

УДК 622.1.528.7

К. Е. БУРАК

Ивано-Франковский институт нефти и газа

РАБОЧИЕ ФОРМУЛЫ ФОТОГРАММЕТРИЧЕСКОГО МЕТОДА ОПРЕДЕЛЕНИЯ СМЕЩЕНИЙ РЕПЕРОВ ПРОФИЛЬНЫХ ЛИНИЙ

В работе [3] приведена методика измерения деформаций при наличии смещений контрольных точек и изменении положения центра проекции фотограмметрическим методом, значительно расширяющая его возможности. Идея, изложенные в этой работе, использованы нами при разработке методики измерения смещений реперов профильных линий на оползнях. Поскольку в качестве контрольных точек и точек фотографирования можно применять любые репера, смещение которых определено геодезическим путем, при наличии мертвых пространств или в случае съемки длинных профильных линий можно разбивать последние на ряд частных створов с последующим пересчетом по формулам трансформирования координат найденных смещений на общий створ.

Для определения формул смещений реперов необходимо учитывать следующие особенности, возникающие в данном случае:

1) выбор неподвижных контрольных точек затруднен, и выбрать хотя бы одну неподвижную контрольную точку часто невозможно;

2) ориентирование оптической оси при повторной съемке вследствие этого может значительно отличаться от первоначального;

3) репера, смещение которых определяют, размещают по профильным линиям в створе.

При выводе формул предполагаем, что одна из горизонтальных составляющих полного вектора сдвижения оползневой точки (проекция его на створ линии) известна по результатам линейных измерений. Точность линейных измерений не ниже 1 : 10 000. Таким образом, фотограмметрическим методом определяют вертикальную составляющую полного вектора сдвижения ΔZ и горизонтальную проекцию его на плоскость, перпендикулярную створу ΔX .

При фотографировании фототеодолит центрируют над одним из реперов (точка s на рис. 1 и 2), оптическую ось приводят в горизонтальное положение и ориентируют по направ-

ению репера, расположенного на противоположном конце фотографируемого створа, изображение которого на снимке принимается за начало координат. Значения векторов сдвижения точек s и 0 предполагаются известными из геодезических наблюдений.

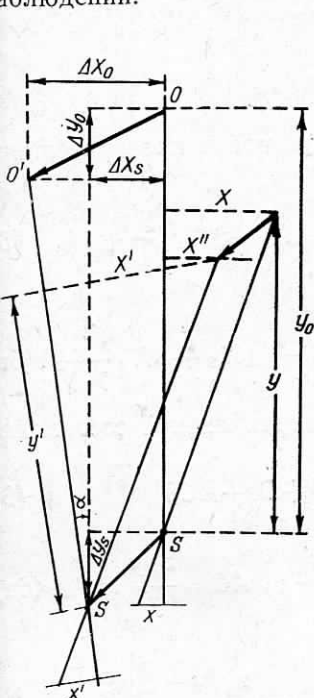


рис. 1. Определение горизонтальной составляющей вектора сдвижения ΔX .

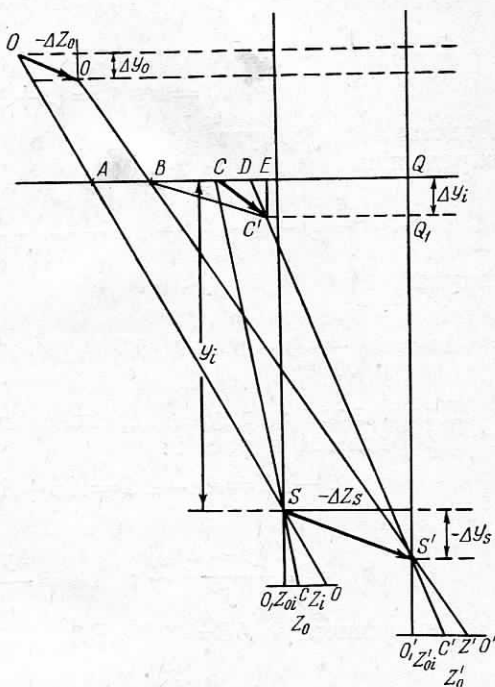


рис. 2. Определение вертикальной составляющей вектора сдвижения ΔY .

