mu &= 2.299 \\ d_P &= -2.195 \cdot 10^3 \\ e_P &= 91.759 \end{aligned} \quad (7)$$

Для наведеного випадку точність апроксимації функцій  $\mu = \mu(k)$  та  $P = P(k)$  становить відповідно 3.8 та 1.2 %.

Параметри  $\mu$  та  $P$  мають різну фізичну природу та метрику, тому для приведення їх до однієї системи оперуватимемо нормованими похідними:

$$\left| \frac{d\mu_{anp}(k)}{\mu_{anp}(k)dk} \right| = -\frac{k^{c_\mu-1} \cdot c_\mu}{k^{c_\mu} + b_\mu}; \quad (8)$$

$$\left| \frac{dP_{anp}(k)}{P_{anp}(k)dk} \right| = \frac{k^{b_P-1} \cdot a_P \cdot b_P + k^{d_P-1} \cdot c_P \cdot d_P}{k^{b_P} \cdot a_P + k^{d_P} \cdot c_P + e_P}. \quad (9)$$

На рис. 4 показано графік зміни значень нормованих похідних функцій  $\mu(k)$  та  $P(k)$ .

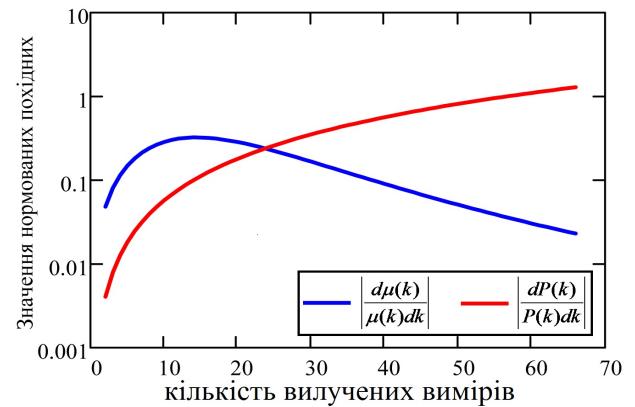


Рис. 4. Графік зміни значень нормованих похідних функцій  $\mu(k)$  та  $P(k)$

Використовуючи залежності (8) та (9), обчислимо значення нормованих похідних для функцій  $\mu_{модел}$ ,  $\mu_{урівн}$  і  $\mu_{anp}$ . Графік зміни значень нормованих похідних даних функцій показано на рис. 5.

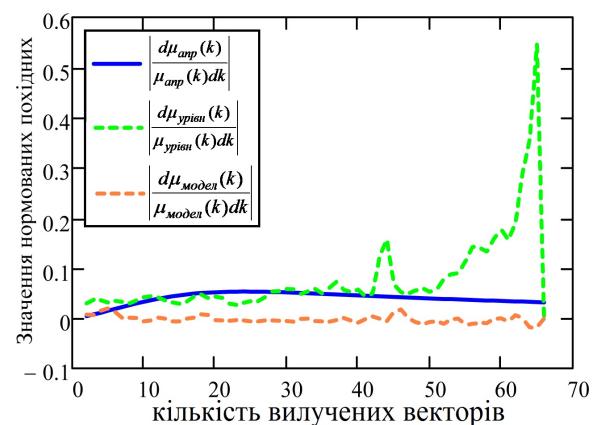


Рис. 5. Графік зміни значень нормованих похідних функцій  $\mu_{модел}$ ,  $\mu_{урівн}$  і  $\mu_{anp}$

У нашому випадку до межі вилучення 45–50 векторів функція  $\left| \frac{d\mu_{anp}(k)}{\mu_{anp}(k)dk} \right|$  добре описує  $\left| \frac{d\mu_{yprivn}(k)}{\mu_{yprivn}(k)dk} \right|$ , проте пізніше функції починають

розходитися. Це пов’язано з тим, що вибрану функцію (5) можна використовувати тільки до межі вилучення 45–50 векторів, оскільки не відомо, як вестиме себе функція  $\mu_{yprivn}$  пізніше.

