

ГЕОДЕЗІЯ

УДК 528.3

І.М. Засць

Департамент топографо-геодезичної і картографічної діяльності
Державного агентства земельних ресурсів України

ОБЧИСЛЕННЯ ПАРАМЕТРІВ ЗВ'ЯЗКУ МІЖ ДЕРЖАВНОЮ ГЕОДЕЗИЧНОЮ РЕФЕРЕНЦНОЮ СИСТЕМОЮ УСК2000 ТА МІЖНАРОДНИМИ СИСТЕМАМИ ITRS/ITRF2000 І ETRS89/ETRF2000

© Засць І.М., 2013

Рассмотрены вопросы трансформирования координат в государственной геодезической сети Украины при использовании общеземных референционных систем координат и системы координат УСК2000.

The problems of transformation of coordinates in the state geodetic network in Ukraine using common terrestrial coordinate reference systems and coordinate systems USK2000.

Постановка проблеми. У процесі модернізації державної координатної основи на основі застосування супутникових технологій часто ще потрібно використовувати як традиційні наземні геодезичні вимірювання і вимірювання, виконані методами космічної геодезії [7]. Подібні завдання зв'язку наземних і супутникових мереж виникають також при прив'язці локальних геодезичних мереж, побудованих з використанням супутникових вимірів, до пунктів державної геодезичної мережі (ДГМ). Одним із головних факторів, що створює проблему коректного спільного використання супутникових та традиційних опорних геодезичних мереж, є наявність однозначних параметрів трансформування між різними референцними системами координат.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Традиційні наземні геодезичні мережі і супутникові мережі мають близькі масштаби (відмінність на рівні від 10^{-5} до 10^{-7}) і орієнтування в межах декількох секунд дуги. Взаємні лінійні зміщення центрів координатних систем можуть бути дуже значними. Причинами цих зміщень є відмінність розмірів еліпсоїдів в обох системах і, що найважливіше, локальні деформації традиційних геодезичних мереж [2].

Розв'язування задачі взаємного трансформування координат пунктів супутникових та наземних геодезичних мереж з використанням опублікованих до сьогодні глобальних параметрів трансформування не задовольняє вимоги геодезичної практики в силу таких причин [8]. По-перше, застосування опублікованих параметрів зв'язку вимагає знання абсолютних координат пунктів створюваних побудов у загальноземних референцних системах ITRS або ETRS89. Проте масове визначення абсолютних координат з похибкою, меншою за декілька сантиметрів, засобами супутникових технологій в Україні ще залишається самостійною проблемою, якщо не враховувати використання сучасних методів координування з використанням мереж активних референцних станцій [9]. Сьогодні, на жаль, більшість локальних супутникових геодезичних мереж розвивається в системі локальних референцних систем. По-друге, точність будь-яких опублікованих параметрів зв'язку систем ITRS або ETRS89 та СК-42/СК63 є апіорі недостатньою для забезпечення трансформувань із сантиметровою точністю.

Саме з цих причин доводилося для кожної локальної мережі виконувати незалежне визначення параметрів трансформування координат. При оцінці параметрів трансформування координат можливі два підходи: 1) результати спостережень геодезичних мереж, виконані у двох різних референцних системах, вирівнюються спільно, що приводить до отримання поправок у вирівняні координати і параметри трансформування [3]; 2) спостереження у геодезичних мережах проведено, а результати вирівняно незалежно один від одного [1]. У цьому випадку параметри математичної моделі зв'язку двох референцних систем координат визначаються з розв'язку системи рівнянь, де вільними членами є різниці координат вузлових точок в двох системах, або функції від цих різниць [4].

