

В. В. КИРИЧУК, А. С. ЛАВНИКЕВИЧ

ПРИБЛИЖЕННЫЙ СПОСОБ ОПРЕДЕЛЕНИЯ АЗИМУТА И ШИРОТЫ ПО НАБЛЮДЕНИЯМ ПРОХОЖДЕНИЯ СОЛНЦА ЧЕРЕЗ ДВЕ ГОРИЗОНТАЛЬНЫЕ НИТИ

В 1933 г. Р. В. Куницкий [1] предложил способ приближенного определения азимута по наблюдениям звезды через две горизонтальные нити трубы теодолита, угловое расстояние между которыми известно. Способ Р. В. Куницкого основан на применении формулы [2]

$$\Delta z = 15 \cos \varphi \sin A \Delta t, \quad (1)$$

где Δz — изменение зенитного расстояния светила, соответствующее изменению его часового угла Δt ; φ — широта места наблюдения; A — средний азимут светила (отнесенный к середине интервала Δt).

В работе [3], определяя Δz как величину видимого диаметра $2R_{\odot}$ Солнца, нами предложен способ приближенного определения азимута по наблюдениям Солнца. Исследованы выгоднейшие условия определения азимута, получены рабочие формулы, выполнена оценка влияния ускорения движения Солнца по азимуту, влияние рефракции на разность Δz , исследовано остаточное влияние коллимации. Показаны положительные и отрицательные стороны предлагаемого способа.

В данной статье предлагается приближенный способ определения азимута и широты по наблюдениям прохождения Солнца через две горизонтальные нити трубы теодолита.

Если широта места наблюдения известна, то из формулы (1) следует, что

$$\sin A_{\odot} = \frac{\Delta z''}{15 \cos \varphi \Delta t_{\odot}^s}, \quad (2)$$

где $\Delta t_{\odot}^s = \Delta T^s$ — интервал времени, в течение которого верхний или нижний край Солнца проходит две горизонтальные нити трубы теодолита.

Рассмотрим условия определения азимута. После логарифмирования и дифференцирования формулы (2), замены дифференциалов конечными приращениями и перехода к средним квадратическим ошибкам получим

$$m_{A_{\odot}} = \sqrt{tg^2 A_{\odot} tg^2 \varphi m_{\varphi}^2 + tg^2 A_{\odot} \frac{m_{\Delta t}^2}{\Delta t_{\odot}^2} \rho^2 + tg^2 A_{\odot} \frac{m_{\Delta z}^2}{\Delta z^2} \rho^2} = \\ = \sqrt{m_1^2 + m_2^2 + m_3^2}, \quad (3)$$

где

$$m_{\Delta t} = \sqrt{m_{T_1}^2 + m_{T_2}^2} = m_T \sqrt{2}, \quad (4)$$

m_T — ошибка фиксации края Солнца с нитью.

Из формулы (3) следует, что $m_{A_{\odot}}$ минимальна в меридиане и увеличивается по мере удаления Солнца от него и что большее значение имеет ошибка m_2 , которая убывает с увеличением широты.

Данные табл. 1 показывают, что определение азимута со средней ошибкой $\pm 2'$ возможно, если наблюдать прохождение верхнего или нижнего края Солнца через две ближайšie горизонтальные нити трубы теодолита в удалении не более $8-15^\circ$ от меридиана, а при удалении Солнца не более $15-20^\circ$ от меридиана его следует наблюдать через две крайние нити, тогда ошибка m_2 будет в два раза меньше. При удалении Солнца не более $8-20^\circ$ от меридиана Δt_\odot будет от $8^m,5$ до 20^m .

Таблица 1

Априорная оценка точности определения азимута

Ошибки и разность часовых углов	Азимут A_\odot								
	5°	10°	20°	5°	10°	20°	5°	10°	20°
m_1	0,1	0,2	0,3	0,1	0,2	0,4	0,2	0,3	0,6
m_2	0,2	0,8	3,4	0,2	0,7	2,9	0,1	0,5	2,2
m_3	0,3	0,6	1,2	0,3	0,6	1,2	0,3	0,6	1,2
m_{A_\odot}	0,4	1,0	3,6	0,4	0,9	3,2	0,4	0,8	2,6
Δt_\odot	$16,9^m$	$8,5^m$	$4,3^m$	$20,2^m$	$10,1^m$	$5,1^m$	$25,9^m$	$13,0^m$	$6,6^m$

Примечание. Оценка точности азимута A_\odot определялась последовательно при широте 40° , 50° и 60° соответственно.

Порядок обработки результатов следующий:

1. Вычисление среднего азимута Солнца по формуле (2), где интервал ΔT^s выражается в средних единицах и исправляется за ход хронометра.

$$\Delta T^s = (T_2 - T_1) + \omega_{10}^m \left(\frac{T_2 - T_1}{10} \right)^m. \quad (5)$$

2. Вычисление места севера по формуле

$$M_N = \frac{N'_\odot + N''_\odot}{2} - A_\odot \pm 180^\circ, \quad (6)$$

где N'_\odot и N''_\odot — отсчеты по горизонтальному кругу при наблюдении Солнца.

3. Вычисление азимута земного предмета по формуле

$$A_\Delta = N_\Delta - M_N. \quad (7)$$

Для проверки точности предлагаемого способа выполнено 10 приемов определения азимута по Солнцу теодолитом ТТ-50 № 5335, у которого были вычислены расстояния Δz_1 , Δz_2 и Δz по нивелирной рейке [4] и из астрономических определений, значения которых приведены в табл. 2.

Таблица 2

Величина расстояний между нитями

По рейке			Из астрономических определений		
Δz_1	Δz_2	Δz	Δz_1	Δz_2	Δz
1015,7	1020,6	2036,3	1017,4	1020,0	2037,0
1017,0	1021,0	2038,0	1018,4	1019,0	2037,4
1018,6	1019,5	2038,1	1016,8	1019,8	2036,6
1019,5	1017,7	2037,2	1017,2	1018,8	2036,0
1017,7	1020,1	2037,8	1018,0	1018,4	2036,4

Примечание. Средние значения Δz_1 , Δz_2 , Δz , вычисленные по нивелирной рейке, составляют $1017'',7$; $1019'',8$; $2037'',5$, взятые из астрономических определений — соответственно $1017'',6$; $1019'',2$; $2036'',8$.

В табл. 2:

Δz — расстояние между крайними нитями,

Δz_1 — расстояние между нижней и средней нитью,

Δz_2 — расстояние между верхней и средней нитями теодолита.

Результаты определения азимута по Солнцу из 10 приемов приведены ниже:

Прием	A_{Δ}	$A_{\Delta_{\text{ср}}}-A_{\Delta}$	Прием	A_{Δ}	$A_{\Delta_{\text{ср}}}-A_{\Delta}$
1	287°47,9	-0,8	6	287°48,3	-1,2
2	46,2	+0,9	7	46,0	+1,1
3	48,0	-0,9	8	47,8	-0,7
4	48,1	-1,0	9	46,5	+0,6
5	46,3	+0,8	10	46,1	+1,0

$$A_{\Delta_{\text{ср}}} = 287^{\circ}47',1 \pm 0',3.$$

Расхождение с точным значением азимута (определенным по часовому углу Полярной при $n=12$) равно $\pm 0',3$.

Следовательно, результаты наблюдений подтверждают теоретические исследования и показывают, что определение азимута с ошибкой $\pm 2'$ по наблюдениям прохождения верхнего или нижнего края Солнца через горизонтальные нити зрительной трубы инструмента при азимутах Солнца от 8 до 20° возможно, если момент прохождения Солнца фиксировать с точностью $0^s,5$, знать широту места наблюдения с точностью $1'-3'$, расстояние между нитями до $\pm 1''$, а отсчеты по горизонтальному кругу брать с точностью $\pm 1'$.