Для встановлення меж оптимальної кількості векторів, які необхідно видалити, для забезпечення найкращого співвідношення точності та надійності мережі запишемо вирази других нормованих похідних:

$$\begin{aligned} \left| \frac{d^2\mu_{anp}(k)}{\mu_{anp}(k)dk^2} \right| &= \frac{2 \cdot k^{2 \cdot c_\mu - 2} \cdot a_\mu \cdot c_\mu^2}{a_\mu \cdot (k^{c_\mu} + b_\mu)^2} - \\ &- \frac{k^{c_\mu - 2} \cdot (c_\mu - 1) a_\mu \cdot c_\mu}{a_\mu \cdot (k^{c_\mu} + b_\mu)}; \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \left| \frac{d^2P_{anp}(k)}{P_{anp}(k)dk^2} \right| &= \frac{k^{b_P - 2} \cdot (b_P - 1) \cdot a_P \cdot b_P}{k^{b_P} \cdot a_P + k^{d_P} \cdot c_P + e_P} + \\ &+ \frac{k^{d_P - 2} \cdot (d_P - 1) \cdot c_P \cdot d_P}{k^{b_P} \cdot a_P + k^{d_P} \cdot c_P + e_P}. \end{aligned} \quad (11)$$

Графік зміни значень других нормованих похідних функцій  $\mu(k)$  та  $P(k)$  показано на рис. 6.

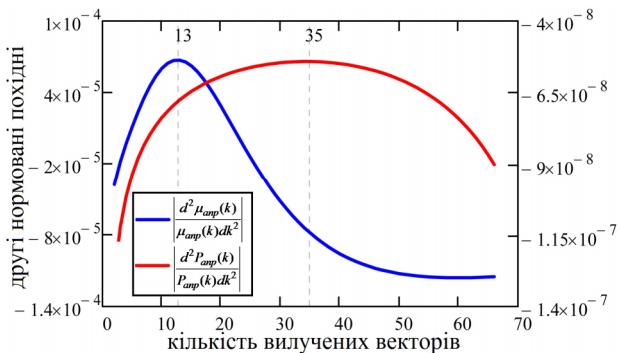


Рис. 6. Графік зміни значень других нормованих похідних функцій  $\mu(k)$  та  $P(k)$

Аналізуючи представлений графік, можна зробити висновок, що максимум функції (10) є межею, після якої сповільнюється зменшення параметра  $\mu_{yprivn}$ , тому вектори, які знаходяться до цієї межі, повинні бути обов’язково відсіяні,

бо це виміри з максимальними похибками, які погіршують точність. Максимум функції (11) є межею, після якої значення надійності мережі  $P_{yprivn}$  починає різко зменшуватися, тому відсіювати виміри після цієї межі не бажано.

Отже, оптимальна кількість вимірів, які необхідно відсіяти для забезпечення максимальної точності та надійності результатів, знаходиться між максимумами функцій (10) та (11).

Для встановлення кількості вимірів, за якої досягається максимальна інформативність побудови, обчислимо значення ентропії [Федоров, 1971]. Згідно з теорією інформації та оптимізації геодезичних мереж ентропія геодезичної мережі – це сумарна ентропія точності вимірів і надійності [Третяк, 1993, 2003]:  $H_m(k) = H_\mu(k) + H_P(k)$ .

Для нашого випадку ентропію геодезичної мережі запишемо як

$$H_m(k) = -\ln[\mu(k)] - \ln[P(k)]. \quad (12)$$

На рис. 7 показано графік зміни значень ентропії геодезичної мережі.