Постановка завдання. Розглядатимемо лише другий підхід до розв'язання оберненої задачі трансформування координат. На цей вибір вплинули такі фактори: а) математичні моделі трансформування референцних систем координат є незалежним інструментарієм; б) математичний фактор узгодження геодезичних мереж практично однакової точності є пріоритетним. Якщо при спільному вирівнюванні двох мереж, створених в різних референцних системах координат, включення параметрів трансформування в загальну оцінку різко погіршує обумовленість задачі і в результаті можуть мати додаткові зміщення як оцінки параметрів трансформування, так і координати пунктів, то при незалежному ж визначенні параметрів трансформування, координати пунктів набувають вже якості “вимірів”, і погана обумовленість задачі позначається лише на оцінці параметрів трансформування. Одним із головних завдань, що вирішуються в цій роботі, є зведення до мінімуму зміщень оцінок параметрів трансформування геодезичної мережі.

Виклад основного матеріалу. Підвищення точності сучасних геодезичних вимірювань вимагає все досконаліших методів опрацювання результатів спостережень і строгих способів трансформування координат. При взаємному трансформуванні високоточних геодезичних мереж (наприклад, супутникових), похибки опису математичних моделей трансформування координат повинні бути на порядок меншими, ніж похибки високоточних вимірювань. Це потрібно для того, щоб не допустити втрати точності при відтворенні координат, викликаної похибками моделі. Застосовувані повсюдно в геодезичній практиці лінеаризовані моделі трансформування координат (формули Гельмерта), задовільно описують координатні операції на сантиметровому рівні точності, мають міліметровий “шум” на рівні похибок високоточних супутникових визначень, або навіть і вищий [10].

Отже, при оцінці параметрів трансформування повинні виконуватися дві вимоги до постановки задачі: 1) постановка повинна бути правильною, що забезпечує існування єдиного розв'язку з необхідними граничними властивостями за обсягом вибірки вимірювань; 2) постановка повинна бути оптимальною, за якої їй відповідає найефективніший і простий алгоритм розв'язування.

З розвитком GNSS-технологій геодезична референцна система національного масштабу вже традиційно визначається розмірами прийнятого (референцного) еліпсоїда та його орієнтацією відносно загальноземної (глобальної) референцної системи ITRS. Така постановка задачі не була б можливою для класичних геодезичних технологій у досупутниковий період розвитку геодезії. Сьогодні вона дає змогу суттєво формалізувати процес переходу до різних національних геодезичних референцних систем шляхом використання геоцентру як реперної точки або початку тривимірної системи відліку. За таким підходом можна достатньо просто забезпечити перехід до національних геодезичних систем відносно однієї глобальної. Саме тому трансформування національних геодезичних систем у глобальну систему (або навпаки) набуло відповідної актуальності для розвитку методів визначення параметрів трансформування, незважаючи на те, що його основи в загальній постановці заклали ще Гельмерт і Молоденський [2].

Конформне трансформування Гельмерта визначається у найпростішій формі певними співвідношеннями між глобальною і локальною (національною) тривимірними декартовими системами координат на основі спільних точок, відомих у двох системах декартових координат.

Приймаючи рекомендації [6], будемо використовувати конформне трансформування Гельмерта на основі залежностей від таких параметрів:

– координати T_x, T_y, T_z геоцентру в локальній системі координат (по відношенню до центра референцного еліпсоїда);

- масштабний множник μ ;
- кути повороту $\varepsilon_X, \varepsilon_Y, \varepsilon_Z$ осей X, Y, Z глобальної системи відносно локальної референційної системи координат;
- велика піввісь a і стиснення f референційного еліпсоїда.

Розглянемо задачу трансформування координат деякої точки простору, положення якої в одній системі координат $[X'', Y'', Z'']$ можна характеризувати вектором \mathbf{X} , а в іншій $[X', Y', Z']$, – вектором \mathbf{x} .

Тоді трансформування Гельмерта між цими двома наборами координат можна подати як відоме співвідношення:

$$\mathbf{X} = \mathbf{T} + \mu \cdot \mathbf{R}(\varepsilon_X, \varepsilon_Y, \varepsilon_Z) \cdot \mathbf{x}, \quad (1)$$

або у матричній формі

$$\begin{bmatrix} X'' \\ Y'' \\ Z'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_X \\ T_Y \\ T_Z \end{bmatrix} + \mu \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{pmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R} = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{pmatrix},$$

де \mathbf{T} – вектор зсуву, μ – масштабний множник, $\mathbf{R}(\varepsilon_X, \varepsilon_Y, \varepsilon_Z)$ – матриця повороту.

Компоненти вектора зсуву $\mathbf{T} = [T_X \ T_Y \ T_Z]^T$ враховують зсув початку однієї системи координат відносно іншої. Матриця повороту $\mathbf{R}(\varepsilon_X, \varepsilon_Y, \varepsilon_Z)$ є ортогональною та складається з трьох послідовних поворотів навколо осей OX, OY, OZ :

$$\begin{aligned} \mathbf{R}(\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z) &= \mathbf{R}_z(\varepsilon_z) \mathbf{R}_y(\varepsilon_y) \mathbf{R}_x(\varepsilon_x) = \\ &= \begin{pmatrix} \cos \varepsilon_y \cos \varepsilon_z & \cos \varepsilon_x \sin \varepsilon_z + \sin \varepsilon_x \sin \varepsilon_y \cos \varepsilon_z & \sin \varepsilon_x \sin \varepsilon_z - \cos \varepsilon_x \sin \varepsilon_y \cos \varepsilon_z \\ -\cos \varepsilon_y \sin \varepsilon_z & \cos \varepsilon_x \cos \varepsilon_z - \sin \varepsilon_x \sin \varepsilon_y \sin \varepsilon_z & \cos \varepsilon_x \sin \varepsilon_y \sin \varepsilon_z + \sin \varepsilon_x \cos \varepsilon_z \\ \sin \varepsilon_y & -\sin \varepsilon_x \cos \varepsilon_y & \cos \varepsilon_x \cos \varepsilon_y \end{pmatrix}, \\ \mathbf{R}_x(\varepsilon_x) &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varepsilon_x & \sin \varepsilon_x \\ 0 & -\sin \varepsilon_x & \cos \varepsilon_x \end{pmatrix}, \quad \mathbf{R}_y(\varepsilon_y) = \begin{pmatrix} \cos \varepsilon_y & 0 & -\sin \varepsilon_y \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \varepsilon_y & 0 & \cos \varepsilon_y \end{pmatrix}, \\ \mathbf{R}_z(\varepsilon_z) &= \begin{pmatrix} \cos \varepsilon_z & \sin \varepsilon_z & 0 \\ -\sin \varepsilon_z & \cos \varepsilon_z & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

За наявності \mathbf{T} , μ , $\mathbf{R}(\varepsilon_X, \varepsilon_Y, \varepsilon_Z)$ координати точки, відомої у системі \mathbf{x} , за формулою (1) можна трансформувати у координати точки в системі \mathbf{X} .

У випадку невідомих параметрів Гельмерта їх визначають за допомогою спільних точок. Тобто, для цих точок повинні бути відомі координати в обох системах \mathbf{x} та \mathbf{X} . Оскільки кожна спільна точка дає три рівняння, то мінімально необхідна кількість точок – 3 у випадку розв'язування лінеаризованої задачі ітераціями.

Зрозуміло, що у рівняння (1) тільки параметри вектора зсуву \mathbf{T} входять лінійно. Відповідно, наступний крок – лінеаризація шляхом розкладу у ряд Тейлора, для чого потрібно мати наближені значення \mathbf{T}_0 , μ_0 , $\mathbf{R}_0(\varepsilon_X, \varepsilon_Y, \varepsilon_Z)$. Наприклад, для трансформування координат з глобальної (загальноземної) у локальну (національну) систему приймаємо відоме наближення $\mu_0 = 1$:

$$\mu = \mu_0 + d\mu = 1 + d\mu. \quad (2)$$

Наближені значення кутів поворотів $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$ отримуємо шляхом лінеаризації, при цьому нехтуючи членами другого порядку малості:

$$\mathbf{R}(\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z) \approx \begin{bmatrix} 1 & \varepsilon_z & -\varepsilon_y \\ -\varepsilon_z & 1 & \varepsilon_x \\ \varepsilon_y & -\varepsilon_x & 1 \end{bmatrix} = \mathbf{I} + d\mathbf{R}, \quad (3)$$

