УДК 528.33.35

Ю. Н. КОРНИЦКИЙ, канд. техн. наук
Львовский политехнический институт

ВЛИЯНИЕ ПОГРЕШНОСТЕЙ ИСХОДНЫХ ДАННЫХ НА ТОЧНОСТЬ ЭЛЕМЕНТОВ ЛИНЕЙНО-УГЛОВОГО НЕСВОБОДНОГО РЯДА ИЗ РОМБОВ

В работах [1, 3] получены формулы для определения обратных весов элементов несвободного ряда из геодезических ромбов с измеренными углами и сторонами, при выводе которых исходные данные принимали безошибочными:

$$\frac{1}{P_{\alpha_c}} = \frac{0{,}8q}{q+1{,}34} \times \frac{(2k-1)(2n-2k+1)}{4n} - \frac{3q-0{,}74}{40(1{,}5q+0{,}37)} - \frac{0{,}65q}{q+1{,}34} \times \frac{(2k-1)^2(2n-2k+1)^2}{4n^2(n+1)}; \quad (1)$$

$$\frac{1}{P_{\alpha_a}} = \frac{0{,}8q}{q+1{,}34} \times \frac{k(n-k)}{n}\left[1-\frac{3k(n-k)}{n(n+1)}\right] + \frac{1{,}67(q-1{,}49)}{(q+20{,}09)(q+10{,}04)}; \quad (2)$$

$$\frac{1}{P_T} = \frac{kq}{q+1{,}34} \times \left[0{,}044(6k^2-4k+9) - \frac{k(2k-1)^2}{20n}\right] + \frac{0{,}25q^2}{(q+10{,}047)^2} - \frac{2{,}558(q+0{,}068)}{q+1{,}637} \times \frac{k^2}{4n^2(n+1)} \times \left[\frac{k(6n-4k+3)}{3} - \frac{4n-9}{5}\right]; \quad (3)$$

$$\frac{1}{P_L'} = \frac{0{,}189q\,(q+7{,}30)}{q+1{,}588} \times \frac{k\,(0{,}97n-k)}{n} - \frac{2{,}307q}{q+1{,}885} \times$$
$$\times \frac{k^2\,(n-k)^2}{n^2\,(n+1)} - \frac{0{,}425q\,(q-4{,}438)}{2q+20{,}093} \times$$
$$\times \frac{k^2\,(5n-5k+2)}{n^2\,(n+1)} - \frac{0{,}225q\,(q-5{,}324)}{2q+20{,}093}. \qquad (4)$$

Рассмотрим распределение погрешностей приведенных элементов ряда с учетом погрешностей исходных дирекционных углов и координат пунктов по способу, предложенному советским геодезистом И. Ю. Пранис-Праневичем [4]. Полная средняя квадратическая погрешность функции уравненных величин выражается формулой

$$m_F^2 = \frac{\mu^2}{P_F} + \left(\frac{\partial F}{\partial T_H}\right)^2 m_{T_H}^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial T_k}\right)^2 m_{T_k}^2 +$$
$$+ \left(\frac{\partial F}{\partial T_L}\right)^2 m_{T_L}^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial L}\right)^2 m_L^2, \qquad (5)$$

где μ — средняя квадратическая погрешность единицы веса; m_{T_H} и m_{T_k} — средние квадратические погрешности исходных дирекционных углов T_H и T_k; m_{T_L}, m_L — средние квадратические погрешности взаимного положения начального и конечного пунктов ряда;

$$\frac{\partial F}{\partial T_H} = \frac{\partial w_\alpha}{\partial T_H} Q_1 + \frac{\partial w_X}{\partial T_H} Q_2 + \frac{\partial w_Y}{\partial T_H} Q_3 + f_{T_H};$$
$$\frac{\partial F}{\partial T_k} = \frac{\partial w_\alpha}{\partial T_k} Q_1 + \frac{\partial w_X}{\partial T_k} Q_2 + \frac{\partial w_Y}{\partial T_k} Q_3 + f_{T_k}; \ldots, — \qquad (6)$$

коэффициенты исследуемой функции.

Здесь $\partial w_\alpha/\partial T_H$, $\partial w_X/\partial T_H, \ldots,$ — частные производные от свободных членов по исходным данным; f_{T_H}, $f_{T_k}, \ldots,$ — частные производные от функции по исходным данным; Q_1, $Q_2, \ldots$ $\ldots,$ — переходные коэффициенты, которые определяют из решения нормальных уравнений [2].

