УДК 528.14:528.35

*Б. П. КВАСНЮК*

# СОСТАВЛЕНИЕ ТИПОВОГО УСЛОВНОГО УРАВНЕНИЯ В СЕТЯХ ТРИЛАТЕРАЦИИ ДЛЯ ИЗБЫТОЧНОГО ДИРЕКЦИОННОГО УГЛА

Применим прием для получения типового условного уравнения, соответствующего избыточному дирекционному углу [2].

Рассмотрим цепь плоских треугольников (рис. 1), в которой заданы исходный пункт $A$ и дирекционные углы $\alpha_{A1}$ и $\alpha_{34}$.

Приближенные координаты пункта *1* вычисляются по измеренной длине стороны $s_1$ и заданному значению дирекционного угла $\alpha_{A1}$, а пунктов *2*, *3* и *4* — последовательно по длинам сторон $s_2$ и $s_3$, $s_4$ и $s_5$, $s_6$ и $s_7$. Следовательно, все измеренные стороны являются необходимыми и свободные члены уравнений поправок сторон равны нулю.

Уравнение поправок стороны $s_j$, соединяющей определяемые пункты $i$ и $k$, имеет вид:

$$v_j = \cos\alpha_{ik}\delta x_k + \sin\alpha_{ik}\delta y_k - \cos\alpha_{ik}\delta x_i - \sin\alpha_{ik}\delta y_i. \qquad (1)$$

Если пункт $i$ исходный ($\delta x_i = 0$, $\delta y_i = 0$), то

$$v_j = \cos\alpha_{ik}\delta x_k + \sin\alpha_{ik}\delta y_k, \qquad (2)$$

где $v_j$ — поправка стороны $s_j$, $\delta x$, $\delta y$ — поправки приближенных координат, $\alpha_{ik}$ — дирекционный угол направления $ik$.

Уравнения поправок дирекционных углов ($\alpha_{A1}$ — необходимый, $\alpha_{34}$ — избыточный) имеют вид:

$$\delta\alpha_{A1} = -\frac{\rho''\cdot\sin\alpha_{A1}}{s_1}\delta x_1 + \frac{\rho''\cdot\cos\alpha_{A1}}{s_1}\delta y_1; \qquad (3)$$

$$\delta\alpha_{34} = -\frac{\rho''\cdot\sin\alpha_{34}}{s_6}\delta x_4 + \frac{\rho''\cdot\cos\alpha_{34}}{s_6}\delta y_4 + \frac{\rho''\cdot\sin\alpha_{34}}{s_6}\delta x_3 - \frac{\rho''\cdot\cos\alpha_{34}}{s_6}\delta y_3 + l_{\alpha_{34}},$$

где $\delta\alpha_{A1}$, $\delta\alpha_{34}$ — поправки дирекционных углов; $\rho'' = 206265$; $l_{\alpha_{34}} = \alpha^0_{33} - \alpha_{34}$; $\alpha^0_{34}$ — приближенное значение дирекционного угла, соответствующее приближенным координатам пунктов *3* и *4*; $\alpha_{34}$ — заданное значение дирекционного угла.

Если заданные значения дирекционных углов являются жесткими ($\delta\alpha_{A1} = 0$, $\delta\alpha_{34} = 0$), то уравнения (3) принимают вид:

$$-\sin\alpha_{A1}\delta x_1 + \cos\alpha_{A1}\cdot\delta y_1 = 0; \quad -\sin\alpha_{34}\delta x_4 + \cos\alpha_{34}\cdot\delta y_4 +$$

$$+\sin\alpha_{34}\cdot\delta x_3 - \cos\alpha_{34}\cdot\delta y_3 + \frac{s_6}{\rho''}\cdot l_{\alpha_{34}} = 0. \qquad (4)$$

Решая последовательно уравнение поправок стороны $s_1$ и первое уравнение (4) и дальше попарно уравнения сторон $s_2$ и $s_3$, $s_4$ и $s_5$, $s_6$ и $s_7$, найдем выражения для $\delta x_3$, $\delta y_3$, $\delta x_4$ и $\delta y_4$ и, подставив их во второе

уравнение (4), получим условное уравнение, соответствующее избыточному дирекционному углу $\alpha_{34}$:

$$a_7 v_7 - a_6 v_6 + a_5 v_5 - a_4 v_4 - a_3 v_3 + a_2 v_2 - a_2 \cos\gamma_1 v_1 + \frac{s_6}{\rho''} l_{\alpha_{34}} = 0, \quad (5)$$

где

$$a_6 = \operatorname{ctg}\gamma_7;\ a_7 = \operatorname{cosec}\gamma_7;\ a_4 = \frac{a_6 \cdot \sin\gamma_6 + \cos\gamma_6}{\sin\gamma_5};$$

$$a_5 = \frac{a_6 \cdot \sin(\gamma_5 + \gamma_6) + \cos(\gamma_5 + \gamma_6)}{\sin\gamma_5}; \quad (6)$$

$$a_3 = \frac{a_5 \cdot \sin(\gamma_2 + \gamma_3) + a_7 \cdot \sin(\gamma_2 + \gamma_3 + \gamma_4)}{\sin\gamma_2};$$

$$a_2 = \frac{a_5 \cdot \sin\gamma_5 + a_7 \cdot \sin(\gamma_3 + \gamma_4)}{\sin\gamma_2}.$$

В цепи треугольников (рис. 2) условное уравнение для избыточного дирекционного угла $\alpha_{35}$ имеет вид:

$$-a_9 v_9 + a_8 v_8 - a_7 v_7 + a_6 v_6 - a_5 v_5 + a_4 v_4 - a_3 v_3 +$$
$$+ a_2 v_2 - [a_2 \cos\gamma_1 + a_4 \cos(\gamma_1 + \gamma_5)] v_1 + \frac{s_8}{\rho''} l_{\alpha_{35}} = 0, \quad (7)$$

где

$$a_8 = \operatorname{ctg}\gamma_9;\ a_9 = \operatorname{cosec}\gamma_9;$$

$$a_7 = \frac{a_9 \cdot \sin\gamma_{11}}{\sin\gamma_{10}};\quad a_6 = \frac{a_9 \cdot \sin(\gamma_{10} + \gamma_{11})}{\sin\gamma_{10}};$$

$$a_5 = \frac{a_6 \cdot \sin(\gamma_6 + \gamma_7) + a_8 \cdot \sin(\gamma_6 + \gamma_7 + \gamma_8) + \cos(\gamma_6 + \gamma_7 + \gamma_8)}{\sin\gamma_6};$$

$$a_4 = \frac{a_6 \cdot \sin\gamma_7 + a_8 \cdot \sin(\gamma_7 + \gamma_8) + \cos(\gamma_7 + \gamma_8)}{\sin\gamma_6}; \quad (8)$$

$$a_3 = \frac{a_5 \cdot \sin\gamma_3 + a_7 \cdot \sin(\gamma_3 + \gamma_4)}{\sin\gamma_2};$$

$$a_2 = \frac{a_5 \cdot \sin(\gamma_2 + \gamma_3) + a_7 \sin(\gamma_2 + \gamma_3 + \gamma_4)}{\sin\gamma_2}.$$

Условные уравнения (5) и (7) подчинены единым правилам.

Каждое уравнение содержит поправки всех сторон, необходимых для вычисления приближенных координат определяемых пунктов, между которыми лежит избыточный дирекционный угол.

Знаки коэффициентов при поправках двух сторон, необходимых для вычисления приближенных координат $i$-го пункта и образующих угол $\gamma_r$, распределяются так: знак коэффициента при поправке стороны, образующей правое направление угла $\gamma_r$, всегда положительный, а знак при поправке стороны, образующей левое направление, — отрицательный. Так, например, стороны $s_2$ и $s_3$ (см. рис. 1, 2), необходимые для вычисления приближенных координат пункта 2, образуют угол $\gamma_2$, причем сторона $s_2$ образует правое, а сторона $s_3$ — левое направление. Коэффициенты при поправках $v_2$ и $v_3$ имеют, соответственно, знак плюс и минус. Стороны $s_8$ и $s_9$, необходимые для вычисления приближенных координат пункта 5 (см. рис. 2) образуют угол $\gamma_9$; в уравнении (7) знак коэффициента при поправке $v_8$ положительный, при поправке $v_9$ — отрицательный.