Смещение Δx и Δz определяют через измеренные псевдопараллаксы на контрольной px^0 , pz^0 и определяемой px^i , pz^i точках по формулам:

$$\Delta x = (x' - x) = (pz^i - pz^0), \quad (1)$$

$$\Delta z = (z' - z) = (pz^i - pz^0), \quad (1a)$$

где x , z , x' , z' — координаты определяемой точки на снимке, полученном до и после смещения соответственно;

для вывода формулы горизонтальной составляющей вектора сдвижения ΔX обратимся к рис. 1. Здесь S' , O' — положение центра проекции и контрольной точки после смещения; y , y_0 , y' , y_0' — отстояния до контрольной и определяемой точек до и после смещения;

На рис. 1 найдем

$$\Delta X = X - X''. \quad (2)$$

Используя известные формулы трансформирования координат, получаем

$$X'' = X' \cos \alpha - Y' \sin \alpha + \Delta X_s, \quad (3)$$

где

$$\sin \alpha = (\Delta X_0 - \Delta X_s)/y'_0, \quad \cos \alpha = (y_0 + \Delta y_s + \Delta y_0)/y'_0 = y''/y'_0.$$

Величину X' найдем по формуле

$$X' = x'y'/f = (x + \Delta x)y'/f. \quad (4)$$

Подставляя формулы (4) и (3) в (2), после преобразований определяем

$$\Delta X = \frac{x}{f} \left(y - \frac{y' y''_0}{y'_0} \right) - \Delta x \frac{y' y''_0}{f y'_0} + \frac{y'}{y'_0} \Delta X_0 - \Delta X_s \left(\frac{y'}{y'_0} + 1 \right), \quad (5)$$

откуда

$$\Delta x = x \left(\frac{y \cdot y'_0}{y' y''_0} - 1 \right) + (\Delta X_0 - \Delta X_s) \frac{f}{y''_0} - (\Delta X_s + \Delta X) \frac{f \cdot y'_0}{y' y''_0}. \quad (5a)$$

Для вывода формулы определения вертикальной составляющей обратимся к рис. 2:

$$-\Delta Z = A\varepsilon - AC = AB + BD + D\varepsilon - AC, \quad (6)$$

где

$$BD = \frac{z' (y - \Delta y_s)}{f}; \quad D\varepsilon = \frac{\Delta y z'_{0i}}{f}; \quad AC = \frac{z \cdot y}{f}. \quad (6a)$$

Найдем величину $AB = AQ + BQ$

$$AQ = AF - \Delta Z_s = \frac{z_0 \cdot y}{f} - \Delta Z_s; \quad BQ = \frac{z'_0 (y - \Delta y_s)}{f}.$$

Отсюда

$$AB = \frac{y}{f} (z_0 - z'_0) + \frac{z'_0 \Delta y_s}{f} - \Delta Z_s. \quad (7)$$

Подставив формулу (7) и (6a) в (6) и, приняв во внимание, что

$$z_0 = \frac{Z_{\text{нач}} f}{y_0}; \quad x'_0 = \frac{(Z_{\text{нач}} - \Delta Z_s + \Delta Z_0) f}{y'_0},$$

после преобразований получим

$$\begin{aligned} -\Delta Z = & Z_{\text{нач}} y \left(\frac{1}{y_0} - \frac{1}{y'_0} \right) + \frac{y}{y'_0} (\Delta Z_s - \Delta Z_0) + \\ & + \frac{z_0 \Delta y_s}{f} - \Delta Z_s + \frac{y_i \Delta z}{f} - \frac{z' \Delta y_s}{f} + \frac{\Delta y_i z'_{0i}}{f}, \end{aligned} \quad (8)$$

где $Z_{\text{нач}}$ — превышение точки над центром проекции в первой серии наблюдений.

Учитывая, что $z'_0 - z' = z'_{0i}$, определяем

$$-\Delta Z = Z_{\text{нач}} y \left(\frac{1}{y_0} - \frac{1}{y'_0} \right) + \frac{y}{y'_0} (\Delta Z_S - \Delta Z_0) - \Delta Z_S + \\ + \left(\frac{\Delta y_i + \Delta y_S}{f} \right) z'_{0i} + \frac{y \Delta z}{f}. \quad (9)$$

Отсюда

$$\Delta z = - \left[\frac{\Delta Z f}{Y} + Z_{\text{нач}} f \left(\frac{1}{y_0} - \frac{1}{y'_0} \right) + \frac{f (\Delta Z_S - \Delta Z_0)}{y'_0} - \right. \\ \left. - \frac{\Delta Z_S f}{y} + \frac{(\Delta y - \Delta y_S)}{y} \cdot z'_{0i} \right]. \quad (10)$$

Анализ формул (5) и (10) показывает, что если точность линейных измерений не ниже 1:10 000, фокусное расстояние известно с точностью до 0,1 мм и точность измерения координат x и z на снимке порядка 0,02 мм, то влиянием ошибок в определении этих величин на точность определения смещений можно пренебречь, поскольку оно будет выражаться величинами не более 1:200 000 отстояния.