Найдем частные производные от свободных членов по исходным данным. Так как

$$w_\alpha = T_H + \sum_{i=1}^{n} \{(8i-7)-(8i-3)\} - T_k;$$

$$w_X = \sum_{i=1}^{n} \Delta X_{2i-1;\,2i} + \sum_{i=1}^{n} \Delta X_{2i,\,2i+1} - (X_k - X_H);$$

$$w_Y = \sum_{i=1}^{n} \Delta Y_{2i-i,\,2i} + \sum_{i=1}^{n-1} \Delta Y_{2i,\,2i+1} - (Y_k - Y_H),$$

получим:

$$\frac{\partial w_\alpha}{\partial T_H} = 1;\ \frac{\partial w_\alpha}{\partial T_k} = \frac{\partial w_Y}{\partial L} = -1;\ \frac{\partial w_x}{\partial T_H} = -L \times \frac{2n+1}{2n};\ \frac{\partial w_x}{\partial T_L} = L;$$

$$\frac{\partial w_Y}{\partial T_H} = L\,\frac{\sqrt{3}}{2n};\ \frac{\partial w_\alpha}{\partial T_L} = \frac{\partial w_\alpha}{\partial L} = \frac{\partial w_x}{\partial T_k} = \frac{\partial w_x}{\partial L} = \frac{\partial w_Y}{\partial T_k} = \frac{\partial w_Y}{\partial T_L} = 0.$$

Средняя квадратическая погрешность дирекционного угла диагонали ромба с номером K. Частные производные от функции по исходным данным: $f_{T_H} = 1;\ f_{T_k} = f_{T_L} = f_L = 0.$

Для определения переходных коэффициентов из работ [1, 3] имеем:

$$\frac{[mf_{\alpha_c}(7n+2)]}{[mm\cdot(7n+2)]} = 0;\ \frac{[lf_{\alpha_c}\cdot(7n+1)]}{[ll\cdot(7n+1)]} = \frac{2\,(2k-1)\,(2n-2k+1)}{3n^2(n+1)} \times \frac{n}{L};$$

$$\frac{[lm\cdot(7n+1)]}{[ll\cdot(7n+1)]} = 0;\ \frac{[jf_{\alpha_c}\cdot 7n]}{[jj\cdot 7n]} = -\frac{2k-1}{2n};$$

$$\frac{[jl\cdot 7n]}{[jj\cdot 7n]} = 1{,}053 \times \frac{2n+1}{2} \times \frac{L}{n};\ \frac{[jm\cdot 7n]}{[jj\cdot 7n]} = -0{,}912 \times \frac{L}{n}.$$

Следовательно,

$$Q_3 = 0;\ Q_2 = \frac{2\,(2k-1)\,(2n-2k+1)}{3n^2\,(n+1)} \times \frac{n}{L};$$

$$Q_1 = -\frac{2k-1}{2n} + 1{,}053 \times \frac{(2n+1)\,(2k-1)\,(2n-2k+1)}{3n^2\,(n+1)}.$$

Подставив полученные величины в выражения (6), а затем в (5), получим искомое выражение

$$m_{\alpha_c}^2 = \frac{\mu^2}{P_{\alpha_c}} + \left[\frac{2n-2k+1}{2n} + \frac{0{,}105\,A\,(n+10)}{n}\right]^2 m_{T_H}^2 + 4A^2 m_{T_L}^2 + \left[\frac{2k-1}{2n} - \frac{1{,}053\,A\,(2n+1)}{n}\right] m_{T_k}^2, \qquad (7)$$

где

$$A = \frac{(2k-1)\,(2n-2k+1)}{3\,(n+1)\,n}.$$

Средняя квадратическая погрешность дирекционного угла связующей стороны ряда. Частные производные от функции: $f_{T_H} = 1;\ f_{T_k} = f_{T_i} = f_L = 0.$

6*

Запишем переходные коэффициенты:

$$Q_3 = 0;\; Q_2 = \frac{3k(n-k)}{n^2(n+1)} \times \frac{n}{L};$$

$$Q_1 = -\frac{k}{n} + \frac{3{,}159\,(2n+1)(n-k)\,k}{2n^2(n+1)}.$$

По аналогии с формулой [7] получим

$$m_{\alpha_a}^2 = \frac{\mu^2}{P_{\alpha_a}} + \left[\frac{n-k}{n} + B\,\frac{0{,}053\,(n+10)}{n}\right]^2 m_{T_H}^2 + $$

$$+ \left[\frac{k}{n} - B\,\frac{0{,}526\,(2n+1)}{n}\right]^2 m_{T_k}^2 + B^2 m_{T_L}^2, \tag{8}$$

