УДК 004.021

А. С. Василюк, Т. М. Басюк
Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра інформаційних систем та мереж

ІНТЕЛЕКТУАЛЬНИЙ АНАЛІЗ ПАРАМЕТРІВ УНІТЕРМІВ

Описано означення параметрів унітермів. Наведено алґоритм обчислення геометричних параметрів унітермів. Синтезовано математичну модель. Цю модель мінімізовано і побудовано. Досліджено алґоритм обчислення параметрів унітермів.

Ключові слова: унітерм, алгоритм, математична модель, геометричні параметри.

This article is about determination of properties of unitherms. The algorithm of calculating geometrical parameters of unitherms is introduced. The mathematical model is synthesized. This model is then minimized and built. The algorithm of calculating geometrical parameters of unitherms is probed into.

Key words: unitherm, algorithms, mathematical model, geomentrical parameters.

Вступ. Загальна постановка проблеми

Алгебра алгоритмів [1, 2], об'єктами якої є алгоритми, описані як формули, які можна перетворити, наприклад, з метою мінімізації, а також при заміні, згортанні і розгортанні формул алгоритмів. Ця теорія має конкретні ознаки операцій, такі як секвентування, елімінування, паралелення та циклічні операції, які відображаються у вигляді спеціальних знаків, яких немає серед відомих математичних символів. З метою спрощення процесів набору і редагування формул алгоритмів розроблено спеціалізовану підсистеми Абстрактал [7]. Для інтелектуального аналізу існує багато відомих підходів [3, 4], у цій роботі варто використати алгебру алгоритмів. У відомих векторних графічних системах CorelDraw, Adobe Illustrator, Microsoft Visio не реалізовано систему обчислення геометричних параметрів унітермів.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

У роботах [5–7] описуються підходи до розв’язання описаних задач, проте не виконано синтезу математичного забезпечення обчислення параметрів всього унітерму і виконано синтез математичної моделі цього процесу.

При всій актуальності задачі сьогодні накопичений порівняно невеликий досвід її розв’язання, який насамперед визначається відносно новим напрямком досліджень.

Формулювання мети

Розглянемо такий нетривіальний унітерм:

$$\boxed{A_2^1}\,\boxed{B_4^3}\,\boxed{C_6^5} \qquad (1)$$

де *A* – перший тривіальний унітерм t_1 зі значенням *A*; *2* – індекс up_1 зі значенням *1*; *2* – індекс dn_1 зі значенням *2*; *B* – другий тривіальний унітерм t_2 зі значенням *B*; *3* – індекс up_2 зі значенням *3*; *4* – індекс dn_2 зі значенням *4*; *C* – третій тривіальний унітерм t_3 зі значенням *C*; *5* – індекс up_3 зі значенням *5*; *6* – індекс dn_3 зі значенням 6.

У цьому випадку нетривіальний унітерм (1) поділяється на такі складові частини унітерму: *A, B, C* – тривіальні унітерми, *1,2,3,4,5,6* – індекси. Кожна із складових частин виразу (1) має свої розміри: висоту та ширину.

Аналіз отриманих наукових результатів

Процес обчислення ширини першого унітерму та його індексів повинен виконуватися після набору чи редагування користувачем унітерму, тобто цей процес є автоматичним, який користувач безпосередньо інструментальними засобами не викликає.

Схему алгоритму обчислення геометричних розмірів унітерму наведено на рис. 1.

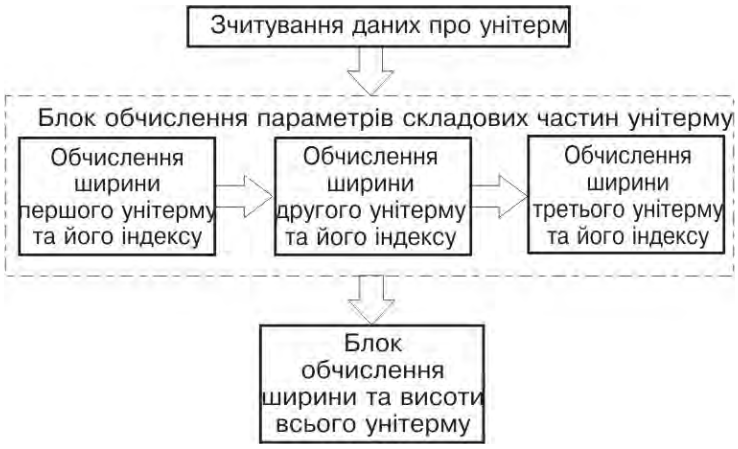


Рис. 1. Схема алгоритму обчислення геометричних розмірів унітерму

Блоком обчислення параметрів складових частин нетривіального унітерму описано обчислення ширини і висоти їхніх індексів (верхніх і нижніх), а також ширини і висоти самих складових частин із врахуванням обчислених ширин і висот їхніх індексів.

У блоці обчислення ширини та висоти всього унітерму описано обчислення ширини та висоти унітерму з врахуванням параметрів його складових частин.

1. Синтез секвенцій: Абстрактний алгоритм обчислення ширини першого унітерму об'єднує такі процеси:

- Обчислення висоти та довжини унітерму без індексів – $P_1(h_t , Ht)$, $P_1(w_t , Wt)$, де Ht і Wt – значення висоти і довжини унітерму, а h_t і w_t – змінні висоти і довжини унітерму. Цей процес описується секвенцією S_1:

$$S_1=\left(\begin{array}{l}P_1(h_t , Ht)\\ ;\\ P_1(w_t , Wt)\end{array}\right.$$

- Обчислення висоти та довжини верхнього індексу – $P_1(h_v , Hv)$, $P_1(w_v , Wv)$, де Hv і Wv – значення висоти і довжини верхнього індексу, а h_v і w_v – змінні висоти і довжини верхнього індексу та обчислення нульового значення висоти та довжини верхнього індексу – $P_1(h_v , c)$, $P_1(w_v , c)$, де c – константа. Ці процеси описуються секвенціями S_2 і S_3:

$$S_2=\left(\begin{array}{l}P_1(h_v , Hv)\\ ;\\ P_1(w_v , Wv)\end{array}\right. \qquad S_3=\left(\begin{array}{l}P_1(h_v ,c)\\ ;\\ P_1(w_v , c)\end{array}\right.$$

- Обчислення висоти та довжини нижнього індексу – $P_1(h_d , Hd)$, $P_1(w_d , Wd)$, де Hd і Wd – значення висоти і довжини нижнього індексу, а h_d і w_d – змінні висоти і довжини нижнього індексу та обчислення поточного значення висоти та довжини нижнього індексу – $P_1(h_d , c)$, $P_1(w_d , c)$. Ці процеси описуються секвенціями S_4 і S_5:

$$S_4=\left(\begin{array}{l}P_1(h_d , Hd)\\ ;\\ P_1(w_d , Wd)\end{array}\right. \qquad S_5=\left(\begin{array}{l}P_1(h_d ,c)\\ ;\\ P_1(w_d , c)\end{array}\right.$$

- Присвоєння поточного значення висоти та довжини унітерму без індексів та унітерму загалом при невиконанні умови перевірки на тип унітерму (u_4 *- ?)* – $P_1(h_t , c)$, $P_1(w_t , c)$, $P_1(H , c)$, $P_1(W , c)$, H і W – висота і довжина унітерму з врахуванням верхнього та нижнього індексів. Цей процес описується секвенцією S_5:

$$S_6 = \left(\begin{array}{l} \left(\begin{array}{l} P_1(h_t, c) \\ ; \\ P_1(w_t, c) \end{array} \right. \\ ; \\ \left(\begin{array}{l} P_1(H, c) \\ ; \\ P_1(W, c) \end{array} \right. \end{array} \right.$$

Секвенція, якою описується процес обчислення ширини першого тривіального унітерму при більшій ширині верхнього індексу і за наявності нижнього і верхнього індексів, має такий вигляд:

$$S_7 = \overbrace{\overbrace{\overbrace{S_1 \; ; \; S_2} \; ; \; S_4} \; ; \; P_1(W, w_t + w_v)}$$

Обчислення ширини першого тривіального унітерму з врахуванням ширини нижнього індексу описується такою секвенцією:

$$S_8 = \overbrace{\overbrace{\overbrace{S_1 \; ; \; S_2} \; ; \; S_4} \; ; \; P_1(W, w_t + w_d)}$$

Процес обчислення ширини першого тривіального унітерму з врахуванням ширини верхнього індексу за наявності лише верхнього індексу має такий вигляд:

$$S_9 = \overbrace{\overbrace{\overbrace{S_1 \; ; \; S_2} \; ; \; S_5} \; ; \; P_1(W, w_t + w_v)}$$

Процес обчислення ширини першого тривіального унітерму з врахуванням ширини нижнього індексу за наявності лише нижнього індексу має такий вигляд:

$$S_{10} = \overbrace{\overbrace{\overbrace{S_1 \; ; \; S_2} \; ; \; S_5} \; ; \; P_1(W, w_t + w_d)}$$

Секвенція, якою описується процес обчислення ширини першого тривіального унітерму при більшій ширині верхнього індексу і за відсутності верхнього і наявності нижнього індексів, має такий вигляд:

$$S_{11} = \overbrace{\overbrace{\overbrace{S_1 \; ; \; S_3} \; ; \; S_4} \; ; \; P_1(W, w_t + w_v)}$$

Обчислення ширини першого тривіального унітерму з врахуванням ширини нижнього індексу описується такою секвенцією за умови ширшого нижнього індексу:

$$S_{12} = \overbrace{\overbrace{\overbrace{S_1 \; ; \; S_3} \; ; \; S_4} \; ; \; P_1(W, w_t + w_v)}$$

Секвенція, якою описується процес обчислення ширини першого тривіального унітерму при більшій ширині верхнього індексу і за відсутності верхнього і нижнього індексів, має такий вигляд:

$$S_{13} = \overbrace{\overbrace{\overbrace{S_1 \; ; \; S_3} \; ; \; S_5} \; ; \; P_1(W, w_t + w_v)}$$

Обчислення ширини першого тривіального унітерму з врахуванням ширини нижнього індексу описується такою секвенцією за умови відсутності двох індексів:

$$S_{14} = \overbrace{\overbrace{\overbrace{S_1 \; ; \; S_3} \; ; \; S_5} \; ; \; P_1(W, w_t + w_d)}$$

Другий етап – синтез елімінувань: Секвенції S_7 і S_8 елімінуються елімінуванням L_1 за умовою різниці ширини верхнього та нижнього індексів (u_1), отримаємо таку формулу:

$$L_1 = \overline{S_7 \; ; \; S_8 \; ; \; u_1 - ?}$$

За умовою різниці ширини верхнього та нижнього індексів (u_1) елімінуємо секвенції (L_2) S_9 і S_{10} , в результаті чого отримаємо таку формулу:

$$L_2 = \overline{S_9 \;;\; S_{10} \;;\; u_1 - ?}$$

Елімінування L_1 і L_2 за умовою наявності нижнього індексу (u_2) елімінуванням (L_3), отримаємо формулу:

$$L_3 = \overline{L_1 \;;\; L_2 \;;\; u_2 - ?}$$

Секвенції S_{11} і S_{12} елімінуються елімінуванням L_4 за умовою різниці ширини верхнього та нижнього індексів (u_1), отримаємо таку формулу:

$$L_4 = \overline{S_{11} \;;\; S_{12} \;;\; u_1 - ?}$$

За умовою різниці ширини верхнього та нижнього індексів (u_1) елімінуємо секвенції (L_5) S_{13} і S_{14}, в результаті чого отримаємо таку формулу:

$$L_5 = \overline{S_{13} \;;\; S_{14} \;;\; u_1 - ?}$$

Елімінування L_4 і L_5 за умовою наявності верхнього індексу (u_3) елімінуванням (L_6), отримаємо формулу:

$$L_6 = \overline{L_4 \;;\; L_5 \;;\; u_3 - ?}$$

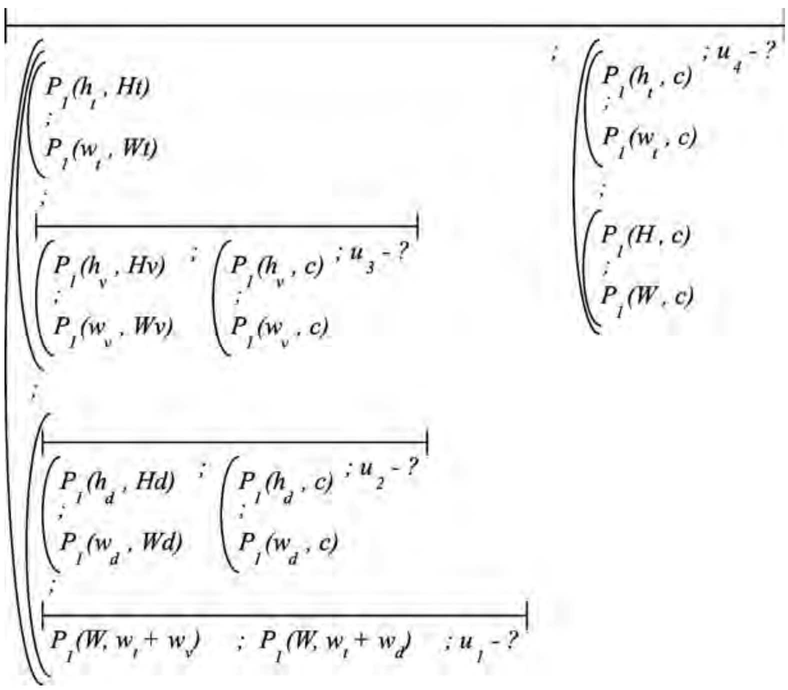
Секвенція, яка описує процес обчислення геометричних розмірів першого тривіального унітерму, має такий вигляд:

$$S_{15} = \overset{\frown}{S_1 \;;\; L_6}$$

Секвенції S_{15} і S_6 елімінуємо за умовою перевірки на наявність верхнього або нижнього індексу (u_4), отримаємо таку формулу алгоритму:

$$L_7 = \overline{S_{15} \;;\; S_6 \;;\; u_4 - ?}$$

Виконавши підстановку відповідних секвенцій в елімінування і на основі властивості дистрибутивності операції елімінування мінімізацію за кількістю унітермів, отримаємо таку формулу:



Аналогічно синтезується і на основі властивості дистрибутивності операції елімінування мінімізується опис процесів обчислення ширини двох наступних тривіальних унітермів.

Синтез алгоритму процесу обчислення ширини та висоти всього унітерму

1.*Синтез секвенцій.* Абстрактний алгоритм обчислення ширини та висоти всього унітерму описується такими секвенціями:

- Обчислення сумарної величини трьох тривіальних унітермів за відсутності нижніх і верхніх індексів:

$$S_1=\overset{\frown}{\left(\begin{array}{l}P_1(w_t,\sum_{i=1}^{i=3}w_t^i)\\ ;\\ P_1(w_v,\sum_{i=1}^{i=3}w_v^i)\\ ;\\ P_1(w_d,\sum_{i=1}^{i=3}w_d^i)\end{array}\right. \quad ; \quad \left(\begin{array}{l}P_1(W,w_t+w_v)\\ ;\\ P_1(H_v,c)\\ ;\\ P_1(H_d,c)\end{array}\right.},$$

де w_t – змінна сумарної ширини унітермів, w_t^i – змінна ширини i-ї частини унітерму, w_v – змінна сумарної ширини верхніх індексів, w_v^i – змінна ширини i-го верхнього індексу, w_d – змінна сумарної ширини нижніх індексів, w_d^i – змінна ширини i-го нижнього індексу, H_v – висота верхніх індексів, c – константа нульового значення висоти індексів, H_d – висота нижніх індексів;

- Обчислення сумарної величини трьох тривіальних унітермів за наявності нижніх індексів і відсутності верхніх індексів:

$$S_2=\overset{\frown}{\left(\begin{array}{l}P_1(w_t,\sum_{i=1}^{i=3}w_t^i)\\ ;\\ P_1(w_v,\sum_{i=1}^{i=3}w_v^i)\\ ;\\ P_1(w_d,\sum_{i=1}^{i=3}w_d^i)\end{array}\right. \quad ; \quad \left(\begin{array}{l}P_1(W,w_t+w_v)\\ ;\\ P_1(H_v,c)\\ ;\\ P_1(H_d,H_z)\end{array}\right.},$$

де H_z – значення висоти верхніх індексів залежно від кегля унітермів;

- Обчислення сумарної величини трьох тривіальних унітермів за відсутності нижніх індексів і наявності верхніх індексів:

$$S_3=\overset{\frown}{\left(\begin{array}{l}P_1(w_t,\sum_{i=1}^{i=3}w_t^i)\\ ;\\ P_1(w_v,\sum_{i=1}^{i=3}w_v^i)\\ ;\\ P_1(w_d,\sum_{i=1}^{i=3}w_d^i)\end{array}\right. \quad ; \quad \left(\begin{array}{l}P_1(W,w_t+w_v)\\ ;\\ P_1(H_v,H_z)\\ ;\\ P_1(H_d,c)\end{array}\right.}$$

- Обчислення сумарної величини трьох тривіальних унітермів за наявності верхніх і нижніх індексів:

$$S_4=\overset{\frown}{\left(\begin{array}{l}P_1(w_t,\sum_{i=1}^{i=3}w_t^i)\\ ;\\ P_1(w_v,\sum_{i=1}^{i=3}w_v^i)\\ ;\\ P_1(w_d,\sum_{i=1}^{i=3}w_d^i)\end{array}\right. \quad ; \quad \left(\begin{array}{l}P_1(W,w_t+w_v)\\ ;\\ P_1(H_v,H_z)\\ ;\\ P_1(H_d,H_z)\end{array}\right.}$$

- Обчислення сумарної величини трьох тривіальних унітермів за відсутності верхніх і нижніх індексів при більшій ширині верхніх індексів:

$$S_5=\overset{\frown}{\left(\begin{array}{l}P_1(w_t,\sum_{i=1}^{i=3}w_t^i)\\ ;\\ P_1(w_v,\sum_{i=1}^{i=3}w_v^i)\\ ;\\ P_1(w_d,\sum_{i=1}^{i=3}w_d^i)\end{array}\right. \quad ; \quad \left(\begin{array}{l}P_1(W,w_t+w_d)\\ ;\\ P_1(H_v,c)\\ ;\\ P_1(H_d,c)\end{array}\right.}$$

• Обчислення сумарної величини трьох тривіальних унітермів за відсутності верхніх індексів і наявності нижніх індексів при більшій ширині верхніх індексів:

$$S_6 = \overparen{\begin{pmatrix} P_1(w_t, \sum_{i=1}^{i=3} w_t^i) \\ ; \\ P_1(w_v, \sum_{i=1}^{i=3} w_v^i) \\ ; \\ P_1(w_d, \sum_{i=1}^{i=3} w_d^i) \end{pmatrix} ; \begin{pmatrix} P_1(W, w_t + w_d) \\ ; \\ P_1(H_v, c) \\ ; \\ P_1(H_d, H_z) \end{pmatrix}}$$

• Обчислення сумарної величини трьох тривіальних унітермів за наявності верхніх індексів і відсутності нижніх індексів при більшій ширині верхніх індексів:

$$S_7 = \overparen{\begin{pmatrix} P_1(w_t, \sum_{i=1}^{i=3} w_t^i) \\ ; \\ P_1(w_v, \sum_{i=1}^{i=3} w_v^i) \\ ; \\ P_1(w_d, \sum_{i=1}^{i=3} w_d^i) \end{pmatrix} ; \begin{pmatrix} P_1(W, w_t + w_d) \\ ; \\ P_1(H_v, H_z) \\ ; \\ P_1(H_d, c) \end{pmatrix}}$$

• Обчислення сумарної величини трьох тривіальних унітермів за наявності і верхніх і нижніх індексів при більшій ширині верхніх індексів:

$$S_8 = \overparen{\begin{pmatrix} P_1(w_t, \sum_{i=1}^{i=3} w_t^i) \\ ; \\ P_1(w_v, \sum_{i=1}^{i=3} w_v^i) \\ ; \\ P_1(w_d, \sum_{i=1}^{i=3} w_d^i) \end{pmatrix} ; \begin{pmatrix} P_1(W, w_t + w_d) \\ ; \\ P_1(H_v, H_z) \\ ; \\ P_1(H_d, H_z) \end{pmatrix}}$$

