

Г. А. МЕЩЕРЯКОВ, Ю. П. ДЕИНЕКА

О ПОСТРОЕНИИ ГЛОБАЛЬНЫХ МЕХАНИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ЗЕМЛИ

В настоящее время параметры внешнего гравитационного поля Земли, стоксово постоянные ее, уверенно определяются [7, 13, 14] по совокупности спутниковых и наземных наблюдений. При создании моделей внутреннего строения Земли обычно применяются сейсмологические, геологические и другие данные, а также могут быть использованы стоксово постоянные. При этом рассмотрение стоксовых постоянных только второго порядка уже позволяет построить модельное трехмерное распределение плотности земных недр, а, значит, и глобальную механическую модель Земли, что и составляет содержание настоящей статьи.

В соответствии с приближенным методом аналитического решения задачи нахождения трехмерного распределения плотности недр плане-

ты, практически примененном к Луне [4] и Марсу [5], искомая непрерывная плотность представлялась в виде:

$$\delta_n^*(x, y, z) = \sum_{m=0}^n \sum_{p+q+r=m} A_{pqr} x^p y^q z^r, \quad (1)$$

где A_{pqr} — функции параметров планеты, получаемых по результатам наблюдений. Распределение плотности δ_n^* находилось при этом в виде обобщенного полинома по полной в шаре системе ортонормированных многочленов. За основную систему функций бралась система одночленов $\{x^p y^q z^r\}$, ($p, q, r = 0, 1, 2, \dots$). Скалярные произведения ортонормированных многочленов на искомую плотность δ^* дают линейные комбинации степенных моментов плотности

$$J_{pqr}(\delta^*) = \int_{\tau} \delta^* x^p y^q z^r d\tau,$$

выражаемые через известные стоксовые постоянные планеты.

Применительно к Земле указанные положения требуют некоторых видоизменений и дополнений, поскольку плотность земных недр не является непрерывной и имеет скачки на устанавливаемых в сейсмологии глубинах.

Если δ кусочно-непрерывная плотность земных недр, то, вводя функцию скачков $\sum_{i=1}^k h_i \Theta_i$, составим непрерывную функцию

$$\delta^* = \delta + \sum_{i=1}^k h_i \Theta_i,$$

где h_i — скачок плотности на глубине $l_i = R - r_i$, а Θ_i — стандартная разрывная функция:

$$\Theta_i = \begin{cases} 0, & \text{если } r < r_i, \\ 1, & \text{если } r > r_i. \end{cases}$$

Теперь степенные моменты представляются в виде:

$$\int_{\tau} \delta^* x^p y^q z^r d\tau = \int_{\tau} \delta x^p y^q z^r d\tau + \sum_{i=1}^k \int_{\tau} h_i \Theta_i x^p y^q z^r d\tau,$$

то есть

$$J_{pqr}(\delta^*) = J_{pqr}(\delta) + \sum_{i=1}^k h_i \Theta_i \int_{\tau} x^p y^q z^r d\tau. \quad (2)$$

Подставляя (2) в (1), получим формулу одного из возможных вариантов трехмерного распределения плотности $\delta_n(x, y, z)$ внутри Земли. Эта формула в сферических координатах ρ, ϑ, λ имеет вид

$$\delta_n(\rho, \vartheta, \lambda) = K_n + \sum_{m=1}^n \sum_{p+q+r=m} C_{pqr} \sin^{p+q} \vartheta \cos^r \vartheta \sin^q \lambda \cos^p \lambda + \sum_{i=1}^k h_i \Theta_i. \quad (3)$$

Здесь $\rho = \frac{r}{R}$ — безразмерный радиус: $0 \leq \rho \leq 1$; ϑ — полярное расстояние: $0 \leq \vartheta \leq \pi$; λ — долгота: $0 \leq \lambda < 2\pi$; K_n и C_{pqr} — функции величин,

получаемых по результатам наблюдений, и, в частности, безразмерных степенных моментов $I_{pqr} = \frac{1}{Ma^n} J_{pqr}$ кусочно-непрерывной плотности.

Для нахождения величин скачков h_i , входящих в последний член формулы (3), необходимо знать радиусы r_i поверхностей разрывов плотности и ее значения δ_i в k -точках, каждая из которых лежит между такими смежными поверхностями. Усреднив теперь по сфере распределение плотности (3), имеем одномерное распределение $\delta_n(r)$, представляя в которое известные значения ρ_i и $\delta(r_i)$ ($i=1, 2, \dots, k$), придем к системе линейных уравнений с k неизвестными h_i . Из решения ее найдем значения скачков плотности.

