

М. Т. Соломко¹, Б. Б. Круліковський², Я. М. Николайчук³¹Рівненський державний гуманітарний університет, кафедра ІКТ та МВІ,²Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне,
кафедра обчислювальної техніки,³Тернопільський національний економічний університет,
кафедра спеціалізованих комп'ютерних систем

ПАРАЛЕЛЬНИЙ СУМАТОР БЕЗ ПЕРЕНЕСЕННЯ НА ЛОГІЧНИХ ЕЛЕМЕНТАХ XAND

© Соломко М. Т., Круліковський Б. Б., Николайчук Я. М., 2015

Розглянуто обчислення сигналів суми в паралельних схемах суматорів без перенесення на логічних елементах XAND. Подана структура логічного елемента XAND, синтаксис його функції. Представлена схема паралельного суматора без перенесення на логічних елементах XAND. Продемонстрована таблиця істинності для перевірки логіки схеми суматора.

Ключові слова: суматор, паралельний суматор без перенесення, коди поля Галуа, логічний елемент XAND

PARALLEL ADDER WITHOUT CARRY BASED ON XAND GATES

© Solomko M., Krulikovskiy B., Nykolaichuk Ya., 2015

In the article the calculation of the amount of signals in parallel schemes of adders without transferring by the logical elements XAND. The composition of logic element XAND is represented and the syntax of its function. The scheme of parallel adder without transferring by the logic elements XAND is represented. Demonstrated a truth table to check logic schemes of adder.

Key words: adder, parallel adder without transfer, adding codes, Galois field codes, logic element XAND

Вступ

Обробка інформації цифровими методами зводиться до послідовності дій (операцій) над числами. У цифровій апаратурі основним блоком, в якому безпосередньо виконується оброблення інформації, є процесорний пристрій.

Розвиток теорії універсальних та спеціалізованих процесорів тісно пов'язаний з відповідним розвитком двійкової системи числення, тобто теоретико-числового базису Радемахера [5]. Сучасні досягнення у створенні високопродуктивних процесорів ґрунтуються на розробленнях теорії паралельних обчислень.

Зростання вимог до швидкодії процесорів стимулює дослідження у застосуванні інших, відмінних від базису Радемахера, теоретико-числових базисів (ТЧБ). Наприклад, відомі успішні застосування базису Крестенсона, що породжує систему числення залишкових класів (СЗК), базису Галуа, що породжує коди поля та систему числення Галуа, а також базис Уолша, що використовується для створення комунікаційних та сигнальних процесорів для застосування їх у комп'ютерних мережах [1, 3, 7–8].

Перенесення одиниці до старшого розряду під час виконання операції додавання у базисі Радемахера призводить до зниження швидкодії встановлення сталих значень сигналів на виходах S_i однорозрядних суматорів. Тривалість перехідного процесу в суматорі $T_{з.с}$ залежить від розрядності чисел n та часу затримки сигналів на кожному розряді суматора $t_{з,р}$.

$$T_{з.с} = n \times t_{з,р}$$

Максимальний час операції додавання настає тоді, коли перенесення, що виникло у першому розряді, проходить всі інші розряди (наприклад, при додаванні кодів 11...11 і 00...01).

Суматори з наскрізним перенесенням є практичним пристроєм для реалізації операції додавання з порівняно невеликою довжиною слова. У більшості настільних комп'ютерів використовується довжина слова 32 біти, сервер для обробки даних зазвичай вимагає 64 біт; високопродуктивні мейнфреми, суперкомп'ютери або мультимедійні процесори, подібні до Sony PlayStation 2, повинні забезпечувати обробку даних розрядністю до 128 біт.

Аналіз публікацій і окреслення проблеми

Значний внесок у розвиток теорії арифметичних операцій та архітектури суматорів у базисі Галуа зробили українські вчені: В. П. Тарасенко, О. К. Тесленко, А. І. Роговенко, Я. М. Николайчук, О. М. Заставний, П. В. Гуменний [6, 11]. Теоретичним питанням та проектуванню логіки суматорів у ТЧБ Радемахера присвячені роботи Н. Воробйова [2], Рабаї Жана М. [9].

Оптимізацію схеми суматора проводять або на рівні логічних елементів (наприклад, використовуючи у ланцюгу перенесення найбільш швидкодіючі елементи, зокрема логічний елемент І-АБО-НІ має менший час затримки, порівняно з логічним елементом І-АБО, якщо останній реалізується структурою І-АБО-НІ-НІ), або на рівні схеми (наприклад, застосовуючи структурні методи прискорення проходження сигналу перенесення). Доволі часто задача оптимізації логічної схеми розв'язується емпірично. Сьогодні оптимізацію схеми до певної міри допомагають вирішувати програмні засоби, наприклад, програма Logic Friday здійснює оптимізацію схеми у ряді базисів – з асортименту доступних йому елементів [12].

Продуктивність суматора лінійно залежить від величини його розрядності, тому для розроблення продуктивних суматорів доцільно дослідити залежність швидкодії встановлення сталих значень сигналів на виходах S_i однорозрядних суматорів від складності та глибини схеми суматора з метою вибору оптимальних рішень.

Метою роботи є побудова схеми багаторозрядного паралельного суматора без перенесення на логічних елементах XAND.

1. Логічний елемент XAND

Таблиця істинності логічного елемента XAND «Виключаюче І» подібна до таблиці істинності логічного елемента І, за виключенням одного випадку (табл. 1).

Таблиця 1

Таблиця істинності логічного елемента XAND

A	B	XAND
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Табл. 1 реалізує також логічний елемент XNOR, скорочено NOR – виключаюче АБО-НІ (логічна операція) – заперечення альтернативної диз'юнкції.

Структуру логічного елемента XAND і його умовне графічне зображення представлено на рис. 1.

Синтаксис функції XAND:

$$A \text{ XAND } B = \neg A \vee B \wedge A \vee \neg B.$$

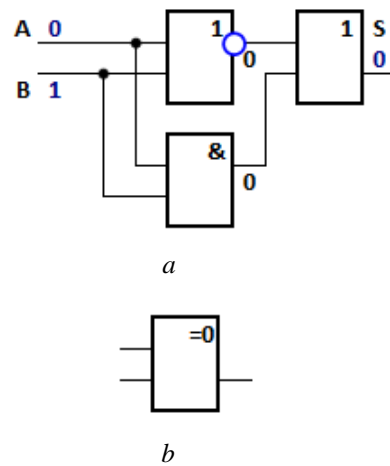


Рис. 1. Структура логічного елемента XAND (а) і його умовне графічне зображення (б)

Операцію XAND позначимо значком – \boxplus . Приклади операції XAND:

$$\begin{aligned} 0 \boxplus 0 &= 1 \\ 0 \boxplus 1 &= 0 \\ 1 \boxplus 0 &= 0 \\ 1 \boxplus 1 &= 1 \end{aligned}$$

На логічних елементах XAND можлива побудова повного суматора (рис. 2).

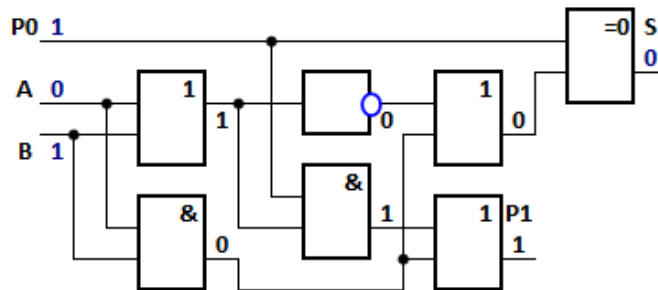


Рис. 2. Повний суматор на логічних елементах XAND

Логічні функції сигналів суми S і перенесення P₁ для схеми на рис. 2 у ДДНФ мають вигляд:

$$\begin{aligned} S &= \bar{a}\bar{b}c + \bar{a}b\bar{c} + a\bar{b}\bar{c} + abc \\ P_1 &= \bar{a}bc + a\bar{b}c + abc + abc \end{aligned}$$

Мінімальна форма:

$$\begin{aligned} S &= \bar{a}\bar{b}c + \bar{a}b\bar{c} + a\bar{b}\bar{c} + abc \\ P_1 &= ab + ac + bc \end{aligned}$$

або

$$\begin{aligned} S &= c(\bar{a}\bar{b} + ab) + \bar{c}(\bar{a}b + a\bar{b}) \\ P_1 &= c(b + a) + ab \end{aligned}$$

Вихідні сигнали схеми на рис. 2 задовольняють таблицю істинності повного суматора (табл. 2).

Таблиця 2
Таблиця істинності
повного суматора

Вхід			Вихід	
A	B	P ₀	S	P1
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

Суматор на рис. 2 складається з 10 логічних елементів, час обчислення перенесення P₁ – 3dt, глибина схеми – 6 елементів.

2. Коди поля Галуа

Коди поля Галуа отримують за допомогою рекурсії: наступний елемент поля у кільці GF_n^m подається за допомогою логічного виразу відповідної операції над попередніми елементами. Кожна з $2^n - 1$ n-розрядна ненульова кодова комбінація послідовності Галуа є результатом циклічного зсуву вихідного ненульового кодового фрагмента з ключем $x_j = x_{i-n} \oplus x_{i-1}$. Вони мають однакову вагу, що характеризує їх як еквідистантні або симплексні.

Наприклад, у полі Галуа GF_2^4 із породжуючим вектором 10011 і ключем $x_j = x_{i-4} \oplus x_{i-1}$ рекурсивна послідовність кодових елементів буде мати вигляд:

$$1\ 1\ 1\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 1\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0 \quad (1)$$

Послідовність (1) подає чотирирозрядні коди Галуа, зсунуті один відносно одного на один біт, які мають значення: $1111_G = 0_{10}$, $1110_G = 1_{10}$, $1101_G = 2_{10}$, $1010_G = 3_{10}$, $0101_G = 4_{10}$ і т. д. [4]. Складена у такий спосіб система кодів повинна володіти властивостями кільця, що дає, зокрема, утворення початкового коду (1111) при операції зсуву останнього коду (0111) цієї системи на один біт.

Для заданої початкової послідовності, наприклад, x_1, x_2, x_3, x_4 з ключем $x_j = x_{i-4} \oplus x_{i-1}$ усі інші значення бітів послідовності (1) можна отримати через початкові:

$$\begin{aligned}
 x_5 &= x_1 \oplus x_4 & x_6 &= x_2 \oplus x_5 = x_1 \oplus x_2 \oplus x_4 \\
 x_7 &= x_3 \oplus x_6 = x_1 \oplus x_2 \oplus x_3 \oplus x_4 & x_8 &= x_4 \oplus x_7 = x_1 \oplus x_2 \oplus x_3 \\
 x_9 &= x_5 \oplus x_8 = x_2 \oplus x_3 \oplus x_4 & x_{10} &= x_6 \oplus x_9 = x_1 \oplus x_3 \\
 x_{11} &= x_7 \oplus x_{10} = x_2 \oplus x_4 & x_{12} &= x_8 \oplus x_{11} = x_1 \oplus x_3 \oplus x_4 \\
 x_{13} &= x_9 \oplus x_{12} = x_1 \oplus x_2 & x_{14} &= x_{10} \oplus x_{13} = x_2 \oplus x_3 \\
 x_{15} &= x_{11} \oplus x_{14} = x_3 \oplus x_4 & x_{16} &= x_{12} \oplus x_{15} = x_1 \oplus x_3 \oplus x_4 \oplus x_3 \oplus x_4 = x_1 \\
 x_{17} &= x_{13} \oplus x_{16} = x_1 \oplus x_2 \oplus x_1 = x_2 & x_{18} &= x_{14} \oplus x_{17} = x_2 \oplus x_3 \oplus x_2 = x_3 \\
 x_{19} &= x_{15} \oplus x_{18} = x_3 \oplus x_4 \oplus x_3 = x_4 & x_{20} &= x_{16} \oplus x_{19} = x_1 \oplus x_4
 \end{aligned} \quad (2)$$

Під час виконання операції додавання двох кодів $A(x)$ і $D(x)$ над кодом $A(x)$ здійснюються дії, визначені залежностями (2) коду $D(x)$. Залежності коду $D(x)$ задають своєрідну програмну процедуру (вектор) над кодом $A(x)$ для обчислення значень розрядів суми $C(x)$ (див. п. 4).

3. Коди XAND

Операція XAND дозволяє будувати коди, починаючи з нульового початкового фрагмента рекурентної послідовності. Кожна з $2^n - 1$ n -розрядна кодова комбінація послідовності буде результатом циклічного зсуву, починаючи з вихідного нульового кодового фрагмента з ключем $x_j = x_{i-n} \boxplus x_{i-1}$.

