УДК 528.14/16:681.3

И. Ф. МОНИН

ПРЕДВЫЧИСЛЕНИЕ ТОЧНОСТИ РЯДОВ ИЗ ЦЕНТРАЛЬНЫХ СИСТЕМ ЛИНЕЙНО-УГЛОВОЙ ТРИАНГУЛЯЦИИ

Пусть сеть триангуляции состоит из двух рядов равносторонних треугольников (или одного ряда центральных систем), в которых измерены все углы и длины сторон. Если обозначить в k-м треугольнике промежуточную сторону через a_k, связующие стороны через b_{k-1} и b_k, а соответствующие им углы через $3k-1$, $3k-2$, $3k$, то в данном ряду центральных систем возникает $4N+2$ условных уравнений фигур

$$(3k-2)+(3k-1)+(3k)+W_k=0;$$

$8N+4$ синусных условных уравнений (или условных уравнений сторон)

$$-\frac{1}{\sqrt{3}}(3k-2)+\frac{1}{\sqrt{3}}(3k-1)+\frac{(b_{k-1})}{b_{k-1}}-\frac{(a_k)}{a_k}+W'_k=0;$$

$$-\frac{1}{\sqrt{3}}(3k-2)+\frac{1}{\sqrt{3}}(3k)+\frac{(b_{k-1})}{b_{k-1}}-\frac{(b_k)}{b_k}+W''_k=0;$$

N условных уравнений горизонта

$$(3k-2)+(6k-1)+(9k)+(3k-2)'+(6k-1)'+(9k)'+W_N=0,$$

где k — номер треугольника в верхнем ряду; N — число центральных систем в ряду; величины в скобках означают неизвестные поправки в углы, выраженные в радианах *, и в длины сторон; W_k — известные свободные члены.

Поправки в углы $(3k-2)$, $(3k-1)$, $(3k)$ и относительные поправки в длины сторон $(b_{k-1})/b_{k-1}$, $(b_k)/b_k$, $(a_k)/a_k$ имеют для данного класса триангуляции один и тот же порядок малости. Поэтому угловые измерения в радианах и относительные линейные будем считать равноточными.

Весовые функции дирекционного угла связующей стороны, поперечного и продольного сдвига запишем так:

$$dF_{\alpha_n}=\sum_{k=1}^{n}(3k-1)(-1)^k;$$

$$dF_{u_n}=\frac{S\sqrt{3}}{2}\sum_{k=0}^{n}\frac{(b_k)}{b_k}(-1)^k+\frac{S}{2}\times$$

$$\times[n(2)-(n-1)(5)+(n-2)(8)-\ldots],$$

$$dF_{t_n}=\frac{S}{2}\sum_{k=0}^{n}\frac{(b_k)}{b_k}+\frac{S\sqrt{3}}{2}\times$$

$$\times\left[\begin{matrix}(2)+(8)+(14)+\ldots+(3n-1), & n=1,3,5,\ldots,\\ (5)+(11)+(17)+\ldots+(3n-1), & n=2,4,6,\ldots\end{matrix}\right],$$

где S — длина стороны равностороннего треугольника; n — число треугольников в верхнем или нижнем ряду.

Воспользовавшись известной формулой для веса P_F функции уравненных элементов

$$\frac{1}{P_F}=[ff]-\frac{[af]^2}{[aa]}-\frac{[bf.1]^2}{[bb.1]}-\frac{[cf.2]^2}{[cc.2]}-\ldots, \qquad (1)$$

где f_1, f_2, $f_3,\ldots$ — коэффициенты весовой функции, a_1, a_2, $a_3,\ldots$ — коэффициенты первого условного уравнения; b_1, b_2,

---

* В нижнем ряду треугольников углы обозначаются теми же числами, что и в верхнем, но только со штрихами.

$b_3, \ldots$ — второго; $c_1, c_2, c_3, \ldots$ — третьего и т. д., и не останавливаясь на сложных алгебраических вычислениях, в ходе которых находили закономерности в изменениях алгоритмов Гаусса формулы (1), при этом отбрасывали слишком малые величины, запишем окончательный результат:

$$\frac{1}{P_{\alpha_N}} = 0{,}850 + 0{,}288(N-1); \tag{2}$$

$$\frac{1}{P_{t_N}} = \{0{,}569 + 0{,}179(N-1)\}S^2; \tag{3}$$

$$\frac{1}{P_{u_N}} = \{1{,}558 + 1{,}700(N-1) + 0{,}722(N-1)^2 + 0{,}094(N-1)^3\}S^2. \tag{4}$$

Чтобы проверить точность полученных формул, мы определили на ЭВМ обратные веса перечисленных элементов при $N=1-6$. Ниже приведены результаты вычислений:

$\frac{1}{P_\alpha}$	$\frac{1}{P_t}S^2$	$\frac{1}{P_u}S^2$
0,850	0,569	1,558
1,150	0,759	4,074
1,433	0,937	8,599
1,717	1,113	15,698
2,002	1,290	25,941
2,288	1,466	39,901

Формулы (2), (3), (4), как легко проверить, позволяют вычислять веса с погрешностью не более 1%.

Обратные веса триангуляции и трилатерации

Триангуляция			Трилатерация		
$\frac{1}{P_\alpha}$	$\frac{1}{P_t}\cdot S^2$	$\frac{1}{P}\cdot S^2$	$\left(\frac{1}{P_\alpha}\right)\cdot\frac{S^2}{\rho^2}$	$\frac{1}{P_t}$	$\frac{1}{P_u}$
1,61	2,60	1,58	3,11	1,83	7,35
2,28	7,30	3,40	3,78	2,17	16,42
2,94	16,27	6,50	4,45	2,50	31,52
3,61	30,85	11,13	5,12	2,83	53,99
4,28	52,37	17,57	5,79	3,16	85,17
4,94	82,17	25,10	6,46	3,49	126,36

Для сравнения с триангуляцией и трилатерацией приведем в таблице результаты вычислений обратных весов соответствующих элементов рядов из центральных систем по формулам А. В. Заводовского:

Триангуляция

$$\frac{1}{P_{\alpha_N}}=0{,}667N+0{,}945,$$

$$\frac{1}{P_{t_N}}=(0{,}222N^3+0{,}805N^2+0{,}726N+0{,}853)\cdot S^2,$$

$$\frac{1}{P_{u_N}}=(0{,}045N^3+0{,}362N^2+0{,}423N+0{,}750)\cdot S^2.$$

Трилатерация

$$\frac{1}{P_{\alpha_N}}=(0{,}67N+2{,}44)\cdot\left(\frac{\rho''}{S}\right)^2,\quad \frac{1}{P_{t_N}}=0{,}332N+1{,}502,$$

$$\frac{1}{P_{u_N}}=0{,}221N^3+1{,}692N^2+2{,}438N+3{,}001.$$

Сети во всех случаях рассматриваются как свободные.

Работа поступила в редколлегию 6 мая 1975 года. Рекомендована кафедрой инженерной геодезии Львовского политехнического института.