К настоящему времени обсуждены более или менее увереные значения средней плотности земной коры и кровли мантии, а также значения глубин поверхностей скачков плотности на границе «ядро-мантия» и на поверхности Мохо, поэтому все дальнейшие расчеты мы проводим для упрощенного, с двумя скачками плотности, варианта модели Земли. Таким образом, формула (3) дает возможность вычислить модельное трехмерное распределение плотности земных недр, представляемое между поверхностями разрывов полиномом n -ой степени относительно расстояния r от центра Земли, коэффициенты которого зависят от угловых координат θ и λ .

Вычисляемое по (3) трехмерное распределение требует знания степенных моментов I_{pqr} Земли, которые могут быть получены по стоксовым постоянным. Моменты I_{pqr} нулевого и первого порядков непосредственно доставляются стоксовыми постоянными, а при $n > 2$, при дополнительном использовании некоторой предварительной модели Земли в качестве исходной, можно получить лишь приближенные значения I_{pqr} (их квадратические приближения).

Учитывая веские доводы в пользу того, что горизонтальные неоднородности в теле Земли рассредоточены не по всему ее объему, а начинаются только с некоторой глубины $l^* = 1 - \rho^*$, представляется возможным, следуя описываемому методу, найти то значение ρ^* , которое выделяет области Земли $\rho < \rho^*$, где практически отсутствуют долготно-широтные неоднородности и где структуру Земли можно считать сферически симметричной (одномерной). Для этого, получив сначала трехмерное распределение по всей толще Земли, надо затем выполнить по сфере усреднение найденного распределения от центра Земли до некоторого фиксированного ρ^* , а при $\rho > \rho^*$ сохранить полученное трехмерное распределение. Вычисляя для такой модели ее стоксовые постоянные и сравнивая их со значениями [7, 14], использованными при вычислении модели, можно установить путем проб такое значение $\rho^* > \rho$, при котором строение Земли можно будет считать почти не влияющим на значение параметров внешнего гравитационного поля, и, значит, полагать при таких ρ структуру Земли одномерной.

С этой целью была рассмотрена гипотетическая модель Земли, в которой до $\rho^* = \rho_{\text{внутр. яд.}}$ и $\rho^* = \rho_{\text{яд.}}$ плотность полагалась функцией только радиуса. В оставшейся части Земли плотность считалась трехмерной, то есть зависящей еще и от угловых координат θ, λ .

Вычисления показали, что, если считать плотность во внутреннем ядре Земли одномерной, а в вышележащих слоях — трехмерной, то полученные для этой модели стоксовые постоянные четвертого и третьего порядков совпадают соответственно с их принятыми значениями с точностью до девятого десятичного знака, а стоксовые постоянные второго порядка — с точностью до седьмого знака.

Если же допустить, что плотность является функцией только глубины по всей толще ядра, а в мантии и коре она трехмерна, то вычис-

ленные для такой модели стоксовы постоянные третьего и четвертого порядков с точностью до девятого знака, а стоксовы постоянные второго порядка — с точностью до пятого десятичного знака сохраняют свои исходные значения.

Так как для геофизических приложений в значении плотности земных недр достаточно обеспечить третий или четвертый десятичный знак, мы можем, следовательно, считать ядро сферически симметричным, а горизонтальные неоднородности относить к мантии и коре. Данный вывод не противоречит результатам [15] и [17], полученным на основании иных соображений.

После детального исследования формулы и построения по ней ряда моделей, см., например, [1], было установлено, что значения плотности $\delta_n(\rho, \vartheta, \lambda)$, вычисляемые любой точке тела Земли, при $n=2, 3, 4$ согласуются друг с другом в пределах $0,001 \text{ г}/\text{см}^3$. Во избежание громоздких выражений δ_3 и δ_4 , очевидно, имеет смысл при построении хотя бы глобальных моделей ограничиться здесь рассмотрением полинома (3) при $n=2$. Тем более, что, рассматривая далее δ_2 , можно обойтись без привлечения какой-либо исходной модели Земли и получить полный комплект степенных моментов I_{pqr} второго порядка исключительно на основании величин, получаемых из наблюдений. Для реализации этого достаточно к C_{20} и приведенным к главным осям инерции C_{22} и S_{22} добавить динамическое сжатие H Земли, выводимое из результатов наблюдений [9].