2.Синтез елімінувань. Секвенції S_1 і S_2 елімінуємо (L_1) за умовою перевірки на відсутність нижніх індексів (u_3), отримаємо формулу:

$$L_1 = \overline{S_1 \; ; \; S_2 \; ; \; u_3 ?}$$

Секвенції S_3 і S_4 елімінуємо (L_2) за умовою перевірки на відсутність нижніх індексів (u_3), отримаємо формулу:

$$L_2 = \overline{S_3 \; ; \; S_4 \; ; \; u_3 ?}$$

За умовою перевірки на відсутність верхніх індексів (u_2) елімінуємо елімінування L_1 і L_2, отримаємо таку формулу:

$$L_3 = \overline{L_1 \; ; \; L_2 \; ; \; u_2 ?}$$

Секвенції S_5 і S_6 елімінуємо (L_4) за умовою перевірки на відсутність верхніх індексів (u_2), отримаємо формулу:

$$L_4 = \overline{S_5 \; ; \; S_6 \; ; \; u_2 ?}$$

Секвенції S_7 і S_8 елімінуємо (L_5) за умовою перевірки на відсутність верхніх індексів (u_2), отримаємо формулу:

$$L_5 = \overline{S_7 \; ; \; S_8 \; ; \; u_2 ?}$$

За умовою різниці ширини індексів (u_1) елімінуємо елімінування L_4 і L_5, отримаємо таку формулу:

$$L_6 = \overline{L_4 \; ; \; L_5 \; ; \; u_1 ?}$$

Виконавши підстановку відповідних секвенцій в елімінування і на підставі властивості дистрибутивності операції елімінування, мінімізацію за кількістю унітермів, отримаємо таку формулу:

$$\left(\begin{array}{l} \left(\begin{array}{l} P_1(w_t, \sum_{i=1}^{i=3} w_t^i) \\ ; \\ P_1(w_v, \sum_{i=1}^{i=3} w_v^i) \\ ; \\ P_1(w_d, \sum_{i=1}^{i=3} w_d^i) \end{array}\right) \\ ; \\ \left(\begin{array}{l} \overline{P_1(W, w_t + w_v) \quad ; \; P_1(W, w_t + w_d) \; ; \; u_1 - ?} \\ ; \\ \overline{P_1(H_v, c) \quad ; \; P_1(H_v, H_z) \quad ; \; u_2 - ?} \\ ; \\ \overline{P_1(H_d, c) \quad ; \; P_1(H_d, H_z) \quad ; \; u_3 - ?} \end{array}\right) \end{array}\right)$$

Синтез абстрактного алгоритму обчислення ширини формули

Блок-схема обчислення ширини вкладеної формули абстрактного алгоритму має такий вигляд:

Рис. 2. Блок-схема обчислення ширини формули

1.Синтез секвенцій: Абстрактний алгоритм визначення ширини вкладеної формули описує такі процеси:

- Обчислення ширини формули в випадку вкладеної першої формули:

$$S_1 = \left(\begin{array}{l} P_1(W, W_0) \\ ; \\ P_1(W, W_0 + W_a) \end{array}\right),$$

де W_0 – ширина унітерму, а W – змінна ширини унітерму, W_a – ширина першої вкладеної формули;

- Обчислення ширини формули в випадку вкладеної другої формули:

$$S_2 = \left(\begin{array}{l} P_1(W, W_0) \\ ; \\ P_1(W, W_0 + W_b) \end{array}\right),$$

де W_b – ширина першої вкладеної формули.

2. Синтез елімінувань: Секвенції S_1 і S_2 елімінуємо за умовою перевірки на наявність першої чи другої формули (u_2):

$$L_1 = \overline{S_1 \; ; \; S_2 \quad ; \; u_2 - ?}$$

Після підстановки секвенцій в відповідні елімінування отримаємо такий вираз:

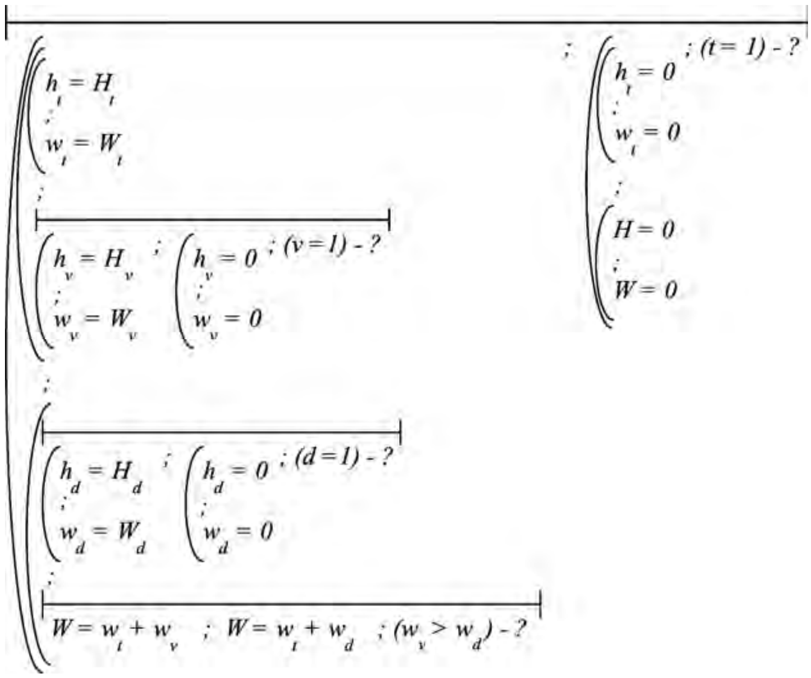
$$L_1 = \overline{\left(\begin{array}{l} P_1(W, W_0) \\ ; \\ P_1(W, W_0 + W_a) \end{array}\right) \; ; \; \left(\begin{array}{l} P_1(W, W_0) \\ ; \\ P_1(W, W_0 + W_b) \end{array}\right) \; ; \; u_1 - ?}$$