Значения коэффициентов условных уравнений, как это видно из (6) и (8), необходимо вычислять последовательно, начиная с коэффициентов при поправках двух последних сторон в цепи треугольников, по которой вычислялись приближенные координаты определяемых пунктов, расположенных на концах стороны с избыточным дирекционным углом. Такими коэффициентами являются коэффициенты $a_6$ и $a_7$ в уравнении (5) и $a_8$ и $a_9$ в уравнении (7). Коэффициент при поправке стороны, имеющей избыточный дирекционный угол, равен котангенсу, а коэффициент при поправке второй стороны — косекансу угла между ними.

Для отыскания закономерностей в образовании остальных коэффициентов уравнений (5) и (7) проанализируем формулы (6) и (8).

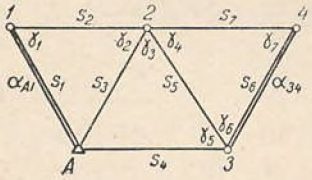


Рис. 1. Избыточный $\alpha_{34}$.

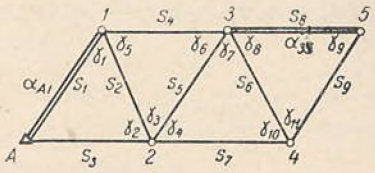


Рис. 2. Избыточный $\alpha_{35}$.

В формулах для вычисления коэффициентов $a_2$ и $a_3$ при поправках сторон $s_2$ и $s_3$, которые являются необходимыми для вычисления приближенных координат пункта *2* и образуют угол $\gamma_2$ (см. рис. 1 и 2), знаменатель равен $\sin\gamma_2$. В числителях стоят суммы произведений коэффициентов при поправках сторон $s_5$ и $s_7$ на синусы углов между каждой из этих сторон и стороной $s_3$ (в формулах для $a_2$) или стороной $s_2$ (в формулах для $a_3$). Наличие двух слагаемых в числителях обусловлено тем, что с пункта 2, кроме сторон $s_2$ и $s_3$, идут также стороны $s_5$ и $s_7$, поправки которых входят в данное условное уравнение. Число слагаемых в числителе, очевидно, всегда будет равняться числу таких сторон. Так в формулах (8) для $a_6$ и $a_7$ в числителях стоит только произведение коэффициента $a_9$ на синус соответствующего угла, потому что с пунктом *4* (см. рис. 2), кроме сторон $s_6$ и $s_7$, связана лишь одна сторона $s_9$. Знаменатель равен синусу угла между сторонами $s_6$ и $s_7$. Если же одна из сторон, идущих с данного пункта, имеет избыточный дирекционный угол, то в числителях формул для вычисления коэффициентов при поправках необходимых сторон, кроме указанных выше членов, добавляются косинусы углов: в формуле для вычисления коэффициентов при поправке одной необходимой стороны прибавляется косинус угла между второй необходимой и стороной с избыточным дирекционным углом. В наших примерах такой вид имеют формулы для вычисления коэффициентов $a_4$ и $a_5$.

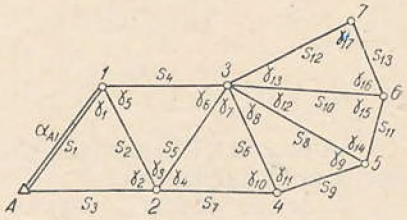


Рис. 3. Избыточные $\alpha_{67}$ и $\alpha_{37}$.

Коэффициент при поправке $v_1$ стороны $s_1$, имеющей необходимый дирекционный угол $\alpha_{A1}$ (пункт *A* — исходный, *1* — определяемый) в каждом условном уравнении равен сумме произведений коэффициентов при поправках других сторон, идущих с определяемого пункта *1*, на косинусы углов между каждой из этих сторон и стороной $s_1$ со знаком минус. Число произведений равно числу сторон, идущих с пункта *1*: в уравнении (5) коэффициент равен — $a_2\cos\gamma_1$, в уравнении (7) — $-[a_2\cos\gamma_1+a_4\cos(\gamma_1+\gamma_5)]$.

