

И. С. ТРЕВОГО

О СООТНОШЕНИИ ПОПЕРЕЧНОГО И ПРОДОЛЬНОГО СДВИГОВ В ХОДАХ ГОРОДСКОЙ И ИНЖЕНЕРНОЙ ПОЛИГОНОМЕТРИИ

С расширением городского и промышленного строительства в нашей стране все большее значение приобретает городская и инженерная полигонометрия как метод создания планового геодезического обоснования. Этому способствует и широкое внедрение в геодезическое производство светодальномеров и других приборов, позволяющих значительно повысить производительность труда при создании полигонометрии. Новые методы линейных измерений в полигонометрии постепенно вытесняют остающийся еще массовым, малоэффективный способ измерения линий подвесными мерными приборами.

В связи с возросшим значением полигонометрии нельзя оставить без должного внимания и вопрос о предвычислении ее точности. Различают два случая предвычисления точности полигонометрических ходов. К первому случаю относятся ходы, прокладываемые для решения специальных инженерных задач, когда расчет точности приходится производить в соответствии с заранее заданными размерами поперечной m_u и продольной m_l ошибок, например при строительстве тоннелей. Во втором же, наиболее частом случае величины ошибок m_u и m_l не задаются и заранее нельзя предположить, в каком направлении после проложения хода потребуются наибольшая точность.

Рассмотрению вопроса о соотношении поперечного и продольного сдвигов для второго случая и посвящена данная статья.

В технической литературе по предвычислению точности полигонометрии принято считать, что ошибки угловых и линейных измерений должны в равной степени влиять на точность окончательных результатов, то есть предвычисление точности рекомендуется вести, исходя из принципа равных влияний, на основании которого можно написать [3]

$$m_u = m_l = \frac{M}{\sqrt{2}}, \quad (1)$$

где M — средняя квадратическая ошибка в конечной точке хода.

Однако, являясь лишь приближением для получения определенного решения, принцип равных влияний требует равенства $m_u = m_l$ для любого, по числу вершин и периметру, полигонометрического хода, а это может привести к необоснованному завышению или ослаблению допусков ошибок угловых или линейных измерений.

О нецелесообразности руководствоваться этим принципом при проектировании полигонометрических ходов и противоречиях, возникающих при его использовании, уже отмечалось в литературе [1], [2] и др.

Для получения необходимой точности окончательных результатов, при соблюдении требований инструкции и наилучших экономических показателей, нами предлагается заменить принцип равных влияний бо-

лее обоснованным фактическим соотношением Q поперечного и продольного сдвигов в полигонометрическом ходе, то есть

$$m_u : m_t = Q, \quad (2)$$

или

$$m_u = Q m_t; \quad (1 : Q) m_u = m_t. \quad (3)$$

Известно, что

$$M^2 = m_u^2 + m_t^2. \quad (4)$$

Подставим в выражение (4) значение m_t из (3) и получим

$$M^2 = m_u^2 + (1 : Q^2) m_u^2, \quad (5)$$

откуда

$$m_u = \frac{MQ}{\sqrt{1+Q^2}}. \quad (6)$$

Разделив обе части равенства (6) на $\sum_{i=1}^{n-1} S_i$

$$\frac{m_u}{\sum_{i=1}^{n-1} S_i} = \frac{MQ}{\sqrt{1+Q^2} \sum_{i=1}^{n-1} S_i}$$

и переходя к предельным ошибкам, будем иметь

$$\Delta_u = \frac{Q \sum_{i=1}^{i=n-1} S_i}{T \sqrt{1+Q^2}}, \quad (7)$$

где $T = \frac{\sum_{i=1}^{i=n-1} S_i}{2M}$ — знаменатель относительной ошибки хода, Δ_u — предельная поперечная ошибка хода.

Аналогичным образом получим выражение для предельной продольной ошибки хода

$$\Delta_t = \frac{\sum_{i=1}^{i=n-1} S_i}{T \sqrt{1+Q^2}}. \quad (8)$$

Не трудно показать, что при $Q=1$ по (7) и (8) получим выражение

$$\Delta_u = \Delta_t = \frac{\sum_{i=1}^{i=n-1} S_i}{T \sqrt{2}} \frac{2M}{\sqrt{2}}, \quad (9)$$

которое выводится также из равенства (1) после перехода к предельным ошибкам.

С помощью значений Δ_t и Δ_u , полученных по формулам (7) и (8), можно производить расчет допусков ошибок угловых и линейных измерений. Однако для получения надежных результатов по формулам (7) и (8) необходимо располагать обоснованными значениями Q для полигонометрических ходов. Исследуем возможность получения таких значений Q . В случае предварительного исправления углов, при измерении

линий хода подвесными мерными приборами, ошибка конечного пункта хода определится по формуле [3]

$$M^2 = \mu^2 \sum_{i=1}^{i=n-1} S_i + \lambda^2 L^2 + \frac{m_\beta^2}{\rho^2} \sum_{i=1}^n D_{\alpha, i}^2, \quad (10)$$

где: $\sum_{i=1}^{i=n-1} S_i$ — периметр хода, μ и λ — соответственно коэффициенты случайного и систематического влияний, L — длина замыкающей, D — расстояние от центра тяжести до вершин хода, m_β — средняя квадратическая ошибка измерения угла, n — число вершин в ходе. Если ход вытянут, то на основании (10) можно написать

$$m_i^2 = \mu^2 \sum_{i=1}^{i=n-1} S_i + \lambda^2 L^2, \quad (11)$$

$$m_u^2 = \frac{m_\beta^2}{\rho^2} \sum_{i=1}^{i=n} D_{\alpha, i}^2. \quad (12)$$

При измерении линий полигонометрического хода светодальномерами ожидаемый продольный сдвиг можно предрассчитать по полученной нами формуле (вывод ее здесь опущен)

$$m_i^2 = (n-1) K_1^2 + 2K_1 K_2 \sum_{i=1}^{n-1} S_i 10^{-6}, \quad (13)$$

где: K_1 и K_2 — коэффициенты формулы ошибок светодальномерных измерений.

Из формул (11), (12) и (13) видно, что коэффициент Q , определяемый по выражению (2), существенно зависит от показаний точности полигонометрии μ , λ , m_β , K_1 и K_2 .

В статье [5] нами предложен способ нахождения вероятнейших значений μ , λ и m_β по абсолютным невязкам полигонометрических ходов на основе большого производственного материала, и в результате обработки 1000 км полигонометрии 1 разряда (425 ходов) получены следующие величины:

$$\begin{aligned} \mu &= 0,00123 (\pm 5\%); \lambda = 0,000022 (\pm 8\%); \\ m_\beta &= \pm 6'', 3 (\pm 3\%); \lambda : \mu = 1 : 55. \end{aligned}$$

Аналогичным способом нами были найдены коэффициенты K_1 и K_2 (с ошибкой $\pm 10\%$) для светодальномерной полигонометрии по продольным невязкам вытянутых светодальномерных ходов.

Искомые показатели определены с достаточной точностью, поэтому их можно принять за вероятнейшие и использовать для определения коэффициентов Q по формуле (2). Некоторое преувеличение полученных значений за счет влияния ошибок исходных данных незначительно скажется на коэффициенте Q , так как это влияние в формуле (2) большей частью будет компенсироваться.

Используя вероятнейшие значения показателей точности, были вычислены коэффициенты Q для большого числа вытянутых ходов, взятых из производственных материалов. Результаты вычислений приведены в табл. 1—4. Анализируя эти таблицы, можно сделать вывод, что коэффициенты Q , в зависимости от числа вершин и периметра хода, изменяются в широких пределах от $Q=0,55$ до $Q=1,44$ для траверсной поли-

гонометрии I разряда и от $Q=0,60$ до $Q=5,00$ для светодальномерной полигонометрии IV класса. Неприменимость принципа равных влияний, таким образом, становится очевидной.