Математичне забезпечення процесу обчислення геометричних розмірів унітермів

Для коректного виконання процесу адаптації необхідно чітко знати геометричні розміри унітермів. Цей момент є особливо актуальним у випадку, коли унітерм є нетривіальним, тобто є верхні та нижні індекси. Тому розглянемо саме цей випадок. Процес обчислення геометричних розмірів унітерму є «фоновим», тобто повинен виконуватися без відома користувача, він є складовою частиною процесу адаптації.

Побудуємо та дослідимо модель процесу обчислення геометричних розмірів першого тривіального унітерму.

Замінивши в абстрактному алгоритмі процесу обчислення геометричних розмірів всієї першої складової частини унітерму абстрактний унітерм предметним унітермом присвоєння ($P_1(h_t , H_t)$ на $h_t = H_t$, $P_1(w_t , W_t)$ на $w_t = W_t$ і т. д.), абстрактний умовний унітерм u_1 предметним унітермом порівняння $(w_v > w_d) - ?$, абстрактний умовний унітерм u_2 предметним унітермом перевірки на наявність нижніх індексів $(d = 1) - ?$, унітерм u_3 предметним унітермом перевірки на наявність верхніх індексів $(v = 1) - ?$, унітерм u_4 предметним унітермом перевірки на тип унітерму $(t = 1) - ?$ і задавши секвентні області значень змінним, отримаємо модель абстрактного алгоритму процесу обчислення геометричних розмірів унітермів.



Секвентні області значень будуть мати вигляд:

$$H = h_t = H_t = \in Q_1 = \overbrace{6 ; 7 ; 8 ; \dots ; N_1\text{-}10},$$

$$h_v = H_v = h_d = H_d \in Q_2 = \overbrace{0.7h_t^1 ; 0.7h_t^2 ;\dots ; 0.7(N_1 - 10)},$$

$$w_v = W_v = w_d = W_d \in Q_3 = \overbrace{0.7w_t^1 ; 0.7w_t^2 ;\dots ; 0.7(N_2 - 10)},$$

$$v = d = t \in Q_4 = \overbrace{0 ; 1},$$

$$W = W_t = w_t = \in Q_5 = \overbrace{7 ; 8 ; 9 ; \dots ; N_2\text{-}10},$$

де $N_1 = 72/1,48 = 48,6$ – максимальне значення висоти букви, $N_2 = (72/1,2)*127 = 59,1*127=7505$ – максимальне значення довжини унітерму, $0,7$ – коефіцієнт зміни розміру висоти індексу по відношенню до унітерму, h_t^1 , h_t^2 , w_t^1 , w_t^2 – перше і друге значення довжини і висоти унітермів без врахування індексів.

Дослідження опису моделлю процесу обчислення геометричних розмірів унітермів виконано з використанням методу трансфінітної математичної індукції. Дослідимо модель обчислення геометричних розмірів унітермів при простому унітермі ($t = 1$).

Модель, яка подана формулою, має такі змінні: h_t , w_t , h_v , w_v , h_d , w_d , H_t , W_t , H_v , W_v , H_d W_d , H , W , v , d , t. Як видно з формули h_t , w_t , h_v , w_v , h_d , w_d , H , W обчислюються із значень змінних H_t , W_t , H_v , W_v , H_d , W_d . Тому дослідження має бути виконане за цими змінними.

Нехай $H_t = i < p \in Q_1$, $W_t = j < q \in Q_1$, $H_v = k < r \in Q_2$, $W_v = l < s \in Q_3$, $H_d = m < u \in Q_2$, $W_d = n < z \in Q_3$, а формула описує обчислення геометричних розмірів всієї першої складової унітермів.

- Встановимо чи моделлю описується обчислення геометричних розмірів унітермів за наявності верхніх і нижніх індексів ($v = 1, d = 1$) та довжини верхнього індексу, більшої за довжину нижнього індексу ($w_v > w_d$) і значення змінної $W_v = l + 1 = s$. Отримаємо вираз:

$$\overbrace{\left(\begin{matrix} h_t = i \\ ; \\ w_t = j \end{matrix}\right. ; \left(\begin{matrix} h_v = k \\ ; \\ w_v = l+1 \end{matrix}\right.} ; \overbrace{\left(\begin{matrix} h_d = m \\ ; \\ w_d = n \end{matrix}\right. ; W = j + (l+1)}$$

Як видно з отриманої формули, при зміні довжини верхнього індексу на 1 довжина всього унітерму з врахуванням довжини індексів також змінюється на 1. Аналогічно для всіх інших змінних.