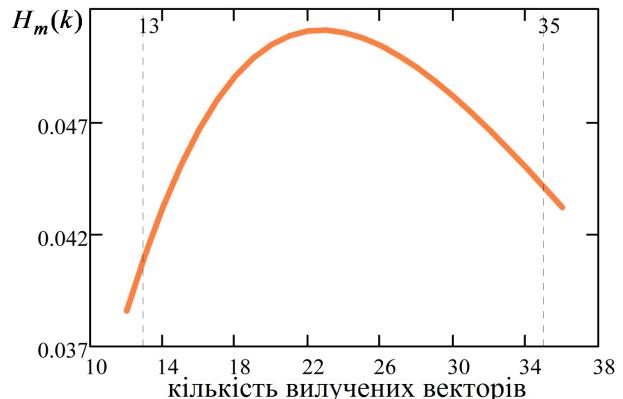


Рис. 7. Графік зміни ентропії  $H_m(k)$

У точці максимуму функції  $H_m(k)$  інформативність мережі є максимальною, а співвідношення між точністю та надійністю мережі є найкращим.

## Результати

Використовуючи розроблену методику апостеріорної оптимізації результатів вимірів активних геодезичних мереж моніторингу із урахуванням параметра точності та надійності, отримано результати добових вимірювань, виконаних автоматизованою системою моніторингу Дністровської ГЕС.

Оскільки значення точності та надійності під час вилучення векторів з максимальними поправками змінюються за функціями (5) та (6), то для нашого випадку, виконавши апроксимацію способом найменших квадратів, отримаємо такі значення невідомих коефіцієнтів:

$$\begin{aligned} a_P &= -4.959 \cdot 10^{-4} & a_\mu &= 33,878 \\ b_P &= 2.647 & b_\mu &= 1.409 \cdot 10^4 \\ c_P &= -91.820 & c_\mu &= 2.908 \\ d_P &= -9.973 \cdot 10^7 \\ e_P &= 91.82 \end{aligned} \quad (13)$$

Точність апроксимації функцій (5) та (6) у нашому випадку становить 4.9 та 0.9 %.

Послідовно вилучаючи вектори із максимальними поправками  $\nu$ , проведено 60 ітерацій урівноваження мережі. Дляожної ітерації обчислювали значення  $\mu_{урівн}$ ,  $\mu_{анр}$ ,  $P_{урівн}$ ,  $P_{анр}$ ,  $H_m(k)$  та значення других нормованих похідних функцій  $\mu_{анр}$  та  $P_{анр}$ , обчислені за залежностями (10) та (11). Також дляожної ітерації обчислювали с.к.п. – середню квадратичну похибку визначення координат пунктів мережі та с.к.в. – середнє квадратичне відхилення визначених координат від істинних. Істинними вважалися середні координати пунктів, отримані за результатами 10 днів спостережень.

На основі значень других нормованих похідних функцій  $\mu(k)$  та  $P(k)$  побудовано графік, який показаний на рис. 8.

Аналізуючи цей графік, можна зауважити, що група оптимального співвідношення знаходиться між 20-м і 33-м вилученими векторами. З результатів урівноваження випливає, що максимальна інформативність мережі є при 30 виладених векторах. Тому для цих меж

(20, 30, 33 виладені вектори), а також для межі початку та кінця відсіювання векторів у табл. 1 наведені значення основних величин, які обчислювалися під час урівноваження мережі.

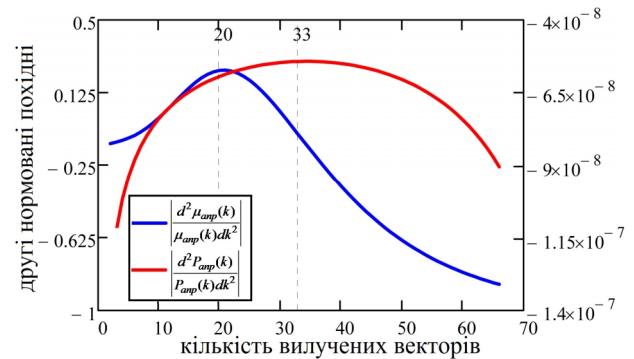


Рис. 8. Графік зміни значень других нормованих похідних функцій  $\mu(k)$  та  $P(k)$  (побудований на основі добових вимірювань)

Аналізуючи результати, наведені в табл. 1 можна зауважити, що значення  $\mu$  та с.к.п. покращується, а значення  $P$  та с.к.в. – погіршується з кількістю відсіяних векторів. Але з наведених результатів важко зробити висновок про те, яка кількість виладених векторів (20, 30 чи 33) дасть кращий результат. Оскільки урівноваження результатів добових вимірювань забезпечує доволі високу точність визначення координат, тому с.к.п як і с.к.в. змінюється у межах одного міліметра, і як наслідок, підтверджує високу надійність мережі.