Средние квадратические ошибки определения смещений фотogramметрическим методом с использованием формул (5) и (10) находят из выражений:

$$m_{\Delta Z}^2 = \left(\frac{y}{f} m_{\Delta z_{\Phi}} \right)^2 + \left[\left(\frac{z'_{0i}}{f} \right)^2 \cdot (m_{\Delta y}^2 + m_{\Delta y_S}^2) \right] + \\ + \left[m_{\Delta Z_S} \left(\frac{y}{y_0} - 1 \right) \right]^2 + \left(\frac{y_i}{y_0} m_{\Delta Z_S} \right)^2; \quad (11)$$

$$m_{\Delta X}^2 = \left(\frac{y'}{f} m_{\Delta x_{\Phi}} \right)^2 + \left(\frac{y'}{y_0} m_{\Delta X_0} \right)^2 + \left[\left(\frac{y'}{y_0} + 1 \right) m_{\Delta X_S} \right]^2. \quad (12)$$

Примем:

$$m_{\Delta y_i} \approx m_{\Delta y_S} = m_{\Delta y}; \quad m_{\Delta Z_S} \approx m_{\Delta Z_0} = m_{\Delta Z}; \\ m_{\Delta X_0} \approx m_{\Delta X_S} = m_{\Delta X}; \quad \frac{y_i}{y_0} \approx \frac{y'_i}{y'_1} = k_1; \quad \frac{z'_{0i}}{f} = k_2.$$

С учетом введенных выше обозначений представим формулы (11) и (12) в более простом виде, удобном для оценки точности и обоснования методики работ:

$$m_{\Delta Z}^2 = \left(\frac{y}{f} m_{\Delta z_{\Phi}} \right)^2 + 2 (k_2 m_{\Delta y})^2 + m_{\Delta Z}^2 [k_1^2 + (k_1 - 1)^2]; \quad (13)$$

$$m_{\Delta X}^2 = \left(\frac{y}{f} m_{\Delta x_{\Phi}} \right)^2 + m_{\Delta X}^2 [k_1^2 + (k_1 + 1)^2]. \quad (14)$$

Результаты экспериментальной проверки рабочих формул

Точка	y_i , м	Δy_i , мм	Δx					
			Смещения, мм		Доверитель- ные интер- валы, мм		Ошибки, мкм	
			истинные	измерен- ные			$m\Delta$	ρ
1	249,127	-182	-239,2	Конт- рольная			2,1	
2	235,075	0	0	-0,1	0,8	1,0	3,5	6,5
3	215,523	0	0	-1,7	0,8	1,7	3,0	7,1
4	196,009	-225	-176,2	-177,7	0,9	1,5	2,8	8,5
5	176,227	0	0	-0,1	0,6	1,2	3,1	6,6
6	156,509	-238	-107,2	-107,4	0,6	1,2	3,3	7,5
7	137,138	0	0	-1,5	0,4	0,9	3,3	5,3
8	68,577	0	0	+1,4	0,2	0,7	2,8	5,0
0	62,079	-210	-133	Конт- рольная			1,8	
0	50,749	0	0				2,0	

Поскольку продолжительность полевых работ в основном зависит от объема геодезических измерений по определению смещений контрольных точек, то методика введения поправок за нарушение элементов ориентирования была принята такой, при которой требуется минимальное количество этих точек.

Вследствие того, что абсциссы точек на снимке не превышают 1—2 мм (точки расположены в створе), исправленные значения смещений по оси x — $\Delta x_{\text{исп}}$ можно найти по формулам:

$$\Delta x_{\text{исп}} = \Delta x \cdot \delta \Delta x_x; \quad (15)$$

$$\delta \Delta x_x = (\Delta x^1 - \Delta x_{\text{выч}}^1) z / z^1, \quad (15a)$$

где $\Delta x_{\text{выч}}^1$ — разность псевдопараллаксес на точке 1, используемой в качестве контрольной, вычисленная по формуле (5a). С одной стороны, точка 1 должна находиться на максимальном отстоянии по оси z снимка от точки O , с другой стороны, из формул (12) следует, что точка O должна быть расположена на дальнем плане (в этом случае k_1 будет минимальным), поэтому в качестве контрольной точки лучше всего определять ближайший к точке S репер.