- Встановимо чи моделлю описується обчислення геометричних розмірів унітермів за наявності лише верхніх індексів ($v = 1, d = 0$) і при значенні змінної $W_v = l + 1 = s$. Отримаємо вираз:

$$\overbrace{\left(\begin{matrix} h_t = i \\ ; \\ w_t = j \end{matrix}\right. ; \left(\begin{matrix} h_v = k \\ ; \\ w_v = l+1 \end{matrix}\right.} ; \overbrace{\left(\begin{matrix} h_d = 0 \\ ; \\ w_d = 0 \end{matrix}\right. ; W = j + (l+1)}$$

У цьому випадку, так як і в попередньому, при зміні довжини верхнього індексу на 1 довжина всього унітерму з врахуванням довжини індексів також змінюється на 1.

- Встановимо чи моделлю описується обчислення геометричних розмірів унітермів за наявності лише нижніх індексів ($v = 0, d = 1$) і при значенні змінної $W_d = n + 1 = z$. Отримаємо вираз:

$$\overbrace{\left(\begin{matrix} h_t = i \\ ; \\ w_t = j \end{matrix}\right. ; \left(\begin{matrix} h_v = 0 \\ ; \\ w_v = 0 \end{matrix}\right.} ; \overbrace{\left(\begin{matrix} h_d = m \\ ; \\ w_d = n+1 \end{matrix}\right. ; W = j + (n+1)}$$

Як видно з отриманої формули, при зміні довжини нижнього індексу на 1 довжина всієї першої складової унітерму з врахуванням довжини індексів також змінюється на 1.

- Встановимо чи моделлю описується обчислення геометричних розмірів унітермів без індексів ($v = 0, d = 0$) і при значенні змінної $W_t = j + 1 = q$. Отримаємо вираз:

$$\overbrace{\left(\begin{matrix} h_t = i \\ ; \\ w_t = j+1 \end{matrix}\right. ; \left(\begin{matrix} h_v = 0 \\ ; \\ w_v = 0 \end{matrix}\right.} ; \overbrace{\left(\begin{matrix} h_d = 0 \\ ; \\ w_d = 0 \end{matrix}\right. ; W = j + 1}$$

Як видно з отриманої формули, при зміні довжини унітерму на 1 довжина всієї першої складової унітерму з врахуванням довжини індексів також змінюється на 1.

- Встановимо чи моделлю описується обчислення геометричних розмірів унітермів за наявності верхніх і нижніх індексів ($v = 1, d = 1$) та при довжині нижнього, більшій за довжину верхнього індексу ($w_v < w_d$) і при значенні змінної $W_d = n + 1 = z$. Отримаємо вираз:

$$\overbrace{\left(\begin{matrix} h_t = i \\ ; \\ w_t = j \end{matrix}\right. ; \left(\begin{matrix} h_v = k \\ ; \\ w_v = l \end{matrix}\right.} ; \overbrace{\left(\begin{matrix} h_d = m \\ ; \\ w_d = n+1 \end{matrix}\right. ; W = j + (n+1)}$$

У цьому випадку з отриманої формули, при зміні довжини нижнього індексу на 1 довжина всієї першої складової унітерму з врахуванням довжини індексів також змінюється на 1.

На підставі трансфінітної математичної індукції стверджуємо, що формула описує обчислення геометричних розмірів всієї першої складової унітерму для всіх можливих значень змінних W_d, W_t, W_v. Аналогічно досліджують для решти змінних.

Побудуємо та дослідимо модель процесу обчислення геометричних розмірів всього унітерму.

Замінивши в абстрактному алгоритмі процесу обчислення геометричних розмірів всього унітерму абстрактний унітерм предметним унітермом присвоєння ($P_1(W, w_t + w_v)$ на $W = w_t + w_v$ і т.д.), абстрактний умовний унітерм u_1 - ? предметним унітермом порівняння ($w_v > w_d$ - ?), де w_v – сумарна довжина всіх верхніх індексів, w_d – сумарна довжина всіх нижніх індексів, абстрактний умовний унітерм перевірки на наявність верхніх індексів (u_2 - ?) предметним унітермом ($(H_v^1 = 0 \,\&\, H_v^2 = 0 \,\&\, H_v^3 = 0)$ - ?) і абстрактний умовний унітерм перевірки на наявність нижніх індексів (u_3 - ?) предметним унітермом ($(H_d^1 = 0 \,\&\, H_d^2 = 0 \,\&\, H_d^3 = 0)$ - ?) та задавши секвентні області змінним, отримаємо модель абстрактного алгоритму процесу обчислення геометричних розмірів всього унітерму:

$$\left(\left(\begin{array}{l} \overline{W = w_t + w_v \;\;;\;\; W = w_t + w_d \;\;;\; (w_v > w_d) - ?} \\ ; \\ \overline{H_v = 0 \;\;;\;\; H_v = H_z \;\;;\; (H_v^1 = 0 \,\&\, H_v^2 = 0 \,\&\, H_v^3 = 0) - ?} \end{array}\right. \\ ; \\ \overline{H_d = 0 \;\;;\;\; H_d = H_z \;\;;\; (H_d^1 = 0 \,\&\, H_d^2 = 0 \,\&\, H_d^3 = 0) - ?}\right.$$

Секвентні області значень будуть мати вигляд:

$$w_t = W \in Q_1 = 7 ; 8 ; 9 ; \ldots ; N - 10,$$

$$H_d = H_v = H_z \in Q_2 = 0.7h_t^1 ; 0.7h_t^2 ; \ldots ; 0.7(N - 10),$$

$$w_v = w_d \in Q_3 = 7 ; 8 ; \ldots ; 0.7(N - 10),$$

$$H_v^1 = H_v^2 = H_v^3 = H_d^1 = H_d^2 = H_d^3 \in Q_4 = 0 ; 1,$$

де $N = 2147483648$ – максимальне значення для всіх змінних, $0{,}7$ – коефіцієнт зміни розміру висоти індексу по відношенню до унітерму, h_t^1 , h_t^2 – перше і друге значення висоти унітермів без врахування індексів.

Дослідження опису моделлю обчислення геометричних розмірів всього унітерму виконано з використанням методу трансфінітної математичної індукції.

Модель, яка подана формулою (3.5), має такі змінні: w_t , w_v , w_d , H_v , $H_v^{\,1}$, $H_v^{\,2}$, $H_v^{\,3}$, H_d , $H_d^{\,1}$, $H_d^{\,2}$, $H_d^{\,3}$, H_z , W , v , d , t. Як видно з формули, W обчислюється із значень змінних w_t , w_v , w_d . Тому дослідження має бути виконане за цими змінними.

Нехай $w_t = i < p \in Q_1$, $w_v = j < q \in Q_3$, $w_d = k < r \in Q_3$, $H_z = l < s \in Q_2$ а формула описує обчислення геометричних розмірів всього унітерму.

- Встановимо, чи моделлю описується обчислення висоти всього унітерму в випадку коли сумарна довжина верхніх індексів більша за сумарну довжину нижніх індексів ($w_v > w_d$) при значенні змінної $w_v = j + 1 = q$ і унітерм має верхні і нижні індекси. Отримаємо вираз:

$$W = i + (j + 1) \;;\; H_v = 1 \;;\; H_d = 1$$

При зміні довжини верхніх індексів на 1 довжина всього унітерму (W) також змінюється на 1.

• Встановимо, чи моделлю описується обчислення висоти всього унітерму в випадку коли сумарна довжина нижніх індексів більша за сумарну довжину верхніх індексів ($w_v < w_d$) при значенні змінної $w_d = k + 1 = r$ і унітерм має верхні і нижні індекси. Отримаємо вираз:

$$\overparen{\overparen{W = i + (k+1)\ ;\ H_v = l}\ ;\ H_d = l}$$

При зміні довжини нижніх індексів на 1 довжина всього унітерму (W) також змінюється на 1.

На підставі трансфінітної математичної індукції стверджуємо, що формула описує обчислення геометричних розмірів всього унітерму для всіх можливих значень змінних w_d , w_v. Аналогічно дослідження виконується для решти змінних.

Висновки і перспективи подальших наукових розвідок

1. Синтезована, мінімізована і досліджена математична модель процесу обчислення геометричних параметрів унітермів.

2. Дослідження математичної моделі ще до її практичної реалізації і апробації забезпечило виявлення помилок, допущених у процесі її синтезу, та доводить, що вона описує необхідні процеси.

3. Абстрактним алгоритмом обчислення геометричних параметрів унітермів описані процеси обчислення висоти і ширини трьох складових унітермів.

1. Овсяк В., Бритковський В., Овсяк О., Овсяк Ю. Синтез і дослідження алґоритмів комп'ютерних систем. – Львів, 2004. – 276 с. 2. Овсяк В. АЛҐОРИТМИ: методи побудови, оптимізації, дослідження вірогідності. – Львів: Світ, 2001. – 160 с. 3. Глаголева І. І., Берко А. Ю. Застосування засобів інтелектуального аналізу даних для прогнозування використання земельних ресурсів / І. І. Глаголева, А. Ю. Берко // Вісник Нац. ун-ту "Львівська політехніка". – 2013. – № 770: Інформаційні системи та мережі. – С. 154–163. 4. Катренко А. В., Магац А. С. Аналіз математичних моделей планування в мультипроектному середовищі / А. В. Катренко, А. С. Магац // Вісник Національного університету "Львівська політехніка". – 2014. – № 783: Інформаційні системи та мережі. – С. 443–450, 5. Овсяк В., Козелко М. Загальна модель редактора графічних унітермів / В. Овсяк, М. Козелко // Вісник ТНТУ. – 2013. – Т. 69. – № 1. – С. 183–192. 6. Овсяк В., Василюк А. Принцип побудови підсистеми редагування формул абстрактних алґоритмів // Комп'ютерні технології друкарства. – Львів: УАД, – 2004. – № 12. – С. 137–146. 7. Василюк А. Абстрактний алгоритм редактора формул абстрактних алгоритмів «АбстрактАл» / А. Василюк // Комп'ютерні технології друкарства : Збірник наукових праць. – Львів: УАД, 2006. – № 16. – С. 99 –108.