Використовуючи аналогічний підхід, проведено опрацювання менш точних двогодинних файлів вимірювань.

Для прикладу подамо результати опрацювання одного двогодинного файла вимірювань.

Необхідно зауважити, що опрацювання інших двогодинних файлів вимірювань дає фактично ідентичний результат.

#### Таблиця I

#### Результати урівноваження добових вимірювань, виконаних автоматизованою системою моніторингу Дністровської ГЕС

Кількість виладених векторів, $k$	$\mu_{урівн}$ $\cdot 10^3$	$\mu_{анр}$ $\cdot 10^3$	$P_{урівн}$ , %	$P_{анр}$ , %	$H_m(k)$	$\left  \frac{d^2\mu(k)}{\mu(k)dk^2} \right $	$\left  \frac{d^2P(k)}{P(k)dk^2} \right $	С.к.п. мм	С.к.в. мм
0 (до виладення векторів)	2,709	2,403	93,53	91,82	0,0007	-0,138	-1,299	2,3	1,7
20 (початок оптимальної межі)	1,609	1,607	89,55	90,25	0,0437	0,242	-0,586	1,7	1,8
30 (найкраще співвідношення)	1,044	0,946	86,56	87,43	0,0526	-0,013	-0,544	1,0	1,9
33 (кінець оптимальної межі)	0,937	0,797	85,44	86,21	0,0521	-0,133	-0,542	0,9	2,0
60 (кінець процесу виладення)	0,026	0,200	65,92	65,45	0,0262	-0,815	-0,765	0,7	3,7

Для цього файла отримано такі значення невідомих коефіцієнтів для функціональних залежностей (5) та (6) (точність апроксимації функцій у цьому випадку становить відповідно 4.8 та 1.1 %):

$$\begin{aligned} a_P &= -4.62 \cdot 10^{-4} & a_\mu &= 41,964 \\ b_P &= 2.663 & b_\mu &= 2.148 \cdot 10^3 \\ c_P &= -91.747 & c_\mu &= 2.396 \\ d_P &= -1.777 \cdot 10^3 \\ e_P &= 91.747 \end{aligned} \quad (14)$$

Використовуючи функції (5), (6) та коефіцієнти (14), обчислено значення других нормованих похідних функцій  $\mu(k)$  та  $P(k)$  для двогодинного файла вимірювань. Графік зміни їх значень показано на рис. 9.

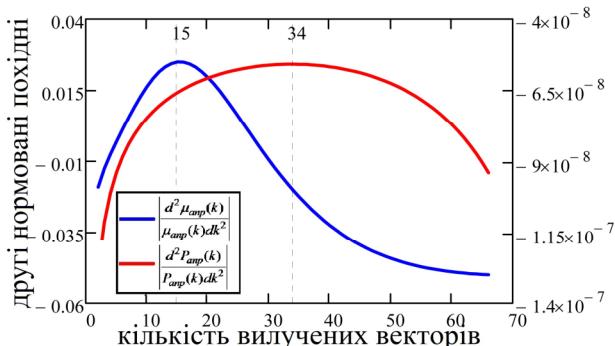


Рис. 9. Графік зміни значень других нормованих похідних функцій  $\mu(k)$  та  $P(k)$  ( побудований на основі двогодинних вимірювань )

З цього графіка зрозуміло, що група векторів оптимального співвідношення для цього двогодинного файла вимірювань знаходиться між 15-м і 34-м вилученими векторами. З результатів урівноваження випливає, що максимальна інформативність мережі досягається при 26 видалених векторах.