Таким образом, модельное распределение плотности земных недр приближенно может быть выражено следующим алгоритмом:

$$\delta_2(\rho, \vartheta, \lambda) = \begin{cases} K + L\rho^2 & \text{— в ядре;} \\ K - h_1 - h_2 \Theta - \rho^2 (A \sin^2 \vartheta \cos^2 \lambda + B \sin^2 \vartheta \sin^2 \lambda + C \cos^2 \vartheta + D \sin^2 \vartheta \sin \lambda \cos \lambda - E) & \begin{array}{l} \text{— в мантии (при } \Theta = 0) \\ \text{и в коре (при } \Theta = 1) \end{array} \end{cases} \quad (4)$$

где

$$\left. \begin{aligned} K &= \frac{5}{4} \delta_{cp} [5I_{000} - 7(I_{200} + I_{020} + I_{002})] + \\ &+ \frac{5}{4} \sum_{i=1}^2 h_i \left[5(1 - \rho_i^3) - \frac{21}{5}(1 - \rho_i^5) \right] \\ L &= \frac{35}{12} \delta_{cp} [5(I_{200} + I_{020} + I_{002}) - 3I_{000}] + \frac{35}{4} \sum_{i=1}^2 h_i (\rho_i^3 - \rho_i^5) \\ A &= \frac{35}{4} \delta_{cp} (3I_{200} + I_{020} + I_{002} - I_{000}) \\ B &= \frac{35}{4} \delta_{cp} (I_{200} + 3I_{020} + I_{002} - I_{000}) \\ C &= \frac{35}{4} \delta_{cp} (I_{200} + I_{020} + 3I_{002} - I_{000}) \\ D &= 35 \delta_{cp} I_{110} \\ E &= \frac{35}{4} \sum_{i=1}^2 h_i (\rho_i^3 - \rho_i^5), \end{aligned} \right\}, \quad (5)$$

$$\text{причем } I_{200} = -\frac{C_{20}}{2H} + 2C_{22}, \quad I_{020} = -\frac{C_{20}}{2H} - 2C_{22}, \quad I_{002} = C_{20} - \frac{C_{20}}{2H}; \quad (6)$$

$$I_{000} = 1, \quad I_{110} = I_{101} = I_{011} = 0. \quad (7)$$

Используемые в (4) — (5) скачки находятся из системы

$$\left. \begin{aligned} \delta(\bar{\rho}_1) &= K + L\bar{\rho}_1^2 + \sum_{i=1}^2 h_i \left[\frac{25}{4}(1-\bar{\rho}_i^3) - \frac{21}{4}(1-\bar{\rho}_i^5) + \frac{35}{4}\bar{\rho}_i^2(\bar{\rho}_i^3 - \bar{\rho}_i^5) \right] \\ \delta(\bar{\rho}_2) &= K + L\bar{\rho}_2^2 + \sum_{i=1}^2 h_i \left[\frac{25}{4}(1-\bar{\rho}_i^3) - \frac{21}{4}(1-\bar{\rho}_i^5) + \frac{35}{4}\bar{\rho}_i^2(\bar{\rho}_i^3 - \bar{\rho}_i^5) \right] \end{aligned} \right\}, \quad (8)$$

где $\delta(\bar{\rho}_1)$ и $\delta(\bar{\rho}_2)$ — задаваемые значения плотности в точках соответственно с радиусами ρ_1 и ρ_2 ; ρ_i — радиусы скачков плотности; ρ_1 — радиус ядра, а ρ_2 — радиус поверхности Мохо.

Данный алгоритм, естественно, не описывает действительного распределения плотности внутри Земли. Ввиду неоднозначности решения обратной задачи теории потенциала, следствием рассмотрения которой является методика (4) — (8), мы находим здесь лишь одно из сглаженных распределений плотности. Именно такое, будучи согласованным с главными гармониками гравитационного поля Земли и имея скачки на определенных глубинах, наилучшим образом (в смысле среднеквадратического приближения) отвечает всей используемой информации.

Поскольку при этом не учитываются стоксовые постоянные высших порядков, обусловленные распределениями плотности вещества верхней части мантии и коры, то формулы (4) — (8) не могут дать в указанных областях достоверных результатов, хотя находимое усредненное значение плотности самого верхнего слоя планеты и совпадает с его принимаемым значением.