Вычисление координат любого пункта сети трилатерации всегда сводится к передаче координат от исходного к определяемому по цепи

треугольников. Поэтому составление типового условного уравнения, соответствующего избыточному дирекционному углу, в любой сети трилатерации будет сводиться к составлению уравнения для цепи треугольников, которая соединяет исходный пункт с теми определяемыми, между которыми расположен избыточный дирекционный угол. Эти цепи могут иметь различный вид. Приведем несколько примеров.

Для цепи треугольников (рис. 3) рассмотрим два случая:

1. Задан исходный пункт $A$, необходимый дирекционный угол $\alpha_{A1}$ и избыточный $\alpha_{67}$. Условное уравнение имеет вид:

$$a_{12}v_{12} - a_{13}v_{13} + a_{10}v_{10} - a_{11}v_{11} + a_8 v_8 - a_9 v_9 + a_6 v_6 - a_7 v_7 + a_4 v_4 -$$

$$- a_5 v_5 + a_2 v_2 - a_3 v_3 - [a_2 \cos\gamma_1 + a_4 \cos(\gamma_1 + \gamma_5)] \cdot v_1 + \frac{s_{13}}{\rho''} \cdot l_{\alpha_{67}} = 0, \quad (9)$$

где $a_{13} = \operatorname{ctg}\gamma_{17}$, $a_{12} = \operatorname{cosec}\gamma_{17}$, $a_{10} \dfrac{a_{13} \cdot \sin(\gamma_{15} + \gamma_{16}) + \cos(\gamma_{15} + \gamma_{16})}{\sin\gamma_{15}}$;

$$a_{11} = \frac{a_{13} \cdot \sin\gamma_{16} + \cos\gamma_{16}}{\sin\gamma_{15}}; \quad a_8 = \frac{a_{11} \cdot \sin(\gamma_9 + \gamma_{14})}{\sin\gamma_9};$$

$$a_9 = \frac{a_{11} \cdot \sin\gamma_{14}}{\sin\gamma_9}; \quad a_6 = \frac{a_9 \cdot \sin(\gamma_{10} + \gamma_{11})}{\sin\gamma_{10}}; \quad a_7 = \frac{a_9 \cdot \sin\gamma_{11}}{\sin\gamma_{10}}; \quad (10)$$

$$a_4 = \frac{a_6 \sin\gamma_7 + a_8 \cdot \sin(\gamma_7 + \gamma_8) + a_{10} \cdot \sin(\gamma_7 + \gamma_8 + \gamma_{12}) +}{\sin\gamma_6}$$

$$\frac{+ a_{12} \cdot \sin(\gamma_7 + \gamma_8 + \gamma_{12} + \gamma_{13})}{\sin\gamma_6};$$

$$a_5 = \frac{a_6 \cdot \sin(\gamma_6 + \gamma_7) + a_8 \cdot \sin(\gamma_6 + \gamma_7 + \gamma_8) + a_{10} \cdot \sin(\gamma_6 + \gamma_7 + \gamma_8 + \gamma_{12}) +}{\sin\gamma_6}$$

$$\frac{+ a_{12} \cdot \sin(\gamma_6 + \gamma_7 + \gamma_8 + \gamma_{12} + \gamma_{13})}{\sin\gamma_6};$$

$$a_2 = \frac{a_5 \cdot \sin(\gamma_2 + \gamma_3) + a_7 \cdot \sin(\gamma_2 + \gamma_3 + \gamma_4)}{\sin\gamma_2};$$

$$a_3 = \frac{a_5 \cdot \sin\gamma_3 + a_7 \cdot \sin(\gamma_3 + \gamma_4)}{\sin\gamma_2}.$$

Формулы (10) подтверждают установленные выше правила образования коэффициентов.