У табл. 2 зведені результати урівноваження двогодинних вимірювань, виконаних автоматизованою системою моніторингу Дністровської ГЕС для меж 0, 15, 26, 34 та 60 відсіяних векторів.

Аналізуючи результати урівноваження двогодинних вимірювань, можна простежити, що с.к.п. покращується, проте с.к.в. спочатку покращується, а пізніше починає погіршуватися.

Зменшення значень с.к.в. відбувається у межах оптимального співвідношення точності та надійності, а найменше значення с.к.в. збігається з максимальною інформативністю мережі.

Підсумовуючи, можна стверджувати, що опрацювання вимірювань, виконаних автоматизованою системою моніторингу Дністровської ГЕС, повністю підтверджує розроблену методику апостеріорної оптимізації результатів вимірювань активних геодезичних мереж моніторингу із урахуванням параметра точності та надійності.

Отже, цю методику можна застосувати для оптимізації будь-яких активних геодезичних мереж моніторингу із великою кількістю надлишкових вимірювань.

Таблиця 2

### Результати урівноваження двогодинних вимірювань, виконаних автоматизованою системою моніторингу Дністровської ГЕС

Кількість видалених векторів, $k$	$\mu_{урівн} \cdot 10^3$	$\mu_{apr} \cdot 10^3$	$P_{урівн}, \%$	$P_{apr}, \%$	$H_m(k)$	$\left  \frac{d^2\mu(k)}{\mu(k)dk^2} \right $	$\left  \frac{d^2P(k)}{P(k)dk^2} \right $	С.к.в. мм	С.к.п. мм
0 (до видалення векторів)	21,569	19,485	93,53	91,74	0,0029	-0,019	-1,277	4,3	5,2
15 (початок оптимальної межі)	13,215	13,825	90,49	90,87	0,0397	0,026	-0,633	3,7	3,6
26 (найкраще співвідношення)	9,511	8,678	87,78	88,75	0,0460	0,001	-0,568	2,9	2,7
34 (кінець оптимальної межі)	7,111	5,867	85,03	85,77	0,0426	-0,022	-0,557	3,9	2,1
60 (кінець процесу видалення)	0,429	1,990	65,96	65,49	0,0178	-0,049	-0,792	5,7	1,6

### Наукова новизна і практична значущість

Запропоновано нову методику апостеріорної оптимізації результатів вимірювань активних геодезичних мереж моніторингу із урахуванням параметра точності та надійності. Використовуючи ентропійний підхід, визначають групу векторів, за якої співвідношення точності та надійності є оптимальним.

### Висновки:

1. Розроблено методику апостеріорної оптимізації результатів вимірювань активних геодезичних мереж моніторингу із урахуванням параметра точності та надійності.

2. Встановлено межі оптимальної кількості вимірювань, які необхідно відсіяти для забезпечення оптимальної точності та надійності результатів.

3. Експериментально перевірено достовірність розробленої методики під час опрацювання результатів добових вимірювань, виконаних автоматизованою системою моніторингу Дністровської ГЕС.

4. Представлену методику можна застосувати для оптимізації будь-яких активних геодезичних мереж моніторингу із великою кількістю надлишкових вимірювань.

#### СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

- Родионова Ю.В. О повышении надёжности некоторых геодезических построений / Ю.В. Родионова, Б.Н. Дьяков // Геопрофі. – 2004. – №4. – С. 48–50.
- Родионова Ю.В. Оптимизация плановой геодезической сети города Н по критерию геометрической надежности / Ю.В. Родионова // Вестн. СГГА. – 2006. – №11. – С. 125–129.
- Третяк К.Р. Апостеріорна оптимізація геодезичних мереж / К.Р. Третяк // Зб.: “Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва”. – Львів: Ліга-Прес, 2003. – С. 127–141.
- Третяк К.Р. Узагальнений критерій оптимізації геодезичних мереж / К.Р. Третяк // Геодезія, картографія і аерофотознімання. – Львів, 1993. – Вип. 55. – С. 93–102.
- Третяк К.Р. До питання надійності активних моніторингових мереж / К.Р. Третяк, І.Р. Савчин // Геодезія картографія і аерофотознімання. – Львів, 2013. – Вип. 77. – С. 122–126.

