

СРАВНЕНИЕ МЕТОДОВ УЧЕТА АТМОСФЕРЫ ПРИ РАДИОДАЛЬНОМЕРНЫХ ИЗМЕРЕНИЯХ

В работе [3] А. Л. Островский предложил метод определения среднеинтегральных значений метеозлементов для ультракоротких радиоволн и введения поправок в измеренные радиодальномерные расстояния за несоответствие метеозлементов, измеренных в конечных точках линии, их среднеинтегральным значениям. Формулы для вычисления поправок имеют вид:

$$\Delta S_T = 0,7 \cdot 10^{-6} \cdot \delta_T \cdot S; \quad (1)$$

$$\Delta S_e = -2,9 \cdot 10^{-6} \cdot \delta \cdot S; \quad (2)$$

$$\delta_T = \frac{\bar{k}_T \cdot T^2}{10,96 \cdot 10^{-5} \cdot B \cdot R_3} \cdot h - (T_2 - T_1); \quad (3)$$

$$\delta_e = \frac{0,027 \cdot \bar{k}_T \cdot e \cdot T}{B} \cdot h - (e_2 - e_1), \quad (4)$$

где $\bar{k}_T$ — составляющая коэффициента вертикальной рефракции, обусловленная изменением температуры с высотой; T_1 , T_2 , e_1 , e_2 , B_1 , B_2 — соответственно температура, влажность и давление в конечных точках измеряемой линии; h — превышение между конечными точками линии; $e = \frac{e_1 + e_2}{2}$; $T = \frac{T_1 + T_2}{2}$; $B = \frac{B_1 + B_2}{2}$; R_3 — радиус Земли; S — измеряемое расстояние в метрах.

В настоящей статье дано сравнение метода А. Л. Островского с предложенным нами методом [2], в котором поправки вычисляются по формулам:

$$\Delta T = a(h_{\text{ср.}} - 1) + c \ln h_{\text{ср.}}; \quad (5)$$

$$\Delta T = \Delta T_a + \Delta T_c; \quad (6)$$

$$\Delta e = 19 \frac{e}{T} \cdot \Delta T; \quad (7)$$

$$\Delta S_T = \frac{\partial N}{\partial T} \cdot \Delta T \cdot \frac{S}{10^6}; \quad (8)$$

$$\Delta S_e = -\frac{\partial N}{\partial T} \cdot \Delta e \cdot \frac{S}{10^6}; \quad (9)$$

где $a = -0,0098$ град/м — температурный градиент, соответствующий «нормальным» условиям; c — его аномальная часть, относимая к высоте 1 м над почвой; $h_{\text{ср.}}$ — средняя высота радиолуча

над почвой, которая определяется по профилю измеряемой линии;

$$\frac{\partial N}{\partial T} = 1,4; \quad \frac{\partial N}{\partial e} = 5,8.$$

Для сравнения двух методов нами были привлечены результаты радиодальномерных измерений стороны трилатерации, выполненных А. Л. Островским и С. И. Плахотным на эталонном геодезическом полигоне [1] в сентябре 1969 г. Эта сторона была измерена ранее с относительной погрешностью 1 : 2 900 000.

Вычисление поправок в радиодальномерные измерения двумя методами

Время t, час	$S_{\text{изм.}}$ м	Δ_i , мм	$\Delta S = \Delta S_T +$ $+\Delta S_e$, м	$S_{\text{испр.}}$ м	Δ_i' , мм	$\Delta S' = \Delta S_i +$ $+\Delta S_e$, мм	$S_{\text{испр.}} =$ $S_{\text{изм.}} +$ $+\Delta S_i$, м	Δ_i'' , мм
0	8775,843	+ 3	+ 8	8775,851	+11	-13	8775,830	-10
2	831	- 9	+15	846	+ 6	+ 6	837	- 3
4	808	-32	+19	827	-13	+22	830	-10
6	830	-10	+15	845	+ 5	+10	840	0
10	790	-50	+23	813	-27	+34	824	-16
12	771	-69	+48	819	-21	+44	815	-25
14	812	-28	+48	860	+20	+51	863	+23
16	792	-48	+48	840	0	+46	838	- 2
18	786	-54	+44	830	-10	+39	825	-15
20	805	-35	+38	843	+ 3	+35	840	0
22	818	-22	+25	843	+ 3	+18	436	- 4
24	813	-27	+14	827	-13	+13	826	-14

$$\delta^2 = 1539$$

$$\delta_1^2 = 201$$

$$\delta_2^2 = 171$$

Нами вычислены поправки в измеренные расстояния по формулам (1) — (9) и истинные погрешности измеренных и исправленных расстояний

$$\Delta_i = S_{i, \text{изм.}} - S_{\text{этал.}}; \quad (10)$$

$$\Delta_i' = S_{i, \text{испр.}}^* - S_{\text{этал.}}; \quad (11)$$

$$\Delta_i'' = S_{i, \text{испр.}}^* - S_{\text{этал.}}; \quad (12)$$

где Δ_i , Δ_i' и Δ_i'' — истинные погрешности i -го измерения стороны соответственно без введения поправки и с введением их по формулам (1) — (4) и (5) — (9); $S_{i, \text{изм.}}$ — результат i -го измерения стороны; $S_{i, \text{испр.}}^*$ и $S_{i, \text{испр.}}$ — результат i -го измерения с учетом атмосферы соответственно по методу А. Л. Островского и нашему методу; $S_{\text{этал.}} = 9775,840$ м — длина стороны, измеренная с относительной погрешностью 1 : 2 900 000. Результаты вычислений помещены в таблице. Там же приведены и дисперсии σ^2 , σ_1^2 и σ_2^2 , вычисленные до и после введения поправок ΔS_T и ΔS_e двумя методами соответственно по формулам:

$$\sigma^2 = \frac{[\Delta^2]}{n}; \quad (13)$$

$$\sigma_1^2 = \frac{[\Delta'^2]}{n}; \quad (14)$$

$$\sigma_2^2 = \frac{[\Delta''^2]}{n}, \quad (15)$$

где n — число измерений.

На основании данных таблицы можно сделать такие выводы.

1. Дисперсии σ_1^2 и σ_2^2 , вычисленные двумя методами после введения поправок за температуру и влажность, значительно меньше дисперсии σ^2 , вычисленной без введения указанных поправок. Значения σ_1^2 и σ_2^2 практически одинаковы.

2. Метод А. Л. Островского дает положительные результаты при наличии ощутимых уклонов измеряемых линий. Для метода, описанного в нашей работе, такого ограничения нет.

3. По предлагаемой нами методике поправки ΔS_T и ΔS_e можно вычислять без измерения зенитных расстояний по значениям температуры, определяемым на двух уровнях в конечных точках линии.

Список литературы: 1. Вировец Ю. Б., Наумов Я. В., Островский А. Л. Эталонный геодезический полигон в горном районе. — Геодезия и картография, 1971; № 12. 2. Матяшук И. С. Введение поправок за температуру и влажность при радиодальномерных измерениях. — Геодезия, картография и аэрофотосъемка, 1979, вып. 29. 3. Островский А. Л. Дифференцированный метод преодоления метеорологического барьера при радиодальномерных измерениях. — Геодезия, картография и аэрофотосъемка, 1978, вып. 27.

Статья поступила в редколлегию 09.04.82

УДК 528.14

Г. А. МЕЩЕРЯКОВ, С. Д. ВОЛЖАНИН

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДА L_p -ОЦЕНОК ПРИ ОПРЕДЕЛЕНИИ ПАРАМЕТРОВ ОБЩЕЗЕМНОГО ЭЛЛИПСОИДА

В геодезии, астрономии и других прикладных науках часто возникает задача уравнивания результатов измерений. При этом обычно используется методика, заключающаяся в поиске элементов наилучшего квадратичного приближения и сводящаяся к алгоритмам метода наименьших квадратов. Вместе с тем в последнее время усиленно разрабатываются другие приемы обработки результатов измерений [1, 5, 6, 7]. В частности, предложены методы, основанные на принципе минимизации расстояния между искомым вектором $Y = (y_1, y_2, \dots, y_n) \in R^n$ и его оценкой $\tilde{Y} = (\tilde{y}_1, \tilde{y}_2, \dots, \tilde{y}_n) \in R^n$ в метрике l_p

$$\|Y - \tilde{Y}\| = \left(\sum_{i=1}^n |\tilde{y}_i - y_i|^p \right)^{\frac{1}{p}}, \quad p > 1.$$

Поэтому «уравненное» значение $\tilde{Y}$ определяемой величины при этом называть ее L_p -оценкой.

Такая постановка задачи приводит к широкому обобщению ряда применяемых принципов и основанных на них методов обработки результатов измерений. Так, при $p=2$ имеет место условие метода наименьших квадратов

$$\|Y - \tilde{Y}\|_2 = \sum_i (\tilde{y}_i - y_i)^2 \rightarrow \min,$$

при $p=1$ — метода наименьших модулей

$$\|Y - \tilde{Y}\|_1 = \sum_i |\tilde{y}_i - y_i| \rightarrow \min,$$

при $p=\infty$ — метода равномерных приближений

$$\|Y - \tilde{Y}\|_{\infty} = \max |\tilde{y}_i - y_i| \rightarrow \min.$$

С вероятностной точки зрения указанные частные случаи отражают применение метода максимального правдоподобия соответственно для нормального, экспоненциального и равномерного распределения ошибок измеренных величин. При этом получаемые для этих распределений L_p -оценки являются несмещенными [1]. При $1 \leq p < 2$ L_p -оценки оказываются более устойчивыми по отношению к грубым ошибкам измерений, нежели результаты обработки по методу наименьших квадратов. В тех случаях, когда закон распределения ошибок заранее не известен, имеет смысл рассмотреть также L_p -оценки и при $p \gg 2$.

Методика получения L_p -оценок рассмотрена в ряде работ, в частности Е. З. Демиденко [1], В. И. Мудровым и В. Л. Кушко [5]. Имеется возможность сравнительно просто уравнивать результаты измерений методом L_p -оценок в рамках единого итеративного алгоритма, получившего название «итеративного метода наименьших квадратов» (ИМНК) Флетчера—Гранта—Хобдена, вычислительная сторона которого по [1] заключается в следующем. Запишем в матричном виде систему n линейных уравнений ошибок с m неизвестными ($n > m$)

$$AX + L = V, \quad (1)$$

где $A = (a_{ij})_{nm}$ — матрица коэффициентов системы уравнений; $X^T = (x_1, x_2, \dots, x_m)$ — вектор свободных членов; $V^T = (v_1, v_2, \dots, v_n)$ — вектор поправок.

Решение системы (1) находим при условии

$$\|\tilde{X}\|_p = \sum_{i=1}^n |V_i|^p \equiv Q(x) \rightarrow \min. \quad (2)$$