Преимущество способа — простота наблюдений и вычислений, а кроме того, не требуется знать координаты Солнца и поправку хронометра. Недостатки способа — значительные затраты времени на наблюдения (от $8^m,5$ до 20^m).

Если азимут Солнца известен, то из формулы (1) следует, что

$$\cos \varphi = \frac{\Delta z''}{15 \sin A_{\odot} \Delta t_{\odot}^s}. \quad (8)$$

Рассмотрим выгоднейшие условия определения широты. После логарифмирования и дифференцирования формулы (8), замены дифференциалов конечными приращениями и перехода к средним квадратическим ошибкам получаем

$$m_{\varphi} = \sqrt{\text{ctg}^2 A_{\odot} \text{ctg}^2 \varphi m_{A_{\odot}}^2 + \text{ctg}^2 \varphi \frac{m_{\Delta t}^2}{\Delta t_{\odot}^2} \rho^2 + \text{ctg}^2 \varphi \frac{m_{\Delta z}^2}{\Delta z^2} \rho^2} = \\ = \sqrt{m_1^2 + m_2^2 + m_3^2}, \quad (9)$$

где

$$m_{\Delta t}^2 = \sqrt{m_{t_1}^2 + m_{t_2}^2} = m_T \sqrt{2}. \quad (10)$$

Из формулы (9) следует, что m_{φ} минимальна в первом вертикале и увеличивается по мере удаления Солнца от него и что большее значение имеет ошибка m_2 , которая убывает с увеличением широты.

Данные табл. 3 показывают, что определение широты со средней ошибкой $\pm 2'$ возможно, если в зоне $70^{\circ} \leq \varphi \leq 80^{\circ}$ фиксировать моменты касания верхнего или нижнего края Солнца с крайними нитями трубы инструмента с точностью $0^s,5$, азимут Солнца определять с ошибкой от ± 5 до $\pm 20'$ и в зоне $80^{\circ} \leq \varphi \leq 85^{\circ}$ фиксировать моменты касания верхнего или нижнего края Солнца с двумя ближайшими нитями трубы инструмента с точностью $\pm 1^s$, азимут Солнца определять с ошибкой до $\pm 30'$.