К.Р. ТРЕТЬЯК<sup>1</sup>, ДЖ. в. КРАНЕНБРОЕК<sup>2</sup>, А.Ю. БАЛАН<sup>3</sup>, А.В. ЛОМПАС<sup>4</sup>, И.Р. САВЧИН<sup>5\*</sup>

<sup>1</sup> Кафедра высшей геодезии и астрономии, Национальный университет “Львовская политехника”, ул. С. Бандери 12, Львов, Украина, 79013.

<sup>2</sup> CGeoS sprl-s – Creative Geo Sensing, ул. Тьен де Мон 11, 5530 Монт, Бельгия

<sup>3</sup> Представительство Leica Geosystems AG в Украине, ул. Фрунзе, 69В/518, Киев, Украина, 01080

<sup>4</sup> Кафедра высшей геодезии и астрономии, Национальный университет “Львовская политехника”, ул. С. Бандери 12, Львов, Украина, 79013.

<sup>5</sup>\*Кафедра высшей геодезии и астрономии, Национальный университет “Львовская политехника”, ул. С. Бандери 12, Львов, Украина, 79013 ел. почта savchyn.ih@gmail.com.

#### АПОСТЕРИОРНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ ТОЧНОСТИ И НАДЕЖНОСТИ АКТИВНОЙ ГЕОДЕЗИЧЕСКОЙ СЕТИ МОНІТОРИНГА ДНЕСТРОВСКОЙ ГЭС

**Цель.** Разработать методику апостериорной оптимизации результатов измерений активных геодезических сетей мониторинга с учетом параметра точности и надежности. Экспериментально проверить ее достоверность на активной прецизионной геодезической сети мониторинга Днестровской ГЭС. **Методика.** Фильтрация результатов измерений активных геодезических сетей мониторинга заключается в поочередном изъятии векторов с максимальными поправками, которые определяются из последовательных итераций уравновешивания сети. После каждой итерации определяют среднюю квадратичную погрешность единицы веса и параметр надежности сети. Отсеивание векторов с максимальными погрешностями приводит к улучшению точности и ухудшению надежности сети. В связи с этим нужно определить группу векторов, при которой

Третяк К.Р. Розроблення методики розрахунку надійності активних моніторингових мереж / К.Р. Третяк, І.Р. Савчин // Вісник геодезії та картографії. – К.: НДІГК, 2013. – Вип. 1 (82). – С. 5–10.

Федоров В.В. Теория оптимального эксперимента / В.В. Федоров. – М.: Наука, 1971. – 312 с.

Craenenbroeck, J.v. Engineering Structures First International FIG Workshop. – Hong Kong / J.v. Craenenbroeck // International Federation of Surveyors (FIG). – Belgium, 2012. – P. 1–18.

Even-Tzur G. GPS vector configuration design for monitoring deformation networks / G. Even-Tzur // Journal of Geodesy. November, 2002. – Vol. 76, No. 8. – P. 455–461.

Knight, N.L. Generalised measures of reliability for multiple outliers / N.L. Knight, J. Wang, C. Rizos // Journal of Geodesy. – October. – 2010, Vol. 84, No. 10. – P. 625–635.

Prószyński, W. Another approach to reliability measures for systems with correlated observations / W. Prószyński // Journal of Geodesy. – September, 2010. – Vol. 84, No. 9. – P. 547–556.