де \mathbf{I} – одинична матриця, а $d\mathbf{R}$ – наближена матриця повороту системи координат. Вектор зсуву \mathbf{T} може бути представленим у вигляді:

$$\mathbf{T} = \mathbf{T}_0 + d\mathbf{T}, \quad (4)$$

за рахунок чого (підставивши (2)–(4) у (1)) отримаємо відому *лінеаризовану модель*

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}'' = \begin{bmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & \varepsilon_z & -\varepsilon_y \\ -\varepsilon_z & 1 & \varepsilon_x \\ \varepsilon_y & -\varepsilon_x & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}' + d\mu \cdot \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}. \quad (5)$$

Для обчислення параметрів трансформування за Гельмертом між Державною геодезичною референційною системою координат УСК-2000 та міжнародною землею референційною системою ITRS/ITRF2000 було відібрано понад 800 пунктів ДГМ, що спостерігалися із статичних GPS спостережень за розробленою у Науково-дослідному інституті геодезії і картографії (НДГіК) програмою 1 класу [5].

При побудові геодезичної мережі 1 класу керувалися такими положеннями:

1. Для супутникових спостережень за точністю 1 класу відібрано лише пункти існуючої астрономо-геодезичної мережі 1, 2 класів. Пункти відбирали з урахуванням пріоритетних критеріїв:

- пункти, на яких були виконані астрономічні спостереження (пункти Лапласа);
- пункти базисних сторін і мереж;
- пункти, які розташовані на перетині полігонів 1 класу;
- пункти, нормальні висоти яких визначено з геометричного нівелювання I–III класів.

2. Геодезична мережа 1 класу побудована у вигляді однорідної за точністю просторової мережі, яка складається з системи рівномірно розміщених геодезичних пунктів, віддалених один від одного на відстань 30–50 км.

3. Вектори виміряно виключно за супутниковими спостереженнями з використанням двочастотних приймачів у дві незалежні сесії спостережень тривалістю 10–15 год.

4. Кожен пункт мережі пов'язаний спостереженнями не менше ніж з п'ятьма суміжними пунктами мережі 1 класу і найближчими перманентними GPS станціями.

Супутникові спостереження на пунктах ДГМ проводили фахівці НДГіК, Українського державного аерогеодезичного підприємства, Національного університету “Львівська політехніка” та ТОВ “Деметра”. Отримані результати спостережень опрацьовували у НДГіК з використанням програмно-технологічного комплексу GAMIT/GLOBK у референційній системі ITRS/ITRF2000 на епоху 2005.0.

Підсумком виконання цих робіт стала геодезична мережа 1 класу з такими характеристиками:

- густота пунктів мережі становить 1 пункт на 700–800 кв. км за загальної кількості 813 пунктів;
- середня квадратична похибка визначення пункту для 95% пунктів не перевищує 2 см;
- середня квадратична похибка взаємного положення пунктів не перевищує 2 см;
- середня квадратична похибка узгодження із системою ITRS/ITRF2000 не перевищує 2 см.

Отриманий так масив координат 813 пунктів ДГМ у реалізації ITRF2000, 2005.0 став основою для вектора $\mathbf{x} = [X, Y, Z]_i^{ITRF2000}$.

Інший масив координат цих самих пунктів було отримано у системі УСК-2000 так. Насамперед шукані параметри трансформування повинні бути універсальними для всієї сукупності пунктів ДГМ, а не лише для обраних. Тому їхні координати було отримано за результатами вирівнювання всієї сукупності пунктів, тобто понад 25 тис.