Наприклад, для нульового вихідного фрагмента – 0000 і ключа $x_j = x_{i-4} \boxplus x_{i-1}$ рекурсивна послідовність кодових елементів буде мати вигляд:

$$000010100110111 \quad (3)$$

Послідовність (3) подає чотирирозрядні коди, зсунуті один відносно одного на один біт, які мають значення: $0000_{\text{XAND}} = 0_{10}$, $0001_{\text{XAND}} = 1_{10}$, $0010_{\text{XAND}} = 2_{10}$, $0101_{\text{XAND}} = 3_{10}$, $1010_{\text{XAND}} = 4_{10}$ і т. д. Складена у такий спосіб система кодів повинна володіти властивостями кільця, що дає, зокрема, утворення початкового коду (0000) при операції зсуву останнього коду (1000) системи на один біт.

Аналогічно послідовності Галуа (1), для заданої початкової послідовності, наприклад, x_1, x_2, x_3, x_4 з ключем $x_j = x_{i-4} \boxplus x_{i-1}$ усі інші значення бітів послідовності (3) можна отримати через початкові:

$$\begin{aligned} x_5 &= x_1 \boxplus x_4 & x_6 &= x_2 \boxplus x_5 = x_1 \boxplus x_2 \boxplus x_4 \\ x_7 &= x_3 \boxplus x_6 = x_1 \boxplus x_2 \boxplus x_3 \boxplus x_4 & x_8 &= x_4 \boxplus x_7 = x_1 \boxplus x_2 \boxplus x_3 \boxplus 1 \end{aligned}$$

Поява одиниці у виразі для x_8 обумовлена операцією \boxplus над змінними x_4 .

$$x_4 \boxplus x_4 = 1$$

Твердження 1. Операція \boxplus одиниці до попередньої змінної не змінює значення попередньої змінної.

Для прикладу розглянемо дві операції \boxplus одиниці:

$$0 \boxplus 1 = 0 \quad (4)$$

$$1 \boxplus 1 = 1 \quad (5)$$

Вирази (4)–(5) демонструють, що операція \boxplus одиниці до попередньої змінної не змінює значення попередньої змінної, у зв'язку з цим у виразі для x_8 та в інших подібних виразах одиницю можна опустити. У підсумку будуть отримані аналогічні залежності (2) для послідовності (3) за винятком логічної операції. Операція \oplus буде замінена на операцію \boxplus .

$$\begin{aligned} x_5 &= x_1 \boxplus x_4 & x_6 &= x_2 \boxplus x_5 = x_1 \boxplus x_2 \boxplus x_4 \\ x_7 &= x_3 \boxplus x_6 = x_1 \boxplus x_2 \boxplus x_3 \boxplus x_4 & x_8 &= x_4 \boxplus x_7 = x_1 \boxplus x_2 \boxplus x_3 \\ x_9 &= x_5 \boxplus x_8 = x_2 \boxplus x_3 \boxplus x_4 & x_{10} &= x_6 \boxplus x_9 = x_1 \boxplus x_3 \\ x_{11} &= x_7 \boxplus x_{10} = x_2 \boxplus x_4 & x_{12} &= x_8 \boxplus x_{11} = x_1 \boxplus x_3 \boxplus x_4 \\ x_{13} &= x_9 \boxplus x_{12} = x_1 \boxplus x_2 & x_{14} &= x_{10} \boxplus x_{13} = x_2 \boxplus x_3 \\ x_{15} &= x_{11} \boxplus x_{14} = x_3 \boxplus x_4 & x_{16} &= x_{12} \boxplus x_{15} = x_1 \\ x_{17} &= x_{13} \boxplus x_{16} = x_2 & x_{18} &= x_{14} \boxplus x_{17} = x_3 \\ x_{19} &= x_{15} \boxplus x_{18} = x_4 & x_{20} &= x_{16} \boxplus x_{19} = x_1 \boxplus x_4 \end{aligned} \quad (6)$$

Аналогічно до кодів поля Галуа під час виконання процедури додавання двох кодів $A(x)_{XAND}$ і $D(x)_{XAND}$ над кодом $A(x)_{XAND}$ здійснюються дії, визначені залежностями (6) для коду $D(x)_{XAND}$. Залежності коду $D(x)_{XAND}$ задають своєрідну програмну процедуру (вектор) над кодом $A(x)_{XAND}$ для обчислення значень розрядів суми $C(x)_{XAND}$ (див. п. 4).

Враховуючи вирази для бітів (6), послідовність (3) перепишемо так:

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_1 \boxplus x_4, x_1 \boxplus x_2 \boxplus x_4, \dots, x_1 \boxplus x_2, x_2 \boxplus x_3, x_3 \boxplus x_4, x_{16}, x_{17}, x_{18}, x_{19} \quad (7)$$

За допомогою зсуву на один біт на послідовності (7) можна отримати 2^n чотирирозрядні коди. Однак коди (x_1, x_2, x_3, x_4) , $(x_{16}, x_{17}, x_{18}, x_{19})$ будуть мати однакові значення бітів, тому різних кодів залишається $2^n - 1$. Застосування однакових кодів з різних позицій рекурентної послідовності (7) для проведення операції додавання з багаторозрядними числами можливе за умови використання процедури перенесення.

4. Додавання кодів XAND

Операція додавання кодів чисел $A(x)$ і $D(x)$ полягає у рекурсивному зсуві на послідовності (3), починаючи з вихідної позиції коду числа $A(x)$ на кількість дискретних позицій, визначених десятковим еквівалентом коду числа $D(x)$. Отже, реалізація вказаної операції додавання зводиться до одночасного паралельного взаємно незалежного формування кожного біта результату обчислення як суми за операцією \boxplus без необхідності виконання операцій міжрозрядних перенесень. Зазначена послідовність дій дозволяє збільшувати продуктивність обчислень пропорційно до розрядності слова даних порівняно з двійковою системою числення. Обчислення кожного результату операції здійснюється за один такт. Процес обчислення інваріантний розрядності слова даних.

Для виконання операції додавання коди-доданки необхідно подати за допомогою залежностей (6).

Приклад 1. Залежності для коду $A(x) - 1010_{XAND}$ (4_{10}), коду $D(x) - 1001_{XAND}$ (6_{10}), коду суми $C(x) - 1011_{XAND}$ (10_{10}) подані на рис. 3.