Rizos C. Advances in GNSS-RTK for Structural Monitoring in Regions of High Ionospheric Activity. Deformation Measurement of Structures Using GNSS // C. Rizos, J.v. Craenenbroeck, V. Liu // FIG Congress 2010. Facing the Challenges. – Building the Capacity. 11-16 April, 2010. – Sydney, Australia. – P. 1–13.

Stempfhuber, W. Geodätische Monitoringsysteme mit RTK Low-Cost-GNSS / W. Stempfhuber, J. Alberding // Allgemeine Vermessungs-Nachrichten: AVN, 2012. – Vol. 119, No. 4. – P. – 132–139.

соотношение точности и надежности сети будет оптимальным. Для определения оптимального количества векторов используется энтропийный подход. **Результаты.** Разработана методика апостериорной оптимизации результатов измерений активных геодезических сетей мониторинга с учетом параметра точности и надежности. Экспериментально проверена достоверность разработанной методики при обработке результатов суточных измерений, выполненных автоматизированной системой мониторинга Днестровской ГЭС. **Научная новизна.** Предложена новая методика апостериорной оптимизации результатов измерений активных геодезических сетей мониторинга с учетом параметра точности и надежности. Используя энтропийный подход, определяется группа векторов, при которой соотношение точности и надежности является оптимальным. **Практическая значимость.** Используя разработанную методику, выполнено апостериорную оптимизацию активной прецизионной геодезической сети мониторинга Днестровской ГЭС. Представленную методику можно применить для оптимизации любых активных геодезических сетей мониторинга с большим количеством избыточных измерений.

*Ключевые слова:* активные геодезические сети мониторинга; параметр надежности; апостериорная оптимизация геодезических сетей.

K.R. TRETIAK<sup>1</sup>, J.v. CRANENBROECK<sup>2</sup>, A.YU. BALAN<sup>3</sup>, O.V. LOMPAS<sup>4</sup>, I.R. SAVCHYN<sup>5\*</sup>

<sup>1</sup> Department "Higher geodesy and astronomy" of National university Lviv polytechnic, 12 Bandera street, Lviv, Ukraine, 79013.

<sup>2</sup> CGeoS sprl-s – Creative Geo Sensing, 11 Tienne de Mont street, 5530 Mont, Belgium.

<sup>3</sup> Representative Office Leica Geosystems AG in Ukraine, 69B/518 Frunze street, Kyiv, Ukraine, 01080.

<sup>4</sup> Department "Higher geodesy and astronomy" of National university Lviv polytechnic, 12 Bandera street, Lviv, Ukraine, 79013.

<sup>5</sup>\*Department "Higher geodesy and astronomy" of National university Lviv polytechnic, 12 Bandera street, Lviv, Ukraine, 79013  
e-mail: savchyn.ih@gmail.com.

## A POSTERIORI OPTIMIZATION OF ACCURACY AND RELIABILITY OF ACTIVE GEODETIC NETWORK FOR MONITORING THE DNIESTER HPP

**Aim.** To work out the methods for the a posteriori optimization of measurement results of active geodesic networks of monitoring with taking into account the parameter of accuracy and reliability. To verify experimentally its trustworthiness on the active precision geodesic network of monitoring the Dniester HPP. **Methodology.** Filtering the measurement results of active geodetic monitoring networks is alternate exclusion of vectors with maximum corrections, which are determined from successive iterations of network adjustment. After each iteration it's determined the mean square error of unit weight and the parameter of network reliability. Sifting vectors with maximal errors leads to accuracy improving and reliability deterioration of network. That's why we need to identify a group of vectors in which the correlation of the accuracy and reliability of the network is optimal. To determine the optimal quantity of vectors the entropic approach is used. **Results.** It is developed the technique of a posterior optimization of measurement results of active geodesic monitoring networks with taking into account the parameters of accuracy and reliability. The trustworthiness of the developed method while processing the results of daily measurements accomplished by automated monitoring system of the Dniester HPP was experimentally verified. **Originality.** It is proposed a new technique for a posterior optimization of measurement results of active geodesic monitoring networks with taking into account the parameters of accuracy and reliability. Using entropy approach the group of vectors in which the value of accuracy and reliability is optimal is defined. **Practical significance.** Using the developed method a posteriori optimization of active precision geodesic monitoring network of the Dniester HPP performed. The represented method can also be used for the optimization of any active geodesic monitoring networks with large number of redundant measurements.