Одним з найважливіших показників вирівнювання ДГМ України є сер. кв. похибки визначення координат пунктів, а також апостеріорні сер. кв. похибки вимірних елементів мережі.

За результатами вирівнювання було отримано для кожного вирівнюваного пункту еліпси і еліпсоїди похибок. За допомогою елементів цих еліпсів і еліпсоїдів можна було судити про напрям і величину розподілу похибок у мережі. За результатами вирівнювання було складено також коваріаційну матрицю, яка дозволила оцінити похибки взаємного положення між всіма пунктами мережі, а не лише між тими, де були взаємні спостереження. Це дало змогу зробити висновок про загальну точність взаємного положення всіх пунктів мережі на рівні ± 3 см і відповідно про її ізоморфність.

Якщо аналізувати розподіл похибок за класами, то виявилось, що максимальні значення сер.кв. похибок для пунктів 2–4 класів можуть сягати до 10 см [5]. Такі значення негативно впливатимуть на визначення параметрів трансформування і особливо їх оцінок. Тому було вирішено для проведення процедури трансформування залишити лише пункти 1 класу.

Відомості про розподіл середніх квадратичних похибок визначення координат пунктів 1-го класу наведені у табл. 1, а за значеннями похибок – у табл. 2.

Таблиця 1

**Розподіл середніх квадратичних похибок
на вибраних пунктах ДГМ**

Назва	1 клас
Кількість пунктів	813
Сер. кв.похибка, см	0.3
Максимальне значення сер. кв. похибки, см	2.6

Таблиця 2

**Розподіл середніх квадратичних похибок за значеннями
на вибраних пунктах ДГМ**

Значення похибки, см	Пункти 1 класу
0 ÷ 1	803
1 ÷ 2	8
2 ÷ 3	2
>3	0

Отже, було сформовано два масиви координат 813 пунктів ДГМ України. Перший масив $\mathbf{x} = [X, Y, Z]_i^{ITRF2000}$ складався із координат, що були визначені у загальноземній референційній системі ITRF2000, епохи 2005.0, а другий – $\mathbf{X} = [X, Y, Z]_i^{УСК-2000}$ у державній геодезичній референційній системі координат України УСК-2000.

Тоді на основі системи (5) було складено таку систему рівнянь

$$\begin{aligned}
 X(2005.0)_{УСК-2000} &= T_X(2005.0) + [1 + \mu(2005.0)] \times X(2005.0)_{ITRF2000} + \\
 &+ \{ \varepsilon_Z(2005.0) \times Y(2005.0)_{ITRF2000} - \varepsilon_Y(2005.0) \times Z(2005.0)_{ITRF2000} \}, \\
 Y(2005.0)_{УСК-2000} &= T_Y(2005.0) + [1 + \mu(2005.0)] \times Y(2005.0)_{ITRF2000} + \\
 &+ \{ \varepsilon_X(2005.0) \times Z(2005.0)_{ITRF2000} - \varepsilon_Z(2005.0) \times X(2005.0)_{ITRF2000} \}, \\
 Z(2005.0)_{УСК-2000} &= T_Z(2005.0) + [1 + \mu(2005.0)] \times Z(2005.0)_{ITRF2000} + \\
 &+ \{ \varepsilon_Y(2005.0) \times X(2005.0)_{ITRF2000} - \varepsilon_X(2005.0) \times Y(2005.0)_{ITRF2000} \}.
 \end{aligned} \tag{6}$$

Оскільки на основі (6) можна скласти 2439 рівнянь, то їхній розв'язок традиційно можна отримати за методом найменших квадратів. У результаті вирівнювання було отримано значення семи параметрів зв'язку між земною референційною системою ITRF2000, 2005.0 та геодезичною референційною системою координат УСК-2000.