$A(x) - 1010_{XAND}$ (4_{10})	$D(x) - 1001_{XAND}$ (6_{10})	$C(x) - 1011_{XAND}$ (10_{10})
$x_5 = x_1 \boxplus x_4$	$x_7 = x_1 \boxplus x_2 \boxplus x_3 \boxplus x_4$	$x_{11} = x_2 \boxplus x_4$
$x_6 = x_1 \boxplus x_2 \boxplus x_4$	$x_8 = x_1 \boxplus x_2 \boxplus x_3$	$x_{12} = x_1 \boxplus x_3 \boxplus x_4$
$x_7 = x_1 \boxplus x_2 \boxplus x_3 \boxplus x_4$	$x_9 = x_2 \boxplus x_3 \boxplus x_4$	$x_{13} = x_1 \boxplus x_2$
$x_8 = x_1 \boxplus x_2 \boxplus x_3$	$x_{10} = x_1 \boxplus x_3$	$x_{14} = x_2 \boxplus x_3$
a	b	c

Рис. 3. Вирази для розрядів кодів чисел: $a - A(x) - 1010_{XAND}$ (4_{10}), $b - D(x) - 1001_{XAND}$ (6_{10}), $c - C(x) - 1011_{XAND}$ (10_{10}), подані залежностями (6)

Під час виконання операції додавання над кодом $A(x)$ (рис. 3, a) здійснюються дії, що визначені залежностями (координатами) коду $D(x)$ на рекурсивній послідовності (3), які відповідають значенню коду $D(x)$ (рис. 3, b). Залежності коду $D(x)$ задають своєрідну програмну процедуру (вектор) над кодом $A(x)$ для обчислення кожного значення розряду суми $C(x)$ (рис. 3, c).

Зазначена програмна процедура (вектор) подана на рис. 4

$$D'(x) \Rightarrow \begin{matrix} 1\text{-й розряд} & 2\text{-й розряд} & 3\text{-й розряд} & 4\text{-й розряд} \\ x_1 \boxplus x_2 \boxplus x_3 \boxplus x_4 & x_1 \boxplus x_2 \boxplus x_3 & x_2 \boxplus x_3 \boxplus x_4 & x_1 \boxplus x_3 \end{matrix}$$

Рис. 4. Програмна процедура (вектор) $D'(x)$ над кодом $A(x)$

Згідно з програмою $D'(x)$ в обчисленні першого розряду суми $C(x)$ повинні взяти участь всі чотири залежності коду $A(x)$ (рис. 4). Для обчислення суми $C(x)$ у другому розряді повинні взяти участь перші три залежності коду $A(x)$ (рис. 4). Для обчислення суми $C(x)$ у третьому розряді

повинні взяти участь залежності другого, третього та четвертого розрядів коду $A(x)$ (рис. 4). Для обчислення суми $C(x)$ у четвертому розряді повинні взяти участь залежності першого та третього розрядів коду $A(x)$ (рис. 4).

Програмну процедуру $D'(x)$ над кодом $A(x)$ можна подати таблицею (табл. 3). У першому рядку табл. 3 записані залежності коду $A(x)$ (рис. 3, а) для першого розряду суми $C(x)$ згідно з програмною процедурою $D'(x)$ (рис. 4) для першого розряду. У другому рядку табл. 3 записані залежності коду $A(x)$ (рис. 3, а) для другого розряду суми $C(x)$ згідно з програмною процедурою $D'(x)$ (рис. 4) для другого розряду і т. д.

Таблиця 3

Обчислення над кодом $A(x)$, що визначені програмною процедурою $D'(x)$

		$x_5(A)$		$x_6(A)$		$x_7(A)$		$x_8(A)$		Сума кодів
x_7	=	$x_1 \boxplus x_4$	\boxplus	$x_1 \boxplus x_2 \boxplus x_4$	\boxplus	$x_1 \boxplus x_2 \boxplus x_3 \boxplus x_4$	\boxplus	$x_1 \boxplus x_2 \boxplus x_3$	=	$x_2 \boxplus x_4$
x_8	=	$x_1 \boxplus x_4$	\boxplus	$x_1 \boxplus x_2 \boxplus x_4$	\boxplus	$x_1 \boxplus x_2 \boxplus x_3 \boxplus x_4$			=	$x_1 \boxplus x_3 \boxplus x_4$
x_9	=			$x_1 \boxplus x_2 \boxplus x_4$	\boxplus	$x_1 \boxplus x_2 \boxplus x_3 \boxplus x_4$	\boxplus	$x_1 \boxplus x_2 \boxplus x_3$	=	$x_1 \boxplus x_2$
x_{10}	=	$x_1 \boxplus x_4$			\boxplus	$x_1 \boxplus x_2 \boxplus x_3 \boxplus x_4$			=	$x_2 \boxplus x_3$

Утворені одиниці під час обчислення коду суми $C(x)$ опускають (див. п. 3).

Індекси при x у крайній лівій колонці табл. 3 необхідно замінити відповідними індексами для суми $C(x)$ – $x_{11} = x_2 \boxplus x_4$, $x_{12} = x_1 \boxplus x_3 \boxplus x_4$, $x_{13} = x_1 \boxplus x_2$, $x_{14} = x_2 \boxplus x_3$.

Приклад 2. Залежності коду $A(x)$ – 0001_{XAND} (1_{10}), коду $D(x)$ – 1100_{XAND} (13_{10}), коду суми $C(x)$ – 1000_{XAND} (14_{10}) подані на рис. 5.

$$\begin{array}{rcc}
 A(x) - 0001_{XAND} (1_{10}) & D(x) - 1100_{XAND} (13_{10}) & C(x) - 1000_{XAND} (14_{10}) \\
 x_2 = x_2 & x_{14} = x_2 \boxplus x_3 & x_{15} = x_3 \boxplus x_4 \\
 x_3 = x_3 & x_{15} = x_3 \boxplus x_4 & x_{16} = x_1 \\
 x_4 = x_4 & x_{16} = x_1 & x_{17} = x_2 \\
 x_5 = x_1 \boxplus x_4 & x_{17} = x_2 & x_{18} = x_3 \\
 a & b & c
 \end{array}$$

Рис. 5. Вирази для розрядів кодів чисел: $a - A(x) - 0001_{XAND}$ (1_{10}), $b - D(x) - 1100_{XAND}$ (13_{10}), $c - C(x) - 1000_{XAND}$ (14_{10}), подані залежностями (б)

Програмна процедура над кодом числа $A(x) - 0001$ подана на рис. 6

$$\begin{array}{cccc}
 \text{1-й розряд} & \text{2-й розряд} & \text{3-й розряд} & \text{4-й розряд} \\
 D'(x) => & x_2 \boxplus x_3 & x_2 \boxplus x_4 & x_1 \quad x_2
 \end{array}$$