2. Задан исходный пункт $A$, необходимый дирекционный угол $\alpha_{A1}$ и избыточный $\alpha_{37}$. В этом случае в уравнении (9) изменится только свободный член, который будет равен $\frac{s_{12}}{\rho''} l_{\alpha_{37}}$. Коэффициенты $a_{12}$, $a_{13}$, $a_{10}$ и $a_{11}$ будут вычисляться по формулам

$$a_{12} = \operatorname{ctg}\gamma_{17}; \quad a_{13} = \operatorname{cosec}\gamma_{17};$$

$$a_{10} = \frac{a_{13} \cdot \sin(\gamma_{15} + \gamma_{16})}{\sin\gamma_{15}}; \quad a_{11} = \frac{a_{13} \cdot \sin\gamma_{16}}{\sin\gamma_{15}}. \quad (11)$$

Формулы для вычисления коэффициентов $a_8$, $a_9$, $a_6$, $a_7$, $a_2$ и $a_3$ останутся без изменений; в формулах для вычисления коэффициентов $a_4$ и $a_5$ в числителе прибавится по одному члену: $\cos(\gamma_7+\gamma_8+\gamma_{12}+\gamma_{13})$ в формуле для $a_4$ и $\cos(\gamma_6+\gamma_7+\gamma_8+\gamma_{12}+\gamma_{13})$ в формуле для $a_5$.

Двум избыточным дирекционным углам $\alpha_{34}$ и $\alpha_{67}$ (рис. 4) соответствуют уравнения:

$$-a_7 v_7 + a_6 v_6 - a_5 v_5 + a_4 v_4 - a_3 v_3 + a_2 v_2 -$$

$$-[a_2 \cos \gamma_1 + a_4 \cos (\gamma_1 + \gamma_5)] v_1 + \frac{s_6}{\rho''} l_{a_{34}} = 0, \qquad (12)$$

где $a_6 = \operatorname{ctg} \gamma_8$; $a_7 = \operatorname{cosec} \gamma_8$; $a_5 = \dfrac{a_6 \cdot \sin (\gamma_6 + \gamma_7) + \cos (\gamma_6 + \gamma_7)}{\sin \gamma_6}$;

$$a_4 = \frac{a_6 \cdot \sin \gamma_7 + \cos \gamma_7}{\sin \gamma_6}; \quad a_3 = \frac{a_5 \cdot \sin \gamma_3 + a_7 \sin (\gamma_3 + \gamma_4)}{\sin \gamma_2};$$

$$a_2 = \frac{a_5 \cdot \sin (\gamma_2 + \gamma_3) + a_7 \cdot \sin (\gamma_2 + \gamma_3 + \gamma_4)}{\sin \gamma_2}. \qquad (13)$$

$$-b_{13} v_{13} + b_{12} v_{12} - b_{11} v_{11} + b_{10} v_{10} - b_9 v_9 + b_8 v_8 - b_7 v_7 + b_6 v_6 - b_5 v_5 +$$

$$+ b_4 v_4 - b_3 v_3 + b_2 v_2 - [b_2 \cos \gamma_1 + b_4 \cos (\gamma_1 + \gamma_5)] v_1 + \frac{s_{13}}{\rho''} l_{a_{67}} = 0, \quad (14)$$

где $b_{13} = \operatorname{ctg} \gamma_{17}$; $b_{12} = \operatorname{cosec} \gamma_{17}$; $b_{11} = \dfrac{b_{13} \cdot \sin \gamma_{16} + \cos \gamma_{16}}{\sin \gamma_{15}}$;

$$b_{10} = \frac{b_{13} \cdot \sin (\gamma_{15} + \gamma_{16}) + \cos (\gamma_{15} + \gamma_{16})}{\sin \gamma_{15}};$$

$$b_9 = \frac{b_{10} \cdot \sin (\gamma_{12} + \gamma_{13}) + b_{12} \cdot \sin (\gamma_{12} + \gamma_{13} + \gamma_{14})}{\sin \gamma_{12}};$$

$$b_8 = \frac{b_{10} \cdot \sin \gamma_{13} + b_{12} \cdot \sin (\gamma_{13} + \gamma_{14})}{\sin \gamma_{12}}; \quad b_7 = \frac{b_9 \cdot \sin \gamma_9 + b_{11} \cdot \sin (\gamma_9 + \gamma_{10})}{\sin \gamma_8};$$

$$b_6 = \frac{b_9 \cdot \sin (\gamma_8 + \gamma_9) + b_{11} \cdot \sin (\gamma_8 + \gamma_9 + \gamma_{10})}{\sin \gamma_6};$$

$$b_5 = \frac{b_6 \cdot \sin (\gamma_6 + \gamma_7) + b_8 \cdot \sin (\gamma_6 + \gamma_7 + \gamma_{11})}{\sin \gamma_6}; \qquad (15)$$

$$b_4 = \frac{b_6 \cdot \sin \gamma_7 + b_8 \sin (\gamma_7 + \gamma_{11})}{\sin \gamma_6}; \quad b_3 = \frac{b_5 \cdot \sin \gamma_3 + b_7 \sin (\gamma_3 + \gamma_4)}{\sin \gamma_2};$$

$$b_2 = \frac{b_5 \cdot \sin (\gamma_2 + \gamma_3) + b_7 \cdot \sin (\gamma_2 + \gamma_3 + \gamma_4)}{\sin \gamma_2}.$$

Если в приведенных схемах (см. рис. 1, 2, 3 и 4) принять, что пункт *1* также является исходным и, следовательно, сторона $s_1$ жесткая ($v_1 = 0$), то в уравнениях (5), (7), (9), (12) и (14) будет отсутствовать член с поправкой $v_1$.

Во всех рассмотренных примерах приближенные координаты обоих пунктов, между которыми расположен избыточный дирекционный угол, вычислялись от одного исходного пункта по одной цепи треугольников и сторона, имеющая избыточный дирекционный угол, была необходимой.

В практике, однако, возможны случаи, когда приближенные координаты определяемых пунктов, лежащих на концах стороны с избыточным дирекционным углом, могут быть вычислены как с участием указанной стороны, так и без него. Тогда условное уравнение может быть составлено по-разному.

Рассмотрим ряд треугольников (рис. 5), в котором заданы исходные пункты $A$, $B$, $C$, $D$ и дирекционный угол $\alpha_{34}$.

Если приближенные координаты пунктов *1*, *2*, *3* и *4* вычислять по длинам сторон $s_1$, $s_2$, $s_3$, $s_4$, $s_5$, $s_6$, $s_7$ и $s_8$ от исходных $A$ и $B$, а координаты пунктов *6* и *5* — по $s_{13}$, $s_{14}$ и $s_{15}$ от $C$ и $D$, то дирекционный угол $\alpha_{34}$ и стороны $s_{10}$, $s_9$ и $s_{11}$ будут избыточными. В [1] и [2] даны правила составления типовых условных уравнений для избыточных сторон и формулы для вычисления коэффициентов, поэтому уравнения, соответствующие сторонам $s_9$, $s_{10}$ и $s_{11}$, не приводим.

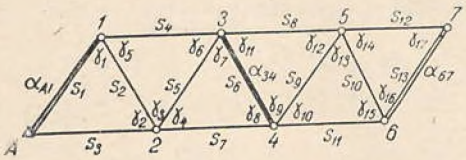

Рис. 4. Избыточные $\alpha_{34}$ и $\alpha_{67}$.

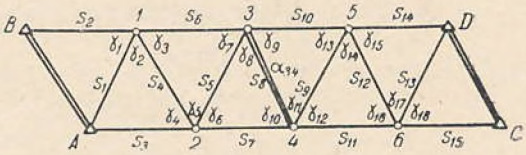

Рис. 5. Избыточный $\alpha_{34}$.

Уравнение, соответствующее дирекционному углу $\alpha_{34}$, и формулы для вычисления коэффициентов составляются по установленным выше правилам:

$$a_8 v_8 - a_7 v_7 + a_6 v_6 - a_5 v_5 + a_4 v_4 - a_3 v_3 + a_2 v_2 - a_1 v_1 + \frac{s_8}{\rho''} l_{\alpha_{34}} = 0, \quad (16)$$

где $a_8 = \operatorname{ctg} \gamma_{10}$; $a_7 = \operatorname{cosec} \gamma_{10}$; $a_6 = \dfrac{a_8 \cdot \sin \gamma_8 + \cos \gamma_8}{\sin \gamma_7}$;

$$a_5 = \frac{a_8 \cdot \sin (\gamma_7 + \gamma_8) + \cos (\gamma_7 + \gamma_8)}{\sin \gamma_7};$$

$$a_4 = \frac{a_5 \cdot \sin (\gamma_4 + \gamma_5) + a_7 \cdot \sin (\gamma_4 + \gamma_5 + \gamma_6)}{\sin \gamma_4}; \quad (17)$$

$$a_3 = \frac{a_5 \cdot \sin \gamma_5 + a_7 \cdot \sin (\gamma_5 + \gamma_6)}{\sin \gamma_4}; \quad a_2 = \frac{a_4 \cdot \sin \gamma_2 + a_6 \cdot \sin (\gamma_2 + \gamma_3)}{\sin \gamma_1};$$

$$a_1 = \frac{a_4 \cdot \sin (\gamma_1 + \gamma_2) + a_6 \sin (\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3)}{\sin \gamma_1}.$$