Априорная оценка точности определения широты

φ	Δz				$\Delta z_1 \approx \Delta z_2$					
	60°		70°		80°		82°		85°	
	90°	90° ± 10°	90°	90° ± 10°	90°	90° ± 10°	90°	90° ± 10°	90°	90° ± 10°
A_{\odot}										
Δt_{\odot}	$m_{4,5}$	$m_{4,6}$	$m_{6,6}$	$m_{6,7}$	$m_{6,5}$	$m_{6,6}$	$m_{8,2}$	$m_{8,3}$	$m_{13,0}$	$m_{13,2}$
$m_T = \pm 0^s,5$					$m_{A_{\odot}} = \pm 5'$					
m_1	0,0	0,5	0,0	0,3	0,0	0,2	0,0	0,1	0,0	0,1
m_2	5,2	5,1	2,2	2,2	1,1	1,1	0,7	0,7	0,3	0,3
m_3	1,0	1,0	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,5	0,3	0,3
m_{φ}	5,3	5,2	2,3	2,3	1,2	1,3	0,9	0,9	0,4	0,4
$m_T = \pm 0^s,5$					$m_{A_{\odot}} = \pm 10'$					
m_1	0,0	1,0	0,0	0,6	0,0	0,3	0,0	0,2	0,0	0,2
m_2	5,2	5,1	2,2	2,2	1,1	1,1	0,7	0,7	0,3	0,3
m_3	1,0	1,0	0,6	0,6	0,6	0,6	0,5	0,5	0,3	0,3
m_{φ}	5,3	5,3	2,3	2,4	1,2	1,3	0,9	0,9	0,4	0,5
$m_T = \pm 0^s,5$					$m_{A_{\odot}} = \pm 20'$					
m_1	0,0	2,0	0,0	1,3	0,0	0,6	0,0	0,5	0,0	0,3
m_2	5,2	5,1	2,2	2,2	1,1	1,1	0,7	0,7	0,3	0,3
m_3	1,0	1,0	0,6	0,6	0,6	0,6	0,5	0,5	0,3	0,3
m_{φ}	5,3	5,6	2,3	2,6	1,2	1,4	0,9	1,0	0,4	0,5
$m_T = \pm 1^s$					$m_{A_{\odot}} = \pm 30'$					
m_1	0,0	3,1	0,0	1,9	0,0	0,9	0,0	0,7	0,0	0,4
m_2	5,2	5,1	2,2	2,2	1,1	1,1	0,7	0,7	0,3	0,3
m_3	1,0	1,0	0,6	0,6	0,6	0,6	0,5	0,5	0,3	0,3
m_{φ}	5,3	6,0	2,3	3,0	1,2	1,5	0,9	1,1	0,4	0,6
$m_T = \pm 1^s$					$m_{A_{\odot}} = \pm 5'$					
m_1			0,0	0,3	0,0	0,2	0,0	0,1	0,0	0,1
m_2			4,4	4,4	2,2	2,2	1,4	1,4	0,5	0,5
m_3			0,6	0,6	0,6	0,6	0,5	0,5	0,3	0,3
m_{φ}			4,4	4,4	2,3	2,3	1,5	1,5	0,6	0,6
$m_T = \pm 1^s$					$m_{A_{\odot}} = \pm 10'$					
m_1					0,0	0,3	0,0	0,2	0,0	0,2
m_2					2,2	2,2	1,4	1,4	0,5	0,5
m_3					0,6	0,6	0,5	0,5	0,3	0,3
m_{φ}					2,3	2,3	1,5	1,5	0,6	0,6
$m_T = \pm 1^s$					$m_{A_{\odot}} = \pm 20'$					
m_1					0,0	0,6	0,0	0,5	0,0	0,3
m_2					2,2	2,2	1,4	1,4	0,5	0,5
m_3					0,6	0,6	0,5	0,5	0,3	0,3
m_{φ}					2,3	2,4	1,5	1,6	0,6	0,7
$m_T = \pm 1^s$					$m_{A_{\odot}} = \pm 30'$					
m_1					0,0	0,9	0,0	0,7	0,0	0,5
m_2					2,2	2,2	1,4	1,4	0,5	0,5
m_3					0,6	0,6	0,5	0,5	0,3	0,3
m_{φ}					2,3	2,4	1,5	1,6	0,6	0,8

Обработка наблюдений состоит из вычисления величины ΔT^s по формуле (5) и среднего азимута Солнца по формуле

$$A_{\odot} = \frac{L_1(R_1 \pm 180^\circ) + L_2(R_2 \pm 180^\circ)}{2}, \quad (11)$$

где L и R отсчеты по горизонтальному кругу предварительно ориентированного инструмента.

Для проверки предлагаемого способа выполнено 10 приемов определения широты по Солнцу теодолитом ТТ-50 № 5335. Ввиду того, что на широте 50° ошибка m_2 большая, при наблюдениях мы фиксировали время с помощью маркопечатающего хронографа до $\pm 0^s,01$. Результаты определения широты из 10 приемов приведены ниже:

Прием	φ	$\varphi_{\text{ср}} - \varphi$	Прием	φ	$\varphi_{\text{ср}} - \varphi$
1	$49^\circ 47,2$	$+0,5$	6	$49^\circ 50,5$	$-0,8$
2	$48,0$	$-0,3$	7	$52,3$	$-2,6$
3	$52,2$	$-2,5$	8	$51,4$	$-1,7$
4	$48,3$	$-0,6$	9	$52,4$	$-2,7$
5	$47,0$	$+0,7$	10	$47,9$	$-0,2$
$\varphi_{\text{ср}} = 49^\circ 49,7$		$\pm 0,5$	$\varphi_{\text{точное}} = 49^\circ 50', 11'', 2.$		

Следовательно, результаты наблюдений подтверждают теоретические исследования и показывают, что определение широты с ошибкой $\pm 2'$ по наблюдениям прохождения верхнего или нижнего края Солнца через две горизонтальные нити зрительной трубы инструмента при удалении Солнца от первого вертикала до $\pm 10^\circ$ вполне возможно.

Как указывалось ранее [3], основным требованием, предъявляемым к инструментам, при определении азимута и широты предлагаемым способом является неизменность положения зрительной трубы по высоте во время наблюдений ($6^m - 20^m$). Теодолиты отечественной конструкции в достаточной степени обладают этим качеством [5].

Тем не менее для контроля положения трубы по высоте в период наблюдений можно брать отсчеты по уровню при вертикальном круге в моменты касания верхнего или нижнего края Солнца с нитями. Для инструментов с ценой деления уровня при вертикальном круге порядка $10 - 15''$ в величину Δz можно вводить поправку по формуле

$$\delta z = (b_2 - b_1) \frac{\tau}{2}, \quad (12)$$

где τ — цена деления уровня, а b_1 и b_2 — наклонности, вычисляемые по формулам

$$\begin{aligned} b &= (-\lambda + \rho) \quad \text{нуль в середине,} \\ b &= [(\lambda + \rho) - m] \quad \text{нуль слева,} \\ b &= [m - (\lambda + \rho)] \quad \text{нуль справа.} \end{aligned}$$

Ошибка учета наклонности, определяемая по формуле

$$m_{\delta z}^2 = m_{\text{ур}}^2 \tau^2 + (b_2 - b_1)^2 \cdot \frac{m_{\tau}^2}{2}, \quad (13)$$

при $\tau = 10 - 15''$, $(b_2 - b_1) = 1$ деление уровня, $m_{\text{ур}} = 0,1$, $m_{\tau} = \pm 1''$, равна $\pm 1'', 1 - 1'', 3$, что лежит в пределах точности определения расстояния между нитями.

Для инструментов с более низкой ценой деления уровня ($20 - 30''$) вводить поправку δz не целесообразно, ибо ошибка учета наклонности

в этом случае $m_{\delta z}$ достигает $\pm 2''-3''$ из-за малоточности самого уровня. В этом случае необходимо отбраковать те приемы, при выполнении которых пузырек уровня при вертикальном круге смещался.

Итак, преимущества данного способа — простота наблюдений и вычислений, сравнительно небольшая продолжительность наблюдений от $6^m,5$ до $13^m,2$ невысокие требования к фиксации моментов касания краев Солнца с нитью и ориентирование инструмента в меридиане, что особенно ценно при наблюдениях в условиях антарктического лета, ибо отсутствие ярких близполюсных звезд в южном полушарии затрудняет ориентирование инструментов; не требуется знать координаты Солнца и поправку хронометра.

Недостатки способа — узкий сектор удаления Солнца от первого вертикала.

ЛИТЕРАТУРА

1. Куницкий Р. В. Приближенный способ определения азимута звезды по наблюдениям ее прохождения через две горизонтальные нити. — «Астрономический журнал», 1933, т. 10, вып. 1.
2. Блажко С. Н. Курс сферической астрономии. М., 1951.
3. Киричук В. В., Лавникович А. С. Об одном из способов приближенного определения азимута по наблюдениям прохождения диска Солнца через горизонтальную нить зрительной трубы инструмента. — «Геодезия и картография», 1972, № 7.
4. Чеботарев А. С., Селиханович В. Г., Соколов М. Н. Геодезия. ч. 2. М., Геодезиздат, 1962.
5. Кузнецов Н. Н. Геодезическая астрономия. М., 1966.

Работа поступила в редколлегию 4 января 1974 г. Рекомендована кафедрой теории математической обработки геодезических измерений Львовского политехнического института.