Рис. 6. Програмна процедура $D'(x)$ над кодом числа $A(x) - 0001$

Таблиця 4

Обчислення над кодом $A(x) - 0001$, що визначені програмною процедурою $D'(x)$ (рис. 6)

		$x_2(A)$		$x_3(A)$		$x_4(A)$		$x_5(A)$		Сума кодів
x_{14}	=			x_3	\boxplus	x_4			=	$x_3 \boxplus x_4$
x_{15}	=					x_4	\boxplus	$x_1 \boxplus x_4$	=	x_1
x_{16}	=	x_2							=	x_2
x_{17}	=			x_3					=	x_3

Утворені одиниці під час обчислення коду суми $C(x)$ опускають (див. п. 3). Індеси при x у крайній лівій колонці табл. 4 необхідно замінити відповідними індексами для суми $C(x) - x_{15} = x_3 \boxplus x_4$, $x_{16} = x_1$, $x_{17} = x_2$, $x_{18} = x_3$.

Розглянута арифметична операція додавання кодів XAND буде аналогічною для всіх інших варіантів додавання. Для всіх можливих варіантів додавання чотирирозрядних кодів дані для коду $D(x)$ подані у табл. 5. Для коду $D(x) = 0000$, наприклад, при його додаванні з будь-яким кодом $A(x)$ програмна процедура $D'(x)$ над кодом $A(x)$ буде мати вигляд:

$$D'(x) \Rightarrow \begin{array}{cccc} \text{1-й розряд} & \text{2-й розряд} & \text{3-й розряд} & \text{4-й розряд} \\ x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \end{array}$$

Таблиця 5

Програмна процедура $D'(x)$ над кодом $A(x)$

№ з/п	Код XAND	Розряди кодів XAND, виражені через перші змінні x_1, x_2, x_3, x_4 послідовності (3)			
		$D'(x)$			
0	0000	x_1	x_2	x_3	x_4
1	0001	x_2	x_3	x_4	$x_1 \boxplus x_4$
2	0010	x_3	x_4	$x_1 \boxplus x_4$	$x_1 \boxplus x_2 \boxplus x_4$
3	0101	x_4	$x_1 \boxplus x_4$	$x_1 \boxplus x_2 \boxplus x_4$	$x_1 \boxplus x_2 \boxplus x_3 \boxplus x_4$
4	1010	$x_1 \boxplus x_4$	$x_1 \boxplus x_2 \boxplus x_4$	$x_1 \boxplus x_2 \boxplus x_3 \boxplus x_4$	$x_1 \boxplus x_2 \boxplus x_3$
5	0100	$x_1 \boxplus x_2 \boxplus x_4$	$x_1 \boxplus x_2 \boxplus x_3 \boxplus x_4$	$x_1 \boxplus x_2 \boxplus x_3$	$x_2 \boxplus x_3 \boxplus x_4$
6	1001	$x_1 \boxplus x_2 \boxplus x_3 \boxplus x_4$	$x_1 \boxplus x_2 \boxplus x_3$	$x_2 \boxplus x_3 \boxplus x_4$	$x_1 \boxplus x_3$
7	0011	$x_1 \boxplus x_2 \boxplus x_3$	$x_2 \boxplus x_3 \boxplus x_4$	$x_1 \boxplus x_3$	$x_2 \boxplus x_4$
8	0110	$x_2 \boxplus x_3 \boxplus x_4$	$x_1 \boxplus x_3$	$x_2 \boxplus x_4$	$x_1 \boxplus x_3 \boxplus x_4$
9	1101	$x_1 \boxplus x_3$	$x_2 \boxplus x_4$	$x_1 \boxplus x_3 \boxplus x_4$	$x_1 \boxplus x_2$
10	1011	$x_2 \boxplus x_4$	$x_1 \boxplus x_3 \boxplus x_4$	$x_1 \boxplus x_2$	$x_2 \boxplus x_3$
11	0111	$x_1 \boxplus x_3 \boxplus x_4$	$x_1 \boxplus x_2$	$x_2 \boxplus x_3$	$x_3 \boxplus x_4$
12	1110	$x_1 \boxplus x_2$	$x_2 \boxplus x_3$	$x_3 \boxplus x_4$	x_1
13	1100	$x_2 \boxplus x_3$	$x_3 \boxplus x_4$	x_1	x_2
14	1000	$x_3 \boxplus x_4$	x_1	x_2	x_3

Оскільки арифметичні операції в електронних схемах проводяться над фізичними сигналами, представимо коди XAND для чисел – $A(x)$, $D(x)$, $C(x)$ у бітах, де присутність аргумента послідовності (3) позначається нулем, а відсутність аргумента – одиницею. Наприклад, чотирирозрядний код $x_1 \boxplus x_4$ у бітовому представленні буде мати вигляд – $0 \boxplus 1 \boxplus 1 \boxplus 0$, чотирирозрядний код $x_1 \boxplus x_2 \boxplus x_3 \boxplus x_4$ у бітовому представленні буде таким – $0 \boxplus 0 \boxplus 0 \boxplus 0$.

Розряди кодів $A(x) = 1010$, $D(x) = 1001$, $C(x) = 1011$ прикладу 1 (рис. 3), у бітовому представленні будуть мати вигляд

$$\begin{array}{ccc}
 A(x) - 1010_{\text{XAND}} (4_{10}) & D(x) - 1001_{\text{XAND}} (6_{10}) & C(x) - 1011_{\text{XAND}} (10_{10}) \\
 x_5 = 0 \boxplus 1 \boxplus 1 \boxplus 0 & x_7 = 0 \boxplus 0 \boxplus 0 \boxplus 0 & x_1 = 1 \boxplus 0 \boxplus 1 \boxplus 0 \\
 x_6 = 0 \boxplus 0 \boxplus 1 \boxplus 0 & x_8 = 0 \boxplus 0 \boxplus 0 \boxplus 1 & x_1 = 0 \boxplus 1 \boxplus 0 \boxplus 0 \\
 x_7 = 0 \boxplus 0 \boxplus 0 \boxplus 0 & x_9 = 1 \boxplus 0 \boxplus 0 \boxplus 0 & x_1 = 0 \boxplus 0 \boxplus 1 \boxplus 1 \\
 x_8 = 0 \boxplus 0 \boxplus 0 \boxplus 1 & x_{10} = 0 \boxplus 1 \boxplus 0 \boxplus 1 & x_1 = 1 \boxplus 0 \boxplus 0 \boxplus 1 \\
 a & b & c
 \end{array}$$