Таблица 1

Коэффициенты Q для вытянутых ходов полигонометрии I разряда
(стальные проволоки)

$n+1$	[s] км									
	1,0	1,4	1,8	2,2	2,6	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0
5	0,55	0,60	0,67							
6	0,59	0,64	0,69	0,72	0,79					
7	0,62	0,69	0,71	0,73	0,80	0,85	0,89	0,95		
8	0,65	0,71	0,75	0,76	0,85	0,89	0,93	1,01	1,05	
9	0,67	0,74	0,80	0,84	0,89	0,95	1,00	1,04	1,08	1,14
11		0,81	0,84	0,88	0,95	1,01	1,05	1,10	1,14	1,20
13			0,87	0,95	1,00	1,04	1,10	1,15	1,18	1,24
15						1,09	1,14	1,19	1,22	1,30
17								1,26	1,31	1,37
19								1,33	1,38	1,44

Таблица 2

Коэффициенты Q для вытянутых ходов полигонометрии IV класса
(светодальномер ТД-2)

$n+1$	[s] км									
	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0	7,0	8,0	9,0	10,0	11,0
4	0,73	1,20	1,45							
6	0,75	1,23	1,48	1,61	1,80					
8	0,78	1,25	1,50	1,63	1,82	2,10				
10		1,28	1,52	1,65	1,85	2,15	2,28			
12				1,68	1,88	2,19	2,33	2,51	2,69	
14				1,70	1,91	2,23	2,39	2,55	2,75	2,94
16						2,28	2,43	2,59	2,80	2,99
18						2,32	2,46	2,63	2,85	3,05
20							2,50	2,67	2,90	3,11

Таблица 3

Коэффициенты Q для вытянутых ходов полигонометрии IV класса
(светодальномер СТ-64)

$n+1$	[s] км									
	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0	7,0	8,0	9,0	10,0	11,0
4	0,60	0,98	1,06							
6	0,62	1,03	1,11	1,36	1,51					
8	0,63	1,08	1,18	1,40	1,56	1,79				
10		1,12	1,26	1,43	1,61	1,84	1,98			
12				1,46	1,66	1,87	2,03	2,21	2,47	
14				1,50	1,71	1,90	2,07	2,26	2,51	2,66
16						1,94	2,11	2,30	2,55	2,70
18						1,97	2,16	2,35	2,59	2,73
20							2,20	2,40	2,63	2,77

Отметим, что для практических целей таблицы 1—4 целесообразно представить аппроксимирующим полиномом или графиком (номограммой) (рис. 1).

С целью изучения зависимости Q от формы хода нами были отобраны 6 изогнутых, наиболее характерных по форме (рис. 2) полигонометрии I разряда и вычислены значения Q' . При вычислении Q' по (2) ошибки m_u и m_t рассчитывались по известным формулам [3] для изогнутого хода.

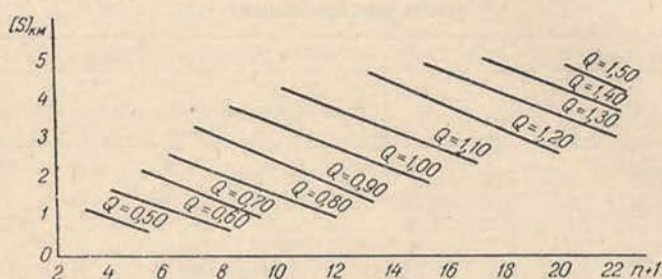


Рис. 1. Номограмма для определения Q (полигонометрия I разряда, стальные проволоки).

В табл. 5, кроме значений Q' , для сравнения помещены и коэффициенты Q , полученные из табл. 1 для 6 вытянутых ходов, эквивалентных по периметру 6 изогнутым.

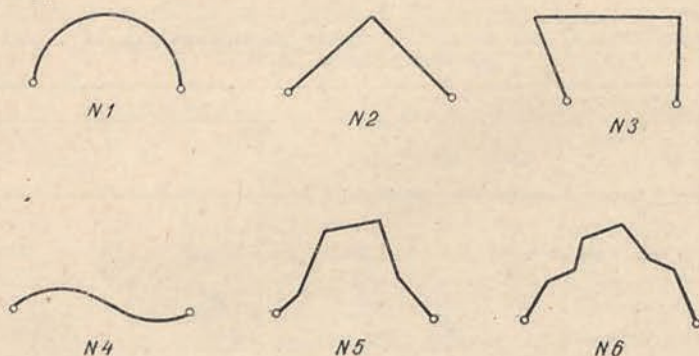


Рис. 2. Формы полигонометрических ходов.

Соотношение поперечного и продольного сдвигов в изогнутом ходе, согласно табл. 5, как правило, больше, чем в вытянутом, а для хода № 5 значение Q' достигло $1,76 Q$. Поэтому вопрос о расчете допусков для ошибок угловых и линейных измерений в изогнутом ходе, с применением формул (7) и (8), рассмотрим особо на примере хода № 5.

Таблица 4

Коэффициенты Q для вытянутых ходов полигонометрии IV класса (светодальномер EOS)

$n+1$	$[S] \text{ км}$									
	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0	7,0	8,0	9,0	10,0	11,0
4	1,05	1,41	2,03							
6	1,10	1,64	2,16	2,50	2,79					
8	1,14	1,93	2,31	2,62	2,90	3,14				
10		2,11	2,44	2,71	3,01	3,22	3,48			
12				2,80	3,10	3,31	3,58	3,97	4,36	
14				2,90	3,19	3,46	3,69	4,08	4,34	4,61
16						3,52	3,80	4,21	4,50	4,71
18						3,61	3,90	4,35	4,58	4,82
20							4,00	4,43	4,73	5,00

Значение Q и Q' для изогнутого хода № 5 и эквивалентного ему по периметру вытянутого хода не совпали $(1,50) = (0,85)$, поэтому и допуски на отдельные источники ошибок, рассчитанные при $Q=0,85$ и при $Q'=1,50$ не совпадут. Однако продольная и поперечная ошибки изогнутого хода предвычислены при тех же значениях $\sum_{i=1}^{n-1} S_i$, n , μ , λ , m_β , что и в слу-

Таблица 5

Значения коэффициентов

Номер хода	$\sum_{i=1}^{n-1} S_i$	n	Q	Q'
1	3,22	11	1,02	1,11
2	2,70	12	0,98	1,06
3	3,66	11	1,06	1,13
4	4,49	19	1,38	1,31
5	1,87	12	0,85	1,50
6	4,54	11	1,14	1,31

чае вытянутого хода, следовательно и допуски на соответствующие источники ошибок должны быть одни и те же для обоих случаев. Различие в коэффициентах Q и Q' произошло из-за превращения в изогнутом ходе (см. форму хода № 5) части продольной ошибки, направленной, как известно, вдоль замыкающей хода, в поперечную и напротив — части поперечной ошибки хода в продольную.

Таблица 6

Характеристики полигонометрических ходов

Номер хода	T	$\sum_{i=1}^{n-1} S_{i(M)}$	n	Q
1	10000	5000	19	1,44
2	10000	1000	5	0,55
3	25000	11000	20	5,00
4	25000	2000	4	0,40

Из проведенного анализа вытекает вывод, что для полигонометрического хода изогнутой формы, равного по длине и числу вершин вытянутому ходу, допуски на ошибки угловых или линейных измерений могут быть те же, что и для вытянутого хода. Следовательно, расчет допусков для ходов произвольной формы достаточно производить при значениях Q для эквивалентных им по периметру вытянутых ходов. Такие значения можно быстро получать из таблиц 1—4 или номограмм (рис. 1), а необходимость в составлении многочисленных таблиц величин Q' отпадает. Например, для рассматриваемого изогнутого хода № 5, согласно табл. 1, или номограммы на рис. 1 расчет надо вести при $Q=0,86$.

По методике [3] для 4-х полигонометрических ходов (табл. 6) выполним расчет допусков на отдельные источники ошибок, сначала на основе принципа равных влияний, а затем при использовании формул (7) и (8) и таблиц коэффициентов.

Расчеты показали, что допуски ошибок, полученные двумя путями, значительно отличаются друг от друга. Это подтверждается табл. 7, где для наглядности приведены только допустимые ошибки за центрировку и редукцию.

Следует отметить, что таблицы 1—4 охватывают лишь наиболее общие случаи, но возможны и частные, когда коэффициенты Q значительно больше 5 единиц. Значения $Q > 5$ могут часто встречаться в светодальномерной полигонометрии I разряда.

Таблица 7

Допустимые ошибки за центрировку и редукцию (мм)

Номер хода	Принцип равных влияний		Предлагаемый метод	
	ошибки за редукцию	ошибки за центрировку	ошибки за редукцию	ошибки за центрировку
1	$\pm 5,6$	$\pm 4,0$	$\pm 6,6$	$\pm 4,8$
2	7,0	5,0	4,8	3,4
3	4,0	2,8	6,1	4,3
4	7,6	5,4	4,0	2,8

Вопросы предвычисления точности полигонометрических сетей рассмотрены в работе [4] и др. На наш взгляд, коэффициенты Q могут быть использованы и при расчетах точности измерений в полигонометрических сетях. Однако вести эти расчеты отдельно для каждого хода сети будет, очевидно, невыгодно, поэтому их следует выполнять для среднего хода и полученные допуски ошибок использовать для всей сети. При этом коэффициенты Q целесообразно находить по таблицам типа 1—4 или номограммам (рис. 1).

ВЫВОДЫ

1. При предвычислении точности полигонометрических ходов нерационально руководствоваться принципом равных влияний и требовать равенства $m_u = m_l$. Целесообразно исходить из фактического соотношения поперечного и продольного сдвигов хода и использовать полученные в статье формулы (7) и (8). Однако расчет допусков на отдельный источник ошибок угловых или линейных измерений можно производить соответственно при условии равного влияния каждого источника погрешностей угловых измерений и равного влияния источников ошибок линейных измерений.

2. Коэффициенты Q изменяются в широких пределах от 0,5 до 5,0 и более. Их выгодно определять по таблицам типа 1—4 или номограммам (см. рис. 1), составленным для различных мерных приборов и разных разрядов полигонометрии. Таблицы 1—4 и номограмму на рис. 1 рекомендуется использовать для полигонометрии IV класса и I разряда.

3. Для ходов произвольной формы соответствующие допуски ошибок угловых и линейных измерений допустимо рассчитывать при значениях Q для вытянутых ходов, эквивалентных по длине и количеству вершин данным изогнутым.

ЛИТЕРАТУРА

1. Антоноженко В. Ф. Критерий изогнутости полигонометрического хода. — «Изв. вузов. Геодезия и аэрофотосъемка», 1961, вып. 1.
2. Конусов В. Г. О соответствии точности угловых и линейных измерений в полигонометрических ходах. — «Изв. вузов. Геодезия и аэрофотосъемка», 1962, вып. 2.
3. Чеботарев А. С. Геодезия. Часть II. М., «Геодезиздат», 1962.
4. Литвинов Б. А. Основные вопросы построения и уравнивания полигонометрических сетей. М., «Геодезиздат», 1962.
5. Тревого И. О. О методах вычисления коэффициентов случайного и систематического влияний в городской и инженерной полигонометрии. — «Геодезия, картография и аэрофотосъемка», 1972, вып. 16.

Работа поступила 30 ноября 1972 года.
Рекомендована кафедрой геодезии Львовского политехнического института