*Key words:* active geodetic monitoring networks, parameter of reliability; a posterior optimization of geodetic networks.

## REFERENCES

- Rodionova Yu.V., Dyakov B.N. *O povyshenii nadezhnosti nekotorykh geodezicheskikh postroeniy* [About improving the reliability of some geodesic constructions]. Geoprofi, 2004, issue 4, pp. 48-50.
- Rodionova Yu.V. *Optimizatsiya planovoy geodezicheskoy seti goroda N po kriteriyu geometricheskoy nadezhnosti* [Optimization of planned and geodetic network of the city N by geometric reliability]. Vestn. SGGA [Bulletin of SGGA]. 2006, issue 11, pp. 125-129.

- Tretyak K.R. *Aposteriorna optymizacija gheodezichnykh merezh* [Posteriori optimization of geodetic networks]. Zb.: "Suchasni dosjaghennja gheodezichnoji nauky ta vyrobnyctva" [Journal: "Modern geodesic advances of science and industry"]. Lviv: Liga-Pres, 2003, pp. 127-141.
- Tretyak K.R. *Uzaghaljenyj kryterij optymizaciji gheodezichnykh merezh* [Generalized criterion of optimization of geodetic networks]. *Gheodezija, kartografiya i aerofotoznimannya* [Geodesy, Cartography and Aerial Photography]. Lviv, 1993. vol. 55, pp. 93-102.
- Tretyak K.R., Savchyn I.R. *Do pytannja nadijnosti aktyvnykh monitorynghovykh merezh* [On the issue of reliability of active geodetic monitoring networks]. *Gheodezija kartografiya i aerofotoznimannya* [Geodesy, Cartography and Aerial Photography]. Lviv, 2013, vol. 77, pp. 122 – 126.
- Tretyak K.R., Savchyn I.R. *Rozroblenna metodyky rozrakhunku nadijnosti aktyvnykh monitorynghovykh merezh* [Reserch of reliability of active geodetic network for deformation monitoring]. *Visnyk gheodeziji ta kartografiyi* [Bulletin of Geodesy and Cartography]. Kiew: NDIGhK, 2013, vol. 1 (82), pp. 5-10.
- Fedorov V.V. *Teoriya optimalnogo eksperimenta* [Theory of optimal experiments]. Moskow: Nauka [Science], 1971. – 312 p.
- Even-Tzur G. GPS vector configuration design for monitoring deformation networks. *Journal of Geodesy*, november, 2002, vol. 76, no. 8, pp. 455-461.
- Craenenbroeck J.v. Engineering Structures First International FIG Workshop. Hong Kong, International Federation of Surveyors (FIG), Belgium, 2012, pp. 1 – 18.
- Knight N.L., Wang J., Rizos C. Generalised measures of reliability for multiple outliers. *Journal of Geodesy*, October, 2010, vol. 84, no. 10. pp. 625-635.
- Prószyński W. Another approach to reliability measures for systems with correlated observations. *Journal of Geodesy*, September, 2010, vol. 84, no. 9, pp. 547 – 556.
- Rizos C., Craenenbroeck J.v., Liu V. Advances in GNSS-RTK for Structural Monitoring in Regions of High Ionospheric Activity. Deformation Measurement of Structures Using GNSS, FIG Congress 2010. Facing the Challenges. Building the Capacity, 11-16 April, 2010, Sydney, Australia, pp. 1-13.
- Stempfhuber W., Alberding J. Geodätische Monitoringsysteme mit RTK Low-Cost-GNSS, Allgemeine Vermessungs-Nachrichten: AVN, 2012, vol. 119, no. 4, pp. 132-139.

Надійшла 2.02.2014 р.