Рис. 7. Залежності кодів чисел $a - A(x) - 1010_{\text{XAND}} (4_{10})$, $b - D(x) - 1001_{\text{XAND}} (6_{10})$, $c - C(x) - 1011_{\text{XAND}} (10_{10})$ (рис. 3) у бітовому представленні

Над розрядами кодів $A(x)$, $C(x)$ (рис. 7) проведемо обчислення за операцією XAND. У підсумку отримаємо вирази для кодів $A(x)$, $C(x)$ у бітовому представленні (рис. 8). Код $D(x)$ подає програмну процедуру $D'(x)$ (вектор) над кодом $A(x)$.

$$\begin{array}{rcc}
 A(x) - 1010_{\text{XAND}} (4_{10}) & D(x) - 1001_{\text{XAND}} (6_{10}) & C(x) - 1011_{\text{XAND}} (10_{10}) \\
 x_5 = & 1 & x_7 = 0 \boxplus 0 \boxplus 0 \boxplus 0 & x_1 = & 1 \\
 x_6 = & 0 & x_8 = 0 \boxplus 0 \boxplus 0 \boxplus 1 & x_1 = & 0 \\
 x_7 = & 1 & x_9 = 1 \boxplus 0 \boxplus 0 \boxplus 0 & x_1 = & 1 \\
 x_8 = & 0 & x_{10} = 0 \boxplus 1 \boxplus 0 \boxplus 1 & x_1 = & 1 \\
 & a & b & & c
 \end{array}$$

Рис. 8. Коды чисел $a - A(x) - 1010_{\text{XAND}} (4_{10})$, $b - D(x) - 1001_{\text{XAND}} (6_{10})$, $c - C(x) - 1011_{\text{XAND}} (10_{10})$ у бітовому представленні

Програмна процедура $D'(x)$ (рис. 9) над кодом $A(x)$ (рис. 8) буде мати вигляд:

$$\begin{array}{cccc}
 \text{1-й розряд} & \text{2-й розряд} & \text{3-й розряд} & \text{4-й розряд} \\
 D'(x) \Rightarrow & 0 \boxplus 0 \boxplus 0 \boxplus 0 & 0 \boxplus 0 \boxplus 0 \boxplus 1 & 1 \boxplus 0 \boxplus 0 \boxplus 0 & 0 \boxplus 1 \boxplus 0 \boxplus 1
 \end{array}$$

Рис. 9. Програмна процедура $D'(x)$ над кодом $A(x)$

Програмну процедуру $D'(x)$ (рис. 9) над кодом $A(x)$ можна подати таблицею (табл. 6). У клітинках табл. 6 записані значення бітів, відповідних розрядам коду $A(x)$.

Таблиця 6

Обчислення над кодом $A(x) - 1010$, що визначені програмною процедурою $D'(x)$ (рис. 9)

	$x_5(A)$		$x_6(A)$		$x_7(A)$		$x_8(A)$		Сума кодів $C(x)$
$x_7 =$	1	\boxplus	0	\boxplus	1	\boxplus	0	=	1
$x_8 =$	1	\boxplus	0	\boxplus	1			=	0
$x_9 =$			0	\boxplus	1	\boxplus	0	=	1
$x_{10} =$	1			\boxplus	1			=	1

Незаповнені клітинки табл. 6 відображають відсутність змінних у залежностях (6), які необхідно заповнити одиницями (табл. 7).

Таблиця 7

Обчислення над кодом $A(x) - 1010$, що визначені програмною процедурою $D'(x)$ (рис. 9) з позначенням одиницею відсутності змінних у клітинках табл. 6

	$x_5(A)$		$x_6(A)$		$x_7(A)$		$x_8(A)$		Сума кодів $C(x)$
$x_7 =$	1	\boxplus	0	\boxplus	1	\boxplus	0	=	1
$x_8 =$	1	\boxplus	0	\boxplus	1	\boxplus	1	=	0
$x_9 =$	1	\boxplus	0	\boxplus	1	\boxplus	0	=	1
$x_{10} =$	1	\boxplus	1	\boxplus	1	\boxplus	1	=	1

Обчислення у табл. 7 подамо рівняннями (14).

$$\begin{array}{l}
 x_7 = 1_A \boxplus 0_A \boxplus 1_A \boxplus 0_A = 1 \\
 x_8 = 1_A \boxplus 0_A \boxplus 1_A \boxplus 1_A = 0 \\
 x_9 = 1_A \boxplus 0_A \boxplus 1_A \boxplus 0_A = 1 \\
 x_{10} = 1_A \boxplus 1_A \boxplus 1_A \boxplus 1_A = 1
 \end{array} \tag{14}$$

Отримані значення рівнянь $x_7=1, x_8=0, x_9=1, x_{10}=1$ відповідають розрядам коду суми – $C(x)$. Індекси при x необхідно замінити відповідними індексами для суми $C(x)$ – $x_{11}=1, x_{12}=0, x_{13}=1, x_{14}=1$.

В обчисленнях (14) програмна процедура $D'(x)$ над кодом $A(x)$ присутня неявно. Тому для іншого варіанта додавання кодів необхідно встановити нову програмну процедуру $D'(x)$ над кодом $A(x)$ і повторити розглянутий порядок додавання кодів.

Для отримання автоматизації обчислень необхідно встановити явний зв'язок між бітами вектора $D'(x)$ і бітами коду $A(x)$. Для операції XAND такий зв'язок встановлюється за допомогою логічної функції АБО. У випадку додавання багаторозрядних кодів можливі чотири варіанти взаємодії:

$$\begin{aligned} 0_D \vee 0_A, \\ 0_D \vee 1_A, \\ 1_D \vee 0_A, \\ 1_D \vee 1_A. \end{aligned}$$

Тоді рівняння (14) подаються рівняннями (15), у яких код A записується вихідними значеннями бітів – 1010:

$$\begin{aligned} x_7 &= (0_D \vee 1_A) \boxplus (0_D \vee 0_A) \boxplus (0_D \vee 1_A) \boxplus (0_D \vee 0_A) = 1 \\ x_8 &= (0_D \vee 1_A) \boxplus (0_D \vee 0_A) \boxplus (0_D \vee 1_A) \boxplus (1_D \vee 0_A) = 0 \\ x_9 &= (1_D \vee 1_A) \boxplus (0_D \vee 0_A) \boxplus (0_D \vee 1_A) \boxplus (0_D \vee 0_A) = 1 \\ x_{10} &= (0_D \vee 1_A) \boxplus (1_D \vee 0_A) \boxplus (0_D \vee 1_A) \boxplus (1_D \vee 0_A) = 1 \end{aligned} \quad (15)$$

Отримані значення рівнянь $x_7=1, x_8=0, x_9=1, x_{10}=1$ (15) відповідають розрядам коду суми – $C(x)$. Індекси при x необхідно замінити відповідними індексами для суми $C(x)$ – $x_{11}=1, x_{12}=0, x_{13}=1, x_{14}=1$.

За рівняннями (15) синтезується комбінаційна схема суматора на логічних елементах XAND. Для першого розряду коду суми $C(x)$ x_{11} така схема подана на рис. 10.

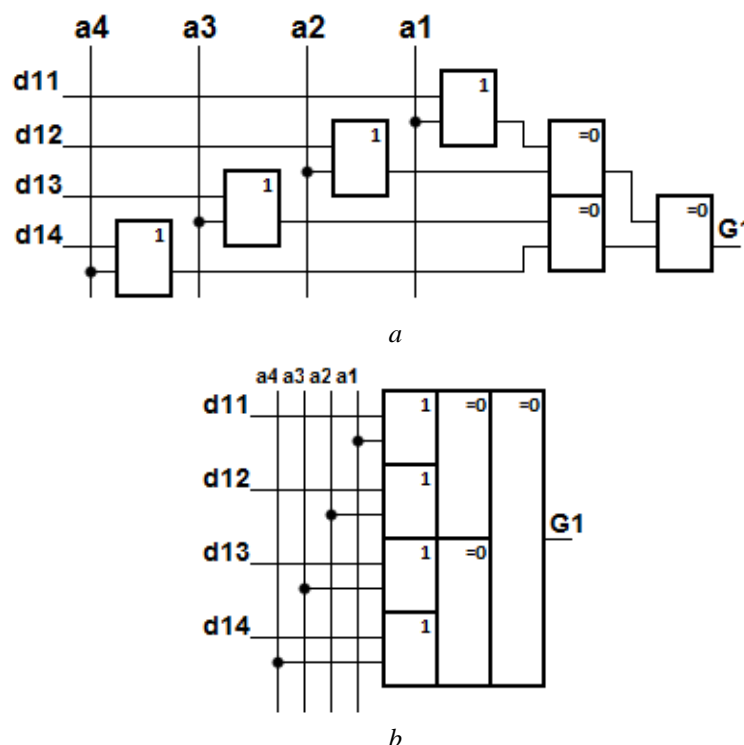


Рис. 10. Комбінаційна схема суматора для одного розряду суми $C(x)$ на логічних елементах XAND (a); схема суматора для одного розряду суми, подана складною логікою (b)

Суматор на рис. 10 складається з 16 логічних елементів, глибина схеми – 7 елементів. Аналогічні схеми будуються і для інших розрядів коду суми $C(x)$ – x_{12}, x_{13}, x_{14} .

Для всіх можливих варіантів додавання чотирирозрядного коду дані для коду $D(x)$ у бітовому представленні подані у табл. 8. Для коду $D(x) = 0000$, наприклад, при його додаванні з будь-яким кодом $A(x)$ програмна процедура $D'(x)$ над кодом $A(x)$ у бітовому представленні буде мати вигляд:

$$D'(x) \Rightarrow \begin{matrix} 1\text{-й розряд} & 2\text{-й розряд} & 3\text{-й розряд} & 4\text{-й розряд} \\ 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 & 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 & 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 & 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 \end{matrix}$$

Таблиця 8

Програмна процедура $D'(x)$ над кодом $A(x)$ у бітовому поданні

№ з/п	Код XAND	Розряди кодів XAND, виражені через перші змінні (6) x_1, x_2, x_3, x_4 послідовності (3) у бітовому представленні															
		d_{11}	d_{12}	d_{13}	d_{14}	d_{21}	d_{22}	d_{23}	d_{24}	d_{31}	d_{32}	d_{33}	d_{34}	d_{41}	d_{42}	d_{43}	d_{44}
	$D(x)$	$D'(x)$															
0	0000	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0
1	0001	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0
2	0010	1	1	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0
3	0101	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0
4	1010	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1
5	0100	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
6	1001	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	1
7	0011	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	1	1	0	1	0
8	0110	1	0	0	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0
9	1101	0	1	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	1
10	1011	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1
11	0111	0	1	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1	1	0	0
12	1110	0	0	1	1	1	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1
13	1100	1	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	0	1	1
14	1000	1	1	0	0	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1

У скороченому записі вектора $D'(x)$ знак операції опускається, наприклад:

	$D(x)$	$D'(x)$			
14	1000	1100	0111	1011	1101

5. Таблиця істинності паралельного суматора без перенесення на логічних елементах XAND

Діапазон додавання чисел паралельного суматора без перенесення на логічних елементах XAND складає:

$$x_D + y_D \leq 2^k - 2,$$

де k – розрядність числа. Кількість варіантів додавання багаторозрядного паралельного суматора без перенесення на логічних елементах XAND становить:

$$b = \sum_{n=0}^{2^k-1} 2^k - n - 1,$$

або

$$b = \sum_{n=1}^{2^k-1} n,$$

де k – розрядність числа [10].

Обчисливши значення b , визначаємо кількість рядків таблиці істинності суматора. Тоді таблиця істинності чотирирозрядного паралельного суматора без перенесення на логічних елементах XAND буде вміщувати 120 рядків (табл. 9).