Если координаты пункта *3* вычислять от исходных $A$ и $B$, а пункта *4* — от $C$ и $D$, то избыточными будут дирекционный угол $\alpha_{34}$ и стороны $s_7$, $s_8$ и $s_{10}$. Уравнение для дирекционного угла получается:

$$a_6 v_6 - a_5 v_5 + a_4 v_4 - a_3 v_3 + a_2 v_2 - a_1 v_1 + a_{11} v_{11} - a_9 v_9 +$$

$$+ a_{12} v_{12} - a_{14} v_{14} + a_{15} v_{15} - a_{13} v_{13} + \frac{s_8}{\rho''} l_{\alpha_{34}} = 0, \quad (18)$$

где

$$a_6 = \frac{\cos \gamma_8}{\sin \gamma_7}; \quad a_5 = \frac{\cos (\gamma_7 + \gamma_8)}{\sin \gamma_7}; \quad a_4 = \frac{a_5 \sin (\gamma_4 + \gamma_5)}{\sin \gamma_4}; \quad a_3 = \frac{a_5 \cdot \sin \gamma_5}{\sin \gamma_4};$$

$$a_2 = \frac{a_4 \sin \gamma_2 + a_6 \sin (\gamma_2 + \gamma_3)}{\sin \gamma_1};$$

$$a_1 = \frac{a_4 \sin (\gamma_1 + \gamma_2) + a_6 \sin (\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3)}{\sin \gamma_1}; \quad (19)$$

$$a_{11}=\frac{\cos\gamma_{11}}{\sin\gamma_{12}};\quad a_9=\frac{\cos(\gamma_{11}+\gamma_{12})}{\sin\gamma_{12}};\quad a_{12}=\frac{a_9\sin(\gamma_{14}+\gamma_{15})}{\sin\gamma_{15}};\quad a_{14}=\frac{a_9\sin\gamma_{14}}{\sin\gamma_{15}};$$

$$a_{13}=\frac{a_{12}\sin(\gamma_{17}+\gamma_{18})+a_{11}\sin(\gamma_{16}+\gamma_{17}+\gamma_{18})}{\sin\gamma_{18}};$$

$$a_{15}=\frac{a_{12}\sin\gamma_{17}+a_{11}\sin(\gamma_{16}+\gamma_{17})}{\sin\gamma_{18}}.$$

Сравнивая уравнения (16) и (18), видим, что последнее имеет более сложный вид. Правило знаков остается неизменным. Значения коэффициентов также вычисляются по установленным правилам и формулы для вычисления одних и тех же коэффициентов одинаковые с той лишь разницей, что в (19) отсутствуют члены с коэффициентами $a_8$ и $a_7$: стороны $s_8$ и $s_7$ являются избыточными и их поправки не входят в уравнение (18), то есть $a_8=a_7=0$. Очевидно, нужно составлять уравнение вида (16) как более простое.

Из изложенного следует, что в сетях трилатерации наряду с типовыми условными уравнениями для избыточных сторон [2] могут составляться также типовые условные уравнения для избыточных дирекционных углов. Установленные правила позволяют, пользуясь схемой сети, записать как сами уравнения так и формулы для вычисления коэффициентов.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Никифоров Б. И., Терпугов К. Н. Вычисление коэффициентов условных уравнений трилатераций. — «Изв. вузов. Геодезия и аэрофотосъемка», 1968, № 2.

2. Терпугов К. Н., Гордеев Ю. А. Уравнивание линейных триангуляций по методу условий с использованием типового условного уравнения и механических правил. — «Изв. вузов. Геодезия и аэрофотосъемка», 1961, № 4.

Работа поступила 6 декабря 1972 года. Рекомендована кафедрой инженерной геодезии Львовского политехнического института.