Кроме того, привлекая еще в качестве исходной информации значение плотности лишь у кровли мантии $\delta(\rho_1)$, а не на значительно большей глубине, очевидно, нельзя гарантировать также значительного правдоподобия получаемой плотности в центральных областях Земли.

Таким образом, мы склонны считать формулы (4) — (8) более достоверно определяющими сглаженное распределение плотности в мантии Земли и с меньшей степенью правдоподобия — в коре и ядре.

Для иллюстрации возможностей практического приложения алгоритма (4) — (8) приведем построение механическое глобальной модели Земли, в основу расчетов которой положены исходные параметры модели Хаддона и Буллена — HB_1 [16], относящейся к классу исследованных ими моделей [10], которые считаются сейчас наиболее вероятными моделями Земли [8], а также стоксовые постоянные Стандартной Земли II [14] и динамическое сжатие, обсужденное в [3]. Радиус Земли $R = 6371 \text{ км}$, радиус ядра $r_1 = 3493 \text{ км}$, радиус коры $r_2 = 6356 \text{ км}$, плотность кровли мантии $\delta(r_1) = 3,313 \text{ г/см}^3$, $\bar{l}_1 = 15 \text{ км}$, плотность верхнего слоя коры $\delta(\bar{r}_2) = 2,840 \text{ г/см}^3$, $\bar{l}_2 = 7,5 \text{ км}$, $fM = 3,986013 \cdot 10^{20} \text{ см} \cdot \text{с}^{-2}$, $C_{20} = -1082,628 \cdot 10^{-6}$, $C_{22} = 1,558 \cdot 10^{-6}$, $S_{22} = -0,88 \cdot 10^{-6}$, $H = 0,327364 \cdot 10^{-2}$. Полученное трехмерное распределение плотности имеет вид:

$$\delta_2(\rho, \theta, \lambda) = \left\{ \begin{array}{l} 11,68131 - 3,57001 \rho^2 - \text{в ядре;} \\ 6,86621 - 0,46461 \Theta - \rho^2(8,41027 \sin^2 \theta \cos^2 \lambda + \\ + 8,41087 \sin^2 \theta \sin^2 \lambda + 8,51505 \cos^2 \theta - 4,87539) - \\ \text{в мантии (при } \Theta = 0 \text{) и в коре (при } \Theta = 1 \text{).} \end{array} \right. \quad (9)$$

Распределение (9), в принципе, дает возможность построить полную трехмерную механическую модель Земли. Однако отсутствие трехмерных распределений скоростей сейсмических волн не позволяет это осуществить. Поэтому перейдем путем усреднения от (9) к сферически симметричному распределению

$$\delta_2(\rho) = 11,6813 - 4,8151 \Theta_1 - 0,4646 \Theta_2 - 3,5700 \cdot \rho^2. \quad (10)$$

Обсуждая модели (9) и (10), заметим, что кроме традиционных условий сохранения массы, момента инерции и плотности поверхности слоя, они удовлетворяют более широко дополнительным условиям, вытекающим из использования параметров внешнего гравитационного поля Земли низших порядков. Модель (9) имеет стоксы постоянные, равные их соответствующим значениям, принятым при построении модели. А модель (10) среди всех возможных одномерных моделей Земли, основанных на вышеупомянутой информации о планете, развивает во внешнем пространстве гравитационное поле, наиболее близкое к действительности, поскольку она получена усреднением трехмерной модели с подчеркнутыми выше свойствами.

Для модели (10) найдены упругие постоянные μ и k , ускорение силы тяжести g и гидростатическое давление p на основании следующих формул

$$\left. \begin{aligned} \mu &= \delta V_s^2, & g(r) &= \frac{4\pi f}{r^2} \int_0^r \delta \rho^3 d\rho \\ k &= \delta \left(V_p^2 - \frac{4}{3} V_s^2 \right), & p(r) &= \int_r^R g \delta d\rho \end{aligned} \right\}. \quad (11)$$

Указанные характеристики (для некоторых глубин) приведены в табл. 1.

Таблица 1
Значения основных параметров земных недр в полученной модели Земли

Слой	Глубина l , км	Плотность δ , $\text{г}/\text{см}^3$	Упругие постоянные		Ускорение силы тяжести g , $\text{см}/\text{с}^2$	Гидростатическое давление $p \cdot 10^{-12}$, $\text{дин}/\text{см}^2$
			$\mu \cdot 10^{-12}$, $\text{дин}/\text{см}^2$	$k \cdot 10^{-12}$, $\text{дин}/\text{см}^2$		
<i>A</i>	0	2,832	0,358	0,650	982	0
	15	2,840	0,358	0,650	983	0,004
<i>B</i>	15	3,313	0,709	1,017	983	0,004
	60	3,363	0,719	1,103	984	0,019
<i>C</i>	60	3,363	0,681	1,154	984	0,019
	350	3,678	0,745	1,823	992	0,120
<i>D</i>	350	3,678	0,745	1,823	992	0,120
	650	3,988	1,341	2,592	997	0,234
<i>E</i>	650	3,988	1,388	2,530	997	0,234
	984	4,314	1,740	3,306	1001	0,373
<i>F</i>	2600	5,615	2,922	6,330	1048	1,194
	2878	5,793	3,096	6,654	1078	1,363
<i>G</i>	2878	10,608	0	6,970	1078	1,363
	4000	11,187	0	10,162	754	2,486
	4982	11,512	0	12,614	450	3,159
	5121	11,544	0	10,261	405	3,227
	5121	11,544	0	14,450	405	3,227
	6371	11,681	0	15,016	0	3,522

Как известно, объективная оценка свойств правдоподобия создаваемых моделей должна быть осуществлена на основе таких экспериментальных данных, которые фактически не использовались при их построении.

ния. Такими данными в физике Земли являются результаты обработки наблюдений за собственными колебаниями планеты [6].

Для модели (10) методом малого параметра [2] вычислены периоды некоторых основных тонов собственных (сфероидальных ωS_n и крутильных ωT_n) колебаний. Расчет был сделан для 32 тонов ωS_n и 38 тонов ωT_n . Результаты, приведенные в табл. 2, сравнивали с величинами периодов [12], которые представляют собой наиболее полный анализ всех наблюдений для сферически симметричной Земли.

Таблица 2
Периоды собственных колебаний

Тон колебания, n	Наблюденные периоды Земли, с	Расхождения между наблюденными и вычисленными периодами модели, с	Тон колебания, n	Наблюденные периоды Земли, с	Расхождения между наблюденными и вычисленными периодами модели, с
Сфероидальные колебания					
3	2133,56*	14,83	2	2640,63*	18,23
4	1547,30	15,67	3	1705,93	4,72
5	1190,12	8,64	4	1305,45	0,36
6	963,17	5,45	5	1075,97	-2,47
7	811,45	3,17	6	925,83	-3,76
8	707,64	1,78	7	819,31	-3,13
9	633,95	-0,15	8	736,86	-3,83
10	580,08	-1,77	9	671,80	-4,06
11	536,56	-4,22	10	618,98	-3,80
12	502,18	-4,91	11	574,62	-3,80
13	473,14	-5,82	12	536,84	-3,69
14	448,20	-5,64	13	504,94	-2,86
15	426,24	-5,77	14	475,73	-3,33
16	406,77	-5,80	15	450,97	-2,88
17	389,31	-5,94	16	429,19	-2,04
18	373,89	-5,71	17	409,49**	-1,37
19	360,20	-5,31	18	390,94	-1,58
20	347,82	-4,78	19	374,75	-1,07
21	336,00	-4,75	20	359,59	-0,88
22	325,31	-4,06	21	345,82	-0,62
23	315,43	-4,34	22	332,57	-0,82
24	306,25	-4,21	23	321,21	-0,20
25	297,71	-3,96	24	310,18	0,08
26	289,69	-3,36	25	299,51	-0,40
27	282,34	-3,40	30	257,29	0,32
30	262,15	-2,91	35	224,93	0,17
40	212,31	-0,83	40	199,96	0,10
50	178,35	-0,04	45	180,25	0,46
60	153,74*	1,17	50	165,58*	2,16
70	133,84*	0,91	55	151,84*	2,12
80	119,25*	1,66	60	140,23*	2,07
90	107,30*	3,01	65	130,29*	2,06
			70	121,69*	2,07
			75	114,16*	2,13
			80	107,50*	2,06
			85	101,58*	2,01
			90	96,29*	2,04
			95	91,52*	2,02

* Дэрр [11].

** Хаддон и Буллен [16].

Расхождения в табл. 2 несколько больше для некоторых новых моделей, предложенных в последние годы. Это является, очевидно, следствием не совсем достоверного распределения плотности (10), причем, главным образом, в области ядра: получаемое данным методом значение $\delta(0) = 11,7 \text{ г/см}^3$ оказывается заниженным. Последнее влечет за собой, во-первых, неточное определение величин двух рассматриваемых нами скачков плотности, во-вторых, приводит к необходимости учета большего числа возможных скачков, и, в первую очередь, скачка на

границе внутреннего ядра. Кроме того, требует еще исследования вопрос о выборе достоверных распределений скоростей сейсмических волн, используемых при построении моделей Земли.

Не сравнивая созданную модель с известными другими, например, [10, 11, 12, 16], отметим следующее. Основной целью работ, направленных на создание правдоподобных вариантов модели Земли, и, в частности, указанных выше, является получение таких сферически симметричных моделей, для которых выполнялись бы условия сохранения массы и момента инерции, и которые обязательно согласовывались бы с данными о собственных колебаниях планеты. Однако при этом остается открытым вопрос о соответствии создаваемой модели структуре известного гравитационного поля. В наших построениях, наоборот, последнее является определяющим фактором, исходя из которого удается подойти к решению вопроса о создании трехмерных моделей Земли. Значит, удовлетворив здесь при построении механической модели Земли условиям за стоксова постоянные, далее намечается следующий этап исследований, который заключается в нахождении вариантов модели, наиболее полно согласующихся с данными о собственных колебаниях Земли.

ЛИТЕРАТУРА

1. Голикова А. В. Новая механическая модель Земли. — В сб.: Доклады и научные сообщения. Киев, «Вища школа», 1973, № 1.
2. Жарков В. Н. [и др.]. Таблицы производственных крутильных колебаний Земли. — В сб.: Земные приливы и внутреннее строение Земли. М., «Наука», 1967.
3. Земная кора и верхняя мантия, т. 43. М., «Мир», 1972.
4. Мещеряков Г. А. Динамическая фигура Луны и распределение плотности лунных недр. — «Астрономический журнал», 1973, т. 50, № 1.
5. Мещеряков Г. А. Модель внутреннего строения Марса, построенная с учетом параметров его гравитационного поля по данным «Маринер-9». «Астрономический журнал», 1973, т. 50, № 5.
6. Собственные колебания Земли. М., «Мир», 1964.
7. Стандартная Земля. Геодезические параметры Земли на 1966 год. М., «Мир», 1969.
8. Ушаков С. А. Строение и развитие Земли. — «Итоги науки и техники», серия «Физика Земли», т. 1. М., 1974.
9. Фундаментальные постоянные астрономии. М., «Мир», 1967.
10. Bullen K. E., Haddon R. A. W. The ellipticities of surfaces of equal density inside the Earth. — «Phys. Earth Planet. Interiors», 1973, v. 7, № 2.
11. Derr J. S. Internal structure of the Earth inferred from free oscillations. — «J. Geophys. Res.», 1969, v. 74, № 22.
12. Dziewonski A. M., Gilbert F. Observations of normal modes from 84 recordings of the Alaskan earthquake of 1964 March 28. — «Geophys. J. R. astr. Soc.», 1972, v. 27, 393—446.
13. Gaposchkin E. M. [and other]. Geodetic studies at the Smithsonian astrophysical observatory 15th JUGG Gen. Assm. Moscow, Aug 1971 [prep]. Cambridge Mass.
14. Gaposchkin E. H., Lambeck K. Earth's gravity field to the sixteenth degree and station coordinates from satellite and terrestrial data. — «J. Geophys. Res.», 1971, v. 76, № 20.
15. Grotten E. On the masses necessary to produce the anomalous gravitation geopotential as obtained from satellite observations. — «Boll. geofis. ned. ed app.», 1968, v. 10, № 39.
16. Haddon R. A. W., Bullen K. E. An Earth model incorporating free Earth oscillation data. — «Phys. Earth Planet. Interiors», 1969, v. 2, 35—49.
17. Kaula W. M. Elastic models of the mantle corresponding to variations in the external gravity field. — «J. Geophys. Res.», 1963, v. 68, № 17.

Работа поступила 20 мая 1974 года. Рекомендована кафедрой теории математической обработки геодезических измерений Львовского политехнического института.