где

$$B - \frac{3k(n-k)}{n(n+1)}.$$

Средняя квадратическая погрешность направления диагонали ряда. Частные производные от функции:

$$f_{T_H} = k;\; f_{T_k} = f_{T_L} = f_L = 0,$$

а переходные коэффициенты для данного случая:

$$Q_3 = 0;\; Q_2 = \frac{3k}{n^2(n+1)}\left[\frac{k(6n-4k+3)}{12} - \frac{4n-9}{20}\right] \times \frac{n}{L};$$

$$Q_1 = -\frac{k(2k-1)}{4n} + 1{,}053\,\frac{2n+1}{2} \times$$

$$\times \left[\frac{k^2(6n-4k+3)}{4n^2(n+1)} - \frac{3k(4n-9)}{20n^2(n+1)}\right].$$

Следовательно,

$$m_{T_k}^2 = \frac{\mu^2}{P_{T_k}} + \left[\frac{k}{4n}(4n-2k+1) + 0{,}053\,\frac{2n-1}{2}\,B\right]^2 m_{T_H}^2 + $$

$$+ \left[\frac{k}{4n}(2k-1) - 1{,}053\,\frac{2n+1}{2}\,B\right]^2 m_{T_k}^2 + n^2 B^2 m_{T_L}^2, \tag{9}$$

где

$$B = \frac{k^2(6n-4k+3)}{4n^2(n+1)} - \frac{3k(4n-9)}{20n^2(n+1)}.$$

Среднеквадратический продольный сдвиг. Частные производные от функции длины диагонали по исходным данным $f_{T_H} = f_{T_k} = f_{T_L} = f_L = 0$.

Для переходных коэффициентов получим следующие выражения:

$$Q_3 = -1{,}053\,\frac{k}{L};\; Q_2 = +\frac{3k(n-k)}{n^2(n+1)} \times \frac{n}{L};$$

$$Q_1 = 0{,}045\,\frac{k}{L} + 3{,}159\,\frac{k(2n+1)(n-k)}{2n^2(n+1)}.$$

После подстановки полученных выражений в формулы (6), (5) найдем

$$m^2_{L_k} = \frac{\mu^2}{P_{L_k}} + \left[\left(1{,}053\,\frac{2n+1}{2n} - 1\right)B - 0{,}867\,\frac{k}{n}\right]^2 m^2_{T_H} + \left[1{,}053\,\frac{2n+1}{2n}\,B + 0{,}045\,\frac{k}{n}\right]^2 m^2_{T_k} + B^2 m^2_{T_L} + 1{,}109\,k^2\,\frac{m^2_L}{L^2}(10^6\mu)^2, \tag{10}$$

где

$$B = \frac{3k(n-k)}{n(n+1)}.$$

Анализ формул (7)—(10) показывает, что погрешности исходных дирекционных углов и координат исходных пунктов могут значительно менять характер распределения погрешностей в несвободных рядах из геодезических ромбов с измеренными углами и сторонами. Это изменение зависит в основном от соотношения точности измеренных величин и исходных данных.

Список литературы: 1. *Корницкий Ю. Н.* О продольном и поперечном сдвиге пунктов линейно-углового ряда из геодезических ромбов. — Геодезия, картография и аэрофотосъемка, 1976, вып. 24. 2. *Корницкий Ю. Н.* Влияние ошибок исходных данных на точность элементов ряда из геодезических квадратов с измеренными углами и сторонами. — Геодезия, картография и аэрофотосъемка, 1976, вып. 24. 3. *Корницкий Ю. Н.* О распределении погрешностей в линейно-угловом ряде из ромбов. — Геодезия, картография и аэрофотосъемка, 1977, вып. 27. 4. *Пранис-Праневич И. Ю.* Определение средней квадратической ошибки функции с учетом ошибок исходных данных при уравнивании по способу наименьших квадратов. — Исследования по геодезии ЦНИИГАиК, 1939, № 5.

Работа поступила 12 апреля 1978 года.
Рекомендована кафедрой прикладной геодезии Львовского политехнического института.