

ТОЧНІСТЬ ВИЗНАЧЕННЯ ПЛОЩ ЗЕМЕЛЬНИХ ДІЛЯНОК МІСЦЕВОСТІ

© Смірнов Є.І., 2009

Анализ формул, предложенный в работе В. Барановского (Топографо-геодезичне забезпечення ведення державного земельного кадастру. Визначення площ територій.) показал, что они не совсем корректно описывают точность определения площадей полигонов. Предложены формулы, на наш взгляд, более строго описывающие это явление.

Analysis of the formulas proposed in Baranovsky V. (Топографо-геодезичне забезпечення ведення державного земельного кадастру. Визначення площ територій.) Demonstrated that they are not entirely correct to describe the accuracy of the areal size. The formulas, in our opinion, more strictly describe the phenomenon.

Постановка проблеми. Головними чинниками, що визначають вимоги до топографо-геодезичного забезпечення кадастрового знімання є необхідний ступінь деталізації фізичних предметів та їх елементів, тобто масштаб топографічного знімання і точність визначення межових та контурних точок.

Жорсткі умови щодо точності визначення площ земельних ділянок, які встановлюють декларативні документи, не дозволяють використовувати наближені формули оцінювання точності обчислення площ ділянок, що використовуються в землевпорядкуванні, а звідси і всіх наступних геодезичних побудов, які при цьому виконуються.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Складність отримання строгих формул для підрахування середньої квадратичної помилки визначення площі довільної форми полягає в тому, що помилка знаходиться як корінь із суми квадратів часткових похідних від аргументів функції, якими виступають прирости координат замкнутого контуру. Функції визначення площ мають вигляд

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n x_i (y_{i-1} - y_{i+1}), \\ S &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n y_i (x_{i-1} - x_{i+1}), \\ S &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (x_{i-1} y_{i+1} - x_{i+1} y_{i-1}). \end{aligned} \quad (1)$$

Ці формули абсолютно тотожні, хоча й мають різні форми записування, і їх завжди можна перетворити за допомогою елементарних дій з однієї форми в іншу.

Часткові похідні приростів координат за замкненим контуром в сумі дорівнюватимуть нулю. Отже, визначити середню квадратичну помилку таким способом – неможливо.

А.В. Маслов [1], [3] запропонував інший підхід. А саме – він прийняв значення середньої квадратичної помилки як квадрат суми складових помилок визначення площ по осі абсцис і по осі ординат:

$$m_S = \sqrt{m_{Sx}^2 + m_{Sy}^2}. \quad (2)$$

Тоді, вважаючи, що середні квадратичні помилки по відповідних осях однакові, отримують

$$m_{Sx} = \frac{m_x}{2} \sqrt{\sum (y_{i-1} - y_{i+1})^2}, \quad m_{Sy} = \frac{m_y}{2} \sqrt{\sum (x_{i-1} - x_{i+1})^2}. \quad (3)$$

В остаточному вигляді, приймаючи $m_c = m_x = m_y$, формула Маслова має вигляд

$$m_S = \frac{m_c}{2} \sqrt{\sum (y_{i-1} - y_{i+1})^2 + \sum (x_{i+1} - x_{i-1})^2}. \quad (4)$$

Але автор [1] у формулі (4) розглядає підкореневий вираз як хорди на цьому і зупинився. Це врешті-решт спричинило абсолютно неправильний висновок [1, с. 26], що при збільшенні точок на сторонах квадрата точність визначення площі цього квадрата збільшується !!!

Отримана формула не достатньо зручна. Річ у тому, що координати точок при геодезичних побудовах завжди є функціями від вимірних напрямків і довжин ліній. Інакше кажучи, у формулі (4) аргументами x та y є функції від L (довжин ліній) та α (дирекційних кутів цих ліній). Але бажано, похибку тої чи іншої функції отримувати за аргументами, які безпосередньо виміряні, тобто в нашому випадку аргументи повинні бути довжини ліній і кути при вершинах фігури ($\beta_i = \alpha_{i+1} - \alpha_{i-1}$).

Постановка завдання. Пропонуємо свій погляд на цю проблему і спробуємо визначити точність обчислення площі.

Виклад основного матеріалу. Прирости координат у вершинах багатокутника у формулі (4) можна розглядати як хорди, що з'єднують вершини $(i-1)$ і $(i+1)$. Між цими відрізками та сторонами багатокутника існує залежність (теорема косинусів) [2]

$$D_i^2 = d_{i-1}^2 + d_{i+1}^2 - 2d_{i-1}d_{i+1} \cos \beta_i, \quad (5)$$

де d_{i-1} , d_{i+1} – сторони багатокутника, які прилеглі до вершини i ; D_i – хорда, що лежить проти вершини i і яка з'єднує верхівки $(i-1)$ та $(i+1)$.

Враховуючи вирази (4) і (5), маємо

$$m_s = \frac{m_c}{\sqrt{2}} \sqrt{[dd] - [d_{i-1}d_{i+1} \cos \beta_i]}, \quad (6)$$

де m_c – середня квадратична помилка визначення положення межових точок; $[dd]$ – сума квадратів сторін ділянки; $d_{i-1} d_{i+1}$ – добуток двох суміжних сторін ділянки; β_i – кут між двома суміжними сторонами ділянки.

Отримана формула – абсолютно строга, тому що під час її виведення не накладалося ніяких додаткових умов.

Аналіз виразу (6) показує, що другий член суми в правій частині рівняння може тільки зменшувати значення середньої квадратичної помилки визначення площі земельної ділянки. Розбіжність значень середньої квадратичної помилки визначення площі ділянки за формулою (6) з урахуванням і без врахування цього чинника досягає свого максимуму при значенні кута $\beta_i = 0$, що свідчить про відсутність верхівки. Найменше відхилення спостерігається у разі прямування цього кута до $\pi/2$. За рівності $\beta_i = \pi/2$ – ці значення тотожні.

Необхідно відзначити, що переважна кількість земельних ділянок, особливо в межах населеного пункту, мають переважно форму, яка близька до прямокутної. Отже, для апріорної оцінки точності доцільно користуватися наближеною формулою

$$m_s = m_c \sqrt{\frac{[dd]}{2}}. \quad (7)$$

Аналіз залежностей (6) та (7) показав, що розбіжності в оцінюванні точності визначення площ, навіть для трикутної форми ділянок, де кути близькі до $\pi/6$, не перевищують 50 %.

Висновки. Отже, отримані формули (6) і (7) правильніше описують точність визначення площ, ніж ті, що наведені у роботі [1].

1. Барановський В. Топографо-геодезичне забезпечення ведення державного земельного кадастру. Визначення площ територій / В.Д. Барановський, Ю.О. Карпінський, А.А. Ляшенко // Сер. "Геодезія, картографія, кадастр". – К., 2009. – 92 с. 2. Бронштейн И.А. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов / И.Н. Бронштейн, К.А. Семендяев. – М.: Наука, 1986. – 544 с. 3. Маслов А.В. Геодезія / А.В. Маслов, А.В. Гордеев, Ю.Г. Батраков. – М.: Недра, 1983. – 183 с.