Таблиця істинності чотирирозрядного паралельного суматора без перенесення на логічних елементах XAND

Коди XAND								Коефіцієнти d _{ij} , що відповідають коду DXAND																CXAND			
AXAND				DXAND				d ₁₁	d ₁₂	d ₁₃	d ₁₄	d ₂₁	d ₂₂	d ₂₃	d ₂₄	d ₃₁	d ₃₂	d ₃₃	d ₃₄	d ₄₁	d ₄₂	d ₄₃	d ₄₄	s ₁	s ₂	s ₃	s ₄
a ₁	a ₂	a ₃	a ₄	d ₁	d ₂	d ₃	d ₄	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	0	0	0	0	
0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	1	
0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	1	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	1	
0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	
0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	
0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	
0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	1	
0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1	1	
0	0	0	0	1	0	1	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1	0	1	
0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	0	0	1	1	1	
0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1	0	1	1	1	0	
0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	0	0	
0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	0	0	0	1	
0	0	0	1	0	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	0	
0	0	0	1	0	1	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	
0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	
0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0	1	0	
0	0	0	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	
0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	1	1	1	
0	0	0	1	0	1	1	1	0	1	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1	1	0	0	1	1	0	
0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	
0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	
0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	0	0	0	1	0	
0	0	1	0	0	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0	
0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	
0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	
0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	
0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	
0	0	1	0	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	1	0	
0	0	1	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	
0	0	1	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	
0	0	1	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	
0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	0	0	1	0	1	
0	1	0	1	0	0	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	
0	1	0	1	0	0	1	0	1	1	0	1	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	
0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	
0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	
0	1	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	
0	1	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	
0	1	0	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	0	1	0	
1	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	
1	0	1	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0	
1	0	1	0	0	1	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	
1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	
1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	
1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	
1	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	1	1	1	1	0
1	0	1	0	1	1	0	1	0	1	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	
1	0	1	0	1	0	1	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	
0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	0	1	1	1	0	0	1	0	
0	1	0	0	0	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1	
0	1	0	0	0	1	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	
0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	
0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	
0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	
0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	
1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	0	0	1	
1	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	
1	0	0	1	0	1	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	1	
1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	
1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	
1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	1	0	
1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	
0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	0	0	0	1	1	
0	0	1	1	0	0	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0	1	1	0	1	
0	0	1	1	0	0	1	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	
0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	
0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	
0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	
0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	0	1	1	
0	1	1	0	0	0	1	0	1	1	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	1	1	
0	1	1	0	0	1	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	
0	1	1	0	1	0	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	
0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	
0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	
1	1	0	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	0	
1	1	0	1	0	0	1	0	1	1	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	1	1	1	
1	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	1	0	
1	1	0	1	1	0	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	
1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	
1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	
1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	
1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	
1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	0	0	

Висновки

Побудована схема чотирирозрядного паралельного суматора без перенесення на логічних елементах XAND. Принципи побудови чотирирозрядного суматора зберігаються для створення суматора більшої розрядності. Логіка схеми суматора перевірена його таблицею істинності. Для роботи розглянутого суматора необхідний пристрій для подавання на його входи сигналів проміжних коефіцієнтів d_j логічного вектора для заданого коду. Одним із пристроїв, який зможе

забезпечити функціональне з'єднання керуючого виходу дешифратора з рядком проміжних коефіцієнтів d_j логічного вектора для операції додавання кодів XAND, є мультиплексор. Іншим рішенням може бути застосування пристрою пам'яті.

Діапазон додавання чисел паралельного суматора без перенесення на логічних елементах XAND складає:

$$x_D + y_D = < 2^k - 2,$$

де k – розрядність числа.

Кількість варіантів додавання багаторозрядного паралельного суматора без перенесення на логічних елементах XAND становить:

$$b = \sum_{n=1}^{2^k-1} n,$$

де k – розрядність числа.

Суматор на логічних елементах XAND дозволяє у процесі арифметичних операцій оперувати нульовим кодовим фрагментом.

1. Акушский И. Я. *Машинная арифметика в остаточных классах* [Текст] / И. Я. Акушский, Д. И. Юдицкий. – М.: Сов. радио, 1978. – 256.
2. Воробьев Н. *Сумматоры: определения, классификация, уравнения, структуры и применение* [Электронный ресурс] / Режим доступа : <http://www.chipinfo.ru/literature/chipnews/200002/37.html>. – 10.04. 2015 р. – Загол. з екрана.
3. Круцкевич О. Д. *Матричні системи числення* [Текст] / О. Д. Круцкевич, Я. М. Николайчук // *Вісник Хмельницького національного університету*. – 2007. – № 3, т. 1. – С. 62–64.
4. Николайчук Я. М. *Коди поля Галуа: теорія та застосування* [монографія] / Я. М. Николайчук – Тернопіль : ТЗОВ Терно-Граф. – 2012. – 576 с.
5. Николайчук Я. М. *Теорія джерел інформації* [монографія] / Ярослав Миколайович Николайчук. – Видання друге, виправлене – Тернопіль: ТЗОВ Терно-Граф. – 2010. – 534 с.
6. Николайчук Я. М. *Теоретичні засади та принципи побудови арифметико-логічного пристрою на основі вертикально-інформаційної технології* [Текст] / Я. М. Николайчук, О. М. Заставний, П. В. Гуменний // *Вісник Хмельницького національного університету*. – 2012. – № 2. – С. 190–196.
7. Николайчук Я. М. *Теоретичні основи побудови та структура спецпроцесорів в базисі Крестенсона* [Текст] / Я. М. Николайчук, О. І. Волинський, С. В. Кулина // *Вісник Хмельницького національного університету*. – Хмельницький. – 2007. – № 3, т. 1. – С. 85–90.
8. Николайчук Я. Н. *Программные модели распараллеливания измерения, кодирования и передачи сообщений унитарным преобразованием СОК* [Текст] / Я. Н. Николайчук, Б. М. Шевчук, А. А. Попов // *Материалы VI Всесоюзной школы-семинара*. – Львов, 1987.
9. Рабаи Жан М. *Цифровые интегральные схемы. Методология проектирования* / Жан М. Рабаи, Ананта Чандракасан, Николит Бориож; перев. с англ. – 2-е изд. – М.: ООО «И. Д. Вильямс». – 2007. – 912 с.
10. Соломко М. Т. *Оцінка часу переносу в суматорах з напівсуматором у першому розряді для ГЧБ Радемахера* [Текст] / М. Т. Соломко, П. В. Ольшанський // *Науковий вісник Чернівецького університету. Комп'ютерні системи та компоненти*. – 2014. – Т. 5. Вип. 2. – С. 114–123.
11. Тарасенко В. П. *Частково-груповий перенос суматорів у скінченному полі GF(P)* [Електронний ресурс] / В. П. Тарасенко, О. К. Тесленко, А. І. Роговенко // *Вісник Національного університету "Львівська політехніка". Комп'ютерні системи та мережі*. – 2013. – № 773. – С. 118–125. – Режим доступу http://nbuv.gov.ua/jpdf/VNULPKSM_2013_773_21.pdf – 10.04. 2015 р. – Загол. з екрана.
12. *Logic Friday* [Електронний ресурс] / Режим доступу : <http://sontrak.com/>. – 10.04.2015 р. – Загол. з екрана.