Аналогічно було проведено трансформування координат між геодезичною референчною системою координат УСК-2000 та Європейською земною референчною системою ETRS89/ETRF2000. Перед трансформуванням було виконано перехід від координат 813 пунктів референційної системи ITRF2000, 2005.0 до координат цих самих пунктів у системі ETRS89/ETRF2000, епохи 2005. Формули переходу матимуть наступний вигляд

$$\begin{cases} X_{ETRF2000} = X_{ITRF2000,2005.0} + 0.054 + 6.14 \cdot 10^{-8} \times Y_{ITRF2000,2005.0} + 3.80 \cdot 10^{-8} \times Z_{ITRF2000,2005.0}, \\ Y_{ETRF2000} = Y_{ITRF2000,2005.0} + 0.051 - 6.14 \cdot 10^{-8} \times X_{ITRF2000,2005.0} - 6.28 \cdot 10^{-9} \times Z_{ITRF2000,2005.0}, \\ Z_{ETRF2000} = Z_{ITRF2000,2005.0} - 0.048 - 3.80 \cdot 10^{-8} \times X_{ITRF2000,2005.0} + 6.28 \cdot 10^{-9} \times Y_{ITRF2000,2005.0}. \end{cases} \quad (7)$$

Висновки. Практичною цінністю впровадження геодезичної референційної системи координат УСК-2000 стала можливість ефективного використання сучасних GNSS технологій у топографо-геодезичному виробництві. Для розв'язання задач зв'язку між результатами супутникових вимірювань на пунктах геодезичної мережі України і новою референчною системою координат УСК-2000 і були обчислені параметри трансформування. Якщо зважити на точність вихідних масивів даних (близько 2 см) та точність самого трансформування (1 см), то зв'язок між системами ITRF2000, 2005.0 та УСК-2000 можна оцінити на рівні 3 см. При використанні зв'язку між системами ETRF2000 та УСК-2000 точність дещо погіршиться, зважаючи на похибку в 1 см додаткового трансформування із ITRF2000, 2005.0 у ETRF2000, і може скласти до 4 см.

1. Базлов Ю.А., Герасимов А.П., Ефимов Т.Н., Насретдинов К.К. *Параметры связи систем координат // Геодезия и картография. – 1996. – № 8. – С. 6–7.* 2. Генике А.А., Побединский Г.Г. *Глобальная спутниковая система определения местоположения GPS и ее применение в геодезии. – М.: Картгеоцентр/Геодезиздат, 1999. – 272 с.* 3. Герасимов А.П., Насретдинов К.К. *Спутниковая технология и пространственное уравнивание геодезических сетей // Геодезия и картография. – 1996. – № 7. – С. 11–14.* 4. Коугия В.А. *Совместное решение систем уравнений поправок наземных и спутниковых измерений, составленных в разных координатных системах // Изв. вузов. Геодезия и аэрофотосъемка. – 2001. – № 4. – С. 3–7.* 5. Кучер О.В. *Внедрение государственной референционной системы координат Украины // Автоматизированные технологии изысканий и проектирования. – 2012. – № 3(46). – С. 67–73.* 6. Кучер О., Ренкевич О., Лепетюк Б. *Дослідження референційних систем координат для території України // Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва: зб. наук. пр. – Л., 2002. – С. 15–28.* 7. Кучер О., Ренкевич О., Лепетюк Б., Заєць І. *Науково-технічне забезпечення впровадження референційної системи координат для території України // Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва: зб. наук. пр. – Л., 2003. – С. 23–31.* 8. Савчук С.Г. *До питання про точне перетворення координат // Вісник геодезії та картографії. – 2003. – № 3. – С. 6–9.* 9. Савчук С., Калинич І., Третяк К. *Супутникова система спостережень – елемент ефективного управління земельними ресурсами // Землевпорядний вісник. – К., 2007. – № 1. – С. 37–43.* 10. Цюпак І., Дульцев А., Третяк К., Савчук С. *Точність перетворення просторових координат пунктів: зб. наук. пр. “Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва”. – Львів: Ліга-Прес, 2000. – С. 45–50.*