Исправленные значения смещений по оси z находили по формулам:

Таблица 1

фотограмметрического метода определения смещений реперов продольных линий

Δx						
Смещения, мм		Доверительные интервалы, мм		Ошибки, мкм		Относительные ошибки $(\Delta z_{\text{изм}} - \Delta x_{\text{ист}}) / y_i$ $(\Delta x_{\text{изм}} - \Delta x_{\text{ист}}) / y_i$
истинные	измеренные			$m\Delta$	μ	
Не измеряли	+19,4	0,9	2,5	3,6	5,6	
0	Контр.			3,1		1:2 350 000
0	-2,0	0,6	2,2	2,8	4,6	1: 127 000
Не измеряли	+64,3	0,7	2,1	3,3	5,4	1: 131 000
0	-3,1	0,7	2,0	2,9	5,8	1:1 760 000
						1: 57 000
Не измеряли	+88,5	0,7	1,9	1,8	7,3	1: 782 000
-5,0	-6,9	0,4	1,7	2,3	5,0	1: 91 000
						1: 72 000
0	-0,4	0,2	1,3	1,8	3,2	1: 50 000
						1: 170 000
Не измеряли	+65,2	0,2	1,3	1,8	4,4	
0				1,3		

$$\Delta z' = \Delta z - \delta \Delta f^*; \quad (16) \quad \Delta z_{\text{изм}} = \Delta z^1 - \delta \Delta \omega; \quad (16a)$$

$$\delta \Delta \omega = (z/z^1)^2 (\Delta z^1 - \Delta z_{\text{выч}}^1). \quad (16b)$$

Для проверки предлагаемой методики был выполнен следующий эксперимент. На одной из профильных линий оползневой станции в двух сериях параллельно с комплексом геодезических работ были проведены и работы по фотограмметрическому измерению предлагаемой методикой величин ΔX и ΔZ . Геодезические работы включали: а) проведение линейных измерений — точность 1:10 000; б) геометрическое нивелирование оползневых точек по программе 2-го кл.

Результаты геодезических наблюдений позволили сделать вывод, что на данном участке за период между двумя сериями наблюдений оползневые явления не проявлялись. Поэтому в тех случаях, когда во второй серии марки были установлены при помощи жестких отвесов точно на оползневых точках, как и в первой серии, истинные значения измеряемых смещений были приняты равными 0. Кроме того, часть марок во второй серии была специально смещена по отношению к их первоначальному положению в первой серии. Значения этих смещений по оси Z были определены с ошибкой не более 0,5 мм.

* Поправку $\delta \Delta f$ за изменение фокусного расстояния определяли по методике, предложенной в работе [2].

Разность высот штативов в сравниваемых сериях на точке S, измеренная при помощи нивелира Н-1 и штриховой инварной рейки, составила 165,3 мм. Перепад температуры воздуха во время наблюдений в первой и второй сериях составлял 2°.

В каждой серии наблюдений экспонировали по восемь пластинок, которые одновременно были проявлены и отфиксированы в кислом дубящем фиксаже. Измерение псевдопараллакс-ов проводили на стекометре народного предприятия «Карл Цейсс» Йена (ГДР). При измерении псевдопараллакс-ов наведения на каждую точку проводили дважды как при прямом, так и при обратном ходе. За вероятнейшее значение принимали среднее арифметическое из прямых и обратных ходов. Измерения с разницей результатов более 15 мкм между ходами браковали и в дальнейшую обработку не включали. По результатам измерений определяли средние квадратические ошибки вероятнейших значений, используя разности двойных измерений d (разности между значениями прямого и обратного хо-

$$\text{дов}), \quad m_d = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{[d^2]}{n}}.$$

Результаты приведены в таблице.

Значения смещений определяли, используя формулы (5) и (9). Поправки за нарушение элементов ориентирования вводили по формулам (15а), (16а), применяя в качестве контрольных точки 0 и 1. Найденные и истинные значения смещений приведены в таблице. Все вычисления выполнены на ЭЦВМ.

Доверительные интервалы для истинных значений измеряемых смещений определяли по внутренней сходимости результатов с вероятностью 0,683. Сравнение их с истинными значениями измеряемых величин показало, что этот контроль недостаточно надежