Формування фахівців у сфері інформаційної безпеки, які володіють сучасними засобами як захисту, так і зламу комп'ютерних систем, дає змогу підвищити обороноздатність країни, адже кібервійна практично завжди супроводжує будь-які військові дії.

1. Піскозуб А.З. Використання тестування на проникнення в комп'ютерні мережі та системи для підняття їх рівня захищеності // Матеріали третьої міжнародної науково-практичної конференції FOSS Lviv 2013,. – Львів,2013. 2. Kennedy D., O'Gorman J. Metasploit. The penetration tester's guide. – No starch press, San Francisco, 2011. 3. Pritchett W., Smet D. Kali Linux Cookbook – Birmingham-Mumbai, Puckt Publishing, 2013. 4. Kali Linux. https://kali.org 5. Metasploitable 2. https://community.rapid7.com/docs/DOC-1875.

УДК 004.032.026

П. В. Тимощук
Національний університет "Львівська політехніка",
кафедра систем автоматизованого проектування

АНАЛІЗ МОДЕЛІ ШВИДКІСНОЇ АНАЛОГОВОЇ НЕЙРОННОЇ СХЕМИ ІДЕНТИФІКАЦІЇ НАЙБІЛЬШИХ ЗА ЗНАЧЕННЯМИ З МНОЖИНИ СИГНАЛІВ

Проаналізовано моделі неперервного часу швидкісної аналогової нейронної схеми, придатної для ідентифікації *K* найбільших серед *N* невідомих сигналів, де $1 \le K < N$, які можна розрізняти, із скінченними значеннями. Модель описується рівнянням стану з розривною правою частиною і вихідним рівнянням. Аналізуються існування та єдиність встановлених режимів, збіжність траєкторій змінної станів і час збіжності до KWTA-режиму. Порівняно модель з іншими близькими аналогами. Згідно з отриманими результатами, модель володіє вищою швидкістю збіжності до KWTA-режиму, ніж інші аналоги.

Ключові слова: модель неперервного часу, аналогова нейронна схема, розривна права частина, встановлений режим, час збіжності, KWTA-режим.

MODEL ANALYSIS OF FAST ANALOGUE NEURAL CIRCUIT OF LARGEST VALUE SIGNAL SET IDENTIFICATION

An analysis of continuous-time model of high speed analogue *K*-winners-take-all (KWTA) neural circuit which is capable of identifying the *K* largest of unknown finite value *N* distinct inputs, where $1 \le K < N$ is presented. The model is described by a state equation with discontinuous right-hand side and by an output equation. Existence and uniqueness of the steady-states, convergence of state-variable trajectories and convergence time to the KWTA operation are analyzed. The model comparison with other close analogs is given. According to obtained results, the model possesses a higher convergence speed to the KWTA operation than other comparable analogs.

Key words: continuous-time model, analogue neural circuit, discontinuous right-hand side, steady-state, convergence time, KWTA operation.

Вступ

Схеми типу "K-winners-take all" (KWTA), як відомо, забезпечують вибір K найбільших з множини N вхідних сигналів, де $1 \le K < N$ – позитивне ціле число [1]. У частковому випадку, коли

K дорівнює одиниці, KWTA-мережа є мережею типу “winner-takes-all” (WTA), що вибирає максимальний серед N вхідних сигналів [2, 3].

KWTA-нейронні мережі мають різноманітні застосування, зокрема в обробці даних і сигналів, у прийнятті рішень, для розпізнавання образів, у конкуруючому навчанні і сортуванні [4–6]. KWTA-мережі використовуються у телекомунікаціях [7] і візуальних системах [8], для розв’язання задач фільтрування [9], декодування [10], обробки зображень [11], кластеризації [12] і класифікації [13, 14]. KWTA-процеси застосовують у машинному навчанні, у навігації мобільних роботів, для видобування ознак [15, 16]. KWTA-механізми використовуються для моделювання пізнавальних феноменів і нейронних мереж, які формують сигнали у формі спалахів [17, 18].

Огляд літературних джерел

Порівняно з цифровими аналогами, KWTA-нейронні мережі неперервного часу, будучи схемотехнічно реалізовані в аналоговому апаратному забезпеченні, можуть мати вищу швидкодію, бути компактнішими та ефективними за потужністю [19]. Для розв’язання KWTA-задачі було запропоновано багато різних аналогових нейронних мереж [1, 5, 20–22]. Зокрема модель неперервного часу KWTA-нейронної схеми, придатну для вибору *K* найбільших серед *N* невідомих входів, де $1 \le K < N$, розміщених у заданому діапазоні зміни, було запропоновано в [21]. Функціонування такої моделі залежить від початкових умов змінної стану. Було отримано і змодельовано модифікацію цієї схеми [23]. На відміну від попередньої, модифікована схема є незалежною від початкових умов і використовує спрощену різницеву функцію. Комп’ютерне моделювання показує, що швидкість збіжності станів схеми до KWTA-режиму є близькою до такої швидкості однієї з найбільш швидкодіючих аналогових KWTA-нейронних мереж типу Хопфілда, тоді як обчислювальна складність і складність схемотехнічної реалізації схеми є нижчими, ніж у цієї мережі. Складність схемотехнічної реалізації схеми є близькою до такої складності однієї з найпростіших KWTA-мереж неперервного часу, тоді як час збіжності до KWTA-режиму стану схеми є нижчим, ніж такий час цієї мережі. У [24] було запропоновано модель схеми дискретного часу і відповідну цифрову структурно-функціональну нейронну схему.

Постановка задачі

Узагальнимо модель неперервного часу і відповідну структурно-функціональну схему аналогової KWTA-нейронної схеми. На відміну від попередніх версій, запропонованих у [21], [23], схема має бути придатна до вибору *K* найбільших серед *N* невідомих входів, де $1 \le K < N$, розміщених у невідомому діапазоні зміни. Схема повинна описуватись диференційним рівнянням з розривною правою частиною і вихідним рівнянням. Результати комп’ютерного моделювання мають свідчити про те, що траєкторії змінної стану схеми є глобально стійкими і глобально збіжними до KWTA-режиму з будь-якого початкового значення. Схема повинна мати вищу швидкість збіжності змінної стану до KWTA-режиму, ніж інші аналоги.

Результати дослідження

Модель неперервного часу схеми

Узагальнимо модель неперервного часу аналогової KWTA-нейронної схеми, представленої в [23], на випадок ідентифікації *K* максимальних серед *N* невідомих входів, де $1 \le K < N$, розміщених у невідомому діапазоні. Припустімо, що існує вхідний вектор $\boldsymbol{a} = \left(a_{n_1}, a_{n_2}, ..., a_{n_N}\right)^T \in \Re^n$, $1 < N < \infty$ з невідомими елементами зі скінченними значеннями; ці входи є такими, що їх можна розрізняти і вони можуть бути впорядковані у спадному порядку за величиною, задовольняючи нерівності

$$\infty > a_{n_1} > a_{n_2} > ... > a_{n_N} > -\infty, \tag{1}$$

де $n_1, n_2, ..., n_N$ – невідомі значення першого найбільшого входу, другого найбільшого входу і т. д. аж до *N*-го найбільшого входу включно. Спроектуємо модель неперервного часу аналогової нейронної схеми, яка повинна ідентифікувати *K* найбільших з цих входів, які називаються переможцями.

Спроектована модель повинна обробляти вхідний вектор ***a*** так, щоб після скінченного часу збіжності отримувався вихідний вектор $\boldsymbol{b} = \left(b_{n_1}, b_{n_2}, ..., b_{n_N}\right)^T$, який задовольняє наступну KWTA-властивість:

$$b_{n_i} > 0, i = 1,2,...,K;\ b_{n_j} < 0, j = K+1, K+2,...,N. \tag{2}$$

Покладемо, що виходи моделі подано у вигляді

$$b_{n_i} = a_{n_i} - x > 0, i = 1,2,...,K;$$
$$b_{n_j} = a_{n_j} - x < 0, j = K+1, K+2,...,N, \tag{3}$$

де x – скалярний динамічний зсув входів [21].

Опишемо модель проектованої KWTA-нейронної схеми рівнянням стану:

$$dx/dt = \alpha\left(|x| + p\right)\left(\sum_{k=1}^{N} S_k(x) - K\right) \tag{4}$$

і вихідним рівнянням

$$b_{n_k} = a_{n_k} - x, k = 1,2,...,N, \tag{5}$$

де

$$R(x) = \sum_{k=1}^{N} S_k(x) - K \tag{6}$$

– різницева функція:

$$S_k(x) = \begin{cases} 1, & if \quad a_{n_k} - x > 0; \\ 0, & otherwise \end{cases} \tag{7}$$

– ступінчаста функція: $\sum_{k=1}^{N} S_k(x)$ – кількість позитивних виходів моделі; α – коефіцієнт, який можна використовувати для керування швидкістю збіжності траєкторій змінної стану моделі до KWTA-режиму; p – постійний параметр, $-\infty < x_0 < \infty$ – початкова умова. Зазначимо, що рівняння стану (4) також можна подати у вигляді:

$$dx/dt = \gamma\left(|x| + c\right) sgn\left(R(x)\right), \tag{8}$$

де

$$sgn\left(R(x)\right) = \begin{cases} 1, & if \quad R(x) > 0; \\ 0, & if \quad R(x) = 0; \\ -1, & if \quad R(x) < 0 \end{cases} \tag{9}$$

– знакова (жорстко обмежувальна) функція; γ – коефіцієнт підсилення; c – постійний параметр.

Існування та єдиність KWTA-встановлених режимів

У встановленому режимі, коли $dx/dt = 0$, рівняння стану (4) перетворюється на рівняння рівноваги:

$$\left(|x| + p\right)\left(\sum_{k=1}^{N} S_k(x) - K\right) = 0. \tag{10}$$

Проаналізуємо існування та єдиність KWTA-встановлених станів розв’язків рівняння стану (4) на основі рівняння рівноваги (10). Для цього сформулюємо і доведемо таку теорему.

Теорема 1. Розглянемо нерівності (1), рівняння стану (4) і рівняння рівноваги (10). Якщо $p>0$, тоді існують KWTA-встановлені режими розв’язків рівняння стану (4).

Доведення. Згідно з (1), елементи входів a_{n_k}, $k=1,2,…,N$ є такими, які можна розрізняти. Тому існує таке постійне число $x^* \in \Re$, що $a_{K+1} \le x^* < a_K$.. Для x^* задовольняється рівність $\sum_{k=1}^{N} S_k\left(x^*\right) - K = 0$, означаючи, що x^* є розв’язком рівняння рівноваги (10). Оскільки для кожного $p>0$ справджується нерівність $\left(|x| + p\right) > 0$, рівняння (10) має лише один розв’язок x^*. Беручи до уваги (2) і (3), можемо стверджувати, що у встановленому режимі існують KWTA-виходи $b_{n_K} = a_{n_K} - x^*$, $k=1,2,3,\ldots,N$ моделі (4), (5). Це означає, що x^* є KWTA-встановленим станом розв'язку рівняння стану (4).

Наслідок. Розв'язок рівняння стану (4) може набувати довільних скінченних значень на інтервалі $a_{K+1} \le x^* < a_K$, задовольняючи рівність $\sum_{k=1}^{N} S_k\left(x^*\right) - K = 0$. Розв'язок x^* не єдиний, оскільки така рівність є справедливою для кожного $x^* \in \left[a_{K+1}, a_K\right)$. Отже, виходи $b_{n_k} = a_{n_k} - x$, $k=1,2,\ldots,N$ також не єдині. Однак, KWTA-властивість (2) моделі (4), (5) визначається знаками виходів b_{n_K}, а не їх значеннями. Ці знаки єдині для кожного $a_{K+1} \le x^* < a_K$. Тому модель (4), (5) володіє єдиною KWTA-властивістю (2).

Аналіз збіжності траєкторій змінної стану

Проаналізуємо збіжність траєкторій розв'язків рівняння стану (4) до KWTA-режиму за допомогою прямого методу Ляпунова [25, 26]. Наявність достатніх умов, які гарантують глобальну стабільність цих траєкторій і їх глобальну збіжність до KWTA-режиму, встановлює така лема.

Лема 1. Розглянемо рівняння стану (4). Якщо $\alpha > 0$ і $p > 0$, тоді для довільного початкового значення $-\infty < x_0 < \infty$ траєкторії розв'язків рівняння стану (4) є глобально стабільними у сенсі Ляпунова і глобально прямують до KWTA-режиму.

Доведення. За допомогою зсуву початку координат до точки рівноваги $x = x^*$ рівняння стану (4) можна подати в еквівалентній формі типу Персидського:

$$dr / dt = \alpha\left(\left|r\right| + p\right)\left(\sum_{k=1}^{N} S_k(r) - K\right), \tag{11}$$

де $r = x - x^*$. Розглянемо таку функцію Ляпунова, пов'язану з (11):

$$V(r) = -\int_0^r \left(\sum_{k=1}^{N} S_k(\lambda) - K\right) d\lambda, \tag{12}$$

де

$$S_k(\lambda) = \begin{cases} 1, & if \quad a_{n_k} - \lambda - x^* > 0; \\ 0, & otherwise. \end{cases} \tag{13}$$

Візьмемо до уваги, що сума $\sum_{k=1}^{N} S_k(\lambda)$ (12) є скалярною недиференційовною розривною цілочисловою ступінчастою спадною функцією з двосторонніми обмеженнями виду $0 \le \sum_{k=1}^{N} S_k(\lambda) \le N$. Оскільки $1 \le K < N$, тому $-K \le \sum_{k=1}^{N} S_k(\lambda) - K \le N - K$. Функція (12) є неперервною, випуклою, обмеженою знизу і набуває мінімального значення при $r=0$. Згідно з (12), верхню праву діні-похідну по часу $V(r)$ можна представити у вигляді:

$$D^+V(r) = \sum_{k=1}^{N} S_k(r) - K\ . \tag{14}$$

Похідну за часом $dV(r)/dt$ вздовж розв'язку $r(t)$ (11) визначають так:

$$dV / dt = D^+V(r) dr / dt = -\alpha\left(\left|r\right| + p\right)\left(\sum_{k=1}^{N} S_k(r) - K\right)^2 . \tag{15}$$

Як можна побачити з (15), якщо $\alpha > 0$ і $p>0$, то $dV/dt < 0$ при $\sum_{k=1}^{N} S_k(r) - K \ne 0$ і $dV/dt = 0$ при $\sum_{k=1}^{N} S_k(r) - K = 0$. Зазначимо, що $dV/dt \equiv 0$, якщо $\sum_{k=1}^{N} S_k(r) - K \equiv 0$ означає, що $dr/dt \equiv 0$. Інакше кажучи, якщо у певному відкритому інтервалі t справджується рівність $r(t) \equiv 0$, то на цьому інтервалі $dr/dt \equiv 0$. Для рівняння (11) при кожному $dr/dt \neq 0$ похідна (15) є строго негативно визначеною, тобто $dV/dt < 0$ за умов $\alpha > 0$, $p>0$ за винятком точок рівноваги, де вона дорівнює нулю. Отже, коли $\alpha > 0$ і $p>0$, то (12) є монотонно спадною функцією вздовж кожної непостійної траєкторії неперервного часу $r(t)$. Функція $V(r)$ є радіально необмеженою, тобто $V \to +\infty$ при $|r| \to +\infty$. Тому, згідно з теорією стабільності Ляпунова, вона прямує до мінімуму і її похідна прямує до нуля $dV/dt \equiv 0$. Це доводить те, що точка $r=0$ (або еквівалентно $x = x^*$) є глобально стабільною, а це означає, що початок координат є точкою глобального притягання і динаміка станів моделі є глобально стабільною. У точці рівноваги $x = x^*$ справедливими є рівності $\sum_{k=1}^{N} S_k(r + x^*) - K = \sum_{k=1}^{N} S_k\left(x^*\right) - K = 0$ і задовольняються нерівності (2), демонструючи KWTA-властивість моделі (4), (5). Оскільки входи є обмеженими у діапазоні $-\infty < a_{n_k} < \infty$, $k=1,2,\ldots,N$, точка рівноваги також обмежується в діапазоні $-\infty < x^* < \infty$. Отже, коли для монотонно спадної функції Ляпунова (12), обмеженої знизу, тобто для $dV(r)/dt \leq 0$ при $dV/dt = 0$, якщо $dr/dt = 0$, розв'язок рівняння стану (4) змінюється, нерівності $\alpha > 0$ і $p>0$ є достатніми умовами того, щоб траєкторія $x(t)$ була глобально стабільною за Ляпуновим і глобально збіжною до KWTA-режиму. Оскільки диференційне рівняння типу Персидського (11) є еквівалентним рівнянню стану (4), цей результат також справджується для траєкторій розв'язків оригінального рівняння стану (4).

На основі вищевикладеного можна стверджувати, що існує момент часу $t^* > 0$ такий, що для кожного $t > t^*$ задовольняються такі нерівності:

$$\infty > b_{n_1}(t) > \ldots > b_{n_K}(t) > 0 > b_{n_{K+1}}(t) > \ldots > b_{n_N}(t) > -\infty, \tag{16}$$

де $b_{n_k}(t) = a_{n_k} - x(t)$, $k=1,2,3,\ldots,N$. Це означає, що змінна x рівняння стану (4) стартує з початкової умови x_0 і фінішує у стані x^*, який відповідає компонентам вихідного вектора $\boldsymbol{b}$**,** розщепленим у позитивну і негативну площини відповідно до нерівностей (2). У будь-який момент часу після t^* виходи (3) мають KWTA-властивість.

Час збіжності до KWTA-режиму

Інтегрування обох частин рівняння стану (4) дає

$$x(t) - x_0 = \alpha \int_0^t \left(|x(\tau)| + p\right)\left(\sum_{k=1}^{N} S_k(x(\tau)) - K\right). \tag{17}$$

Оскільки $\sum_{k=1}^{N} S_k(x(\tau)) - K$ є цілочисловою ступінчастою спадною функцією, якщо $x(t)$ не є точкою рівноваги [20], то

$$\alpha\left(|x(\tau)| + p\right)\left(\sum_{k=1}^{N} S_k\left(x(\tau)\right) - K\right) \begin{cases} \geq +\alpha p, & if \quad x_0 < x^*; \\ \leq -\alpha p, & if \quad x_0 > x^*. \end{cases}$$

Звідси

$$x(t) - x_0 \begin{cases} \geq +\alpha pt, & if \quad x_0 < x^*; \\ \leq -\alpha pt, & if \quad x_0 > x^*. \end{cases} \tag{18}$$

На основі нерівностей (18) можна отримати верхню межу для часу збіжності траєкторій змінної стану моделі до KWTA-режиму:

$$t^* \leq \frac{\left|x^* - x_0\right|}{\alpha p}. \tag{19}$$

Як можна побачити з нерівності (19), час збіжності є скінченним. Крім цього, верхня межа (19) обернено пропорційна до α і p. Це означає, що швидкість збіжності траєкторій змінної стану моделі до KWTA-режиму зростає із збільшенням значень параметрів α і p.

Модель, описана рівнянням стану (4) і вихідним рівнянням (5), також можна використати у випадку змінних у часі входів $a_{n_k}(t)$, $k=1,2,3,\ldots,N$, якщо у перехідних режимах модуль зміни швидкості таких входів є значно меншим, ніж модуль зміни швидкості траєкторій змінної стану x. У цьому випадку для кожного $t < t^*$ повинна задовольнятись умова

$$\left| da_{n_k} / dt \right| << \left| dx / dt \right|, \tag{20}$$

де $k = 1,2,...,N$. Оскільки, згідно з (4), $\left| dx / dt \right| = \alpha \left(\left| x \right| + p \right) \left| \sum_{k=1}^{N} S_k(x) - K \right|$, то $\left| dx / dt \right|_{min} = \alpha p$ для кожного $\alpha > 0$, $p>0$. У найгіршому випадку умову (20) можна подати у вигляді:

$$\left| da_{n_k} / dt \right|_{max} << \alpha p. \tag{21}$$

Результати комп'ютерного моделювання

Розглянемо приклад з відповідним комп'ютерним моделюванням, у якому порівняємо час збіжності траєкторій змінної стану схеми до KWTA-режиму з таким часом інших конкуруючих мереж.

Приклад. Задамо 200 однорідно розподілених випадкових початкових значень $x_0 \in [-250, 250]$, входи a_{n_k}, $k=1,2,3,\ldots,N$, однорідно розподілені на інтервалі $[-250, 250]$ для $N=400$, $K=100$, $\alpha = 10^6$, і $p=1$. Використаємо 1.81 Ггц ПК і розв'язувач нежорстких диференційних рівнянь Адамса–Башфорта–Мултона змінного порядку ODE113 з відносною і абсолютною похибками, що дорівнюють 10^{-5}. Порівняння максимального часу збіжності траєкторій змінної стану до KWTA-режиму описаної KWTA-нейронної схеми з таким часом деяких інших аналогів подано у таблиці, де LP-мережа – мережа, основана на розв'язанні задачі лінійного програмування, QP-мережа – мережа, яка функціонує на основі розв'язання задачі квадратичного програмування, ID-мережа – вдосконалена дуальна мережа. Як видно з таблиці, запропонована схема має вищу швидкість збіжності до KWTA-режиму, ніж ці аналогові KWTA-нейронні мережі.

Порівняння часу збіжності траєкторій змінної стану до KWTA-режиму деяких аналогових мереж

Тип моделі	Рівняння	Максимальний час збіжності
LP-мережа з [22]	(20)	8.0 с
QP-мережа з [22]	(31), (32)	10.0 с
ID-мережа з [27]	(22)	60.0 с
Мережа, запропонована в [20]	(29), (30)	5500 с
Схема з [23]	(9), (10)	6.0 с
Запропонована схема	(4), (5)	0.15 с

Висновки

Описано математичну модель неперервного часу аналогової нейронної схеми типу "*K*-winners-take-all". На відміну від попередньої мережі такого типу, представлена KWTA-нейронна схема придатна для вибору K максимальних серед N невідомих входів, де $1 \le K < N$, які можна розрізняти, із скінченними значеннями, розміщених у невідомому діапазоні. Результати комп'ютерного моделювання свідчать про те, що час збіжності траєкторій змінної стану схеми до KWTA-режиму є меншим, ніж такий час в інших KWTA-мережах. Оскільки представлена схема має високу швидкість збіжності до KWTA-режиму, вона може використовуватись для зменшення часу обробки даних, пришвидшення обробки цифрових зображень і мови, кодування, у цифровому телебаченні [9], [20].

1. E. Majani, R. Erlanson, and Y. Abu-Mostafa, "On the k-winners-take-all network," In Advances in Neural Information Processing Systems, vol. 1, D. S. Touretzky, Ed. San Mateo, CA: Morgan Kaufmann, 1989, pp. 634–642. 2. R. P. Lippmann, "An introduction to computing with neural nets," IEEE Acoustics, *Speech and Signal Processing Magazine, vol. 3, no. 4, pp. 4-22, Apr. 1987. 3. P. Tymoshchuk and E. Kaszkurewicz, "A Winner-take-all circuit based on second order Hopfield neural networks as building blocks," in Proc. IEEE Int. Joint Conf. Neural Networks, Portland OR, vol. 2, 2003, pp. 891-896. 4. M. Atkins, "Sorting by Hopfield nets," in Proc. IEEE Int. Joint Conf. Neural Networks, Washington DC, vol. 2, 1989, pp. 65-68. 5. K. Urahama and T. Nagao, "K-winners-take-all circuit with 0(N) complexity," IEEE Trans. Neural Networks, vol. 6, pp. 776-778, May 1995. 6. T. M. Kwon and M. Zervakis, "KWTA networks and their applications". Multidimensional Syst. and Signal Processing, vol. 6, pp. 333-346, Apr. 1995. 7. L. N. Binh and H. C. Chong, ""A neural-network contention controller for packet switching networks", IEEE Trans. Neural Networks", vol. 6, no. 6, pp. 1402-1410, Nov. 1995. 8. L. Itti, C. Koch, and E. Niebur, "A model of saliency-based visual attention for rapid scene analysis," IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol. 20, no. 11, pp. 1254 – 1259, Nov. 1998. 9. U. Cilingiroglu and T. L. E. Dake, "Rank-order filter design with a sampled-analog multiple-winners-take-all core," IEEE J. Solid-State Circuits, vol. 37, no. 2, pp. 978-984, Aug. 2002. 10. R. Erlanson and Y. Abu-Mostafa, "Analog neural networks as decoders," In Advances in Neural Information Processing Systems, vol. 1, D. S. Touretzky, Ed. San Francisco, FL: Morgan Kaufmann, 1991, pp. 585–588. 11. A. Fish, D. Akselrod, and O. Yadid-Pecht, "High precision image centroid computation via an adaptive k-winner-take-all circuit in conjunction with a dynamic element matching algorithm for star tracking applications," Analog Integrated Circuits and Signal Processing, vol. 39, pp. 251-266, June 2004. 12. B. J. Jain and F. Wysotzki, "Central clustering of attributed graphs," Machine Learning, vol. 56, pp. 169-207, July 2004. 13. S. Chartier, G. Giguere, D. Langlois, and R. Sioufi, "Bidirectional associative memories, self-organizing maps and k-winners-take-all; uniting feature extraction and topological principles," in Proc. IEEE Int. Joint Conf. Neural Networks, Atlanta GA, 2009, pp. 503 - 510. 14. B. G. Jain and F. Wysotzki, "A k-winner-takes-all classifier for structured data", in Proc. 26th Int. Conf. AI LNAI 2821, Hamburg, 2003, pp. 342–354. 15. S. Liu and J. Wang, "A simplified dual neural network for quadratic programming with its KWTA application," IEEE Trans. Neural Networks, vol. 17, no. 6, pp. 1500-1510, Nov. 2006. 16. G. N. DeSouza and A. C. Zak, "Vision for mobile robot navigation: a survey," IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol. 24, no. 2, pp. 237-267, Feb. 2002. 17. R. C. O'Reilly and Y. Munakata, Computational explorations in cognitive neuroscience: understanding the mind by simulating the brain. Cambridge, MA: MIT Press, 2000. 18. A. Lazar, G. Pipa, and J. Triesch, Fading memory and time series prediction in recurrent networks with different forms of plasticity. Neural Networks, vol. 20, no. 3, pp. 312-322, Apr. 2007. 19. A. Cichocki and R. Unbehauen, Neural Networks for Optimization and Signal Processing. Chichester: Wiley, 1993. 20. J. Wang, "Analysis and design of a k-winners-take-all model with a single state variable and the Heaviside step activation function," IEEE Trans. Neural Networks, vol. 21, no. 9, pp. 1496-1506, Sept. 2010. 21. P. V. Tymoshchuk, "A dynamic K-winners take all analog neural circuit," in Proc. IVth IEEE Int. Conf. Perspective technologies and methods in MEMS design, L'viv, 2008, pp. 13-18. 22. Q. Liu and J. Wang, "Two k-winners-take-all networks with discontinuous activation functions," Neural Networks, vol. 21, pp. 406-413, Mar. – Apr. 2008. 23. Тимощук П. Аналогова структурно-функціональна нейронна схема визначення максимальних сигналів// Комп'ютерні науки та інформаційні технології. – 2012. – № 744. – С. 10–17. (Вісн. Нац. ун-ту "Львівська політехніка"). 24. Тимощук П. Математична модель нейронної схеми типу "K-Winners-Take-All" обробки дискретизованих сигналів // Комп'ютерні системи проектування. Теорія і практика. – 2010. – № 685. – С. 45 – 50 (Вісн. Нац. ун-ту "Львівська політехніка"). 25. S. K. Persidskii, "Problem of absolute stability," Automation and Remote Control, vol. 30, no. 12, pp. 1889-1895, Dec. 1969. 26. E. Kaszkurewicz and A. Bhaya, "A generalized Persidskii theorem and its applications to nonsmooth gradient dynamical systems", in Proc. 16th IFAC World Congress, vol. 16, part 1, Prague, 2005, pp. 755–761. 27. X. Hu and J. Wang, "An improved dual neural network for solving a class of quadratic programming problems and its k-winners-take-all application," IEEE Trans. Neural Networks, vol. 19, no. 12, pp. 2022–2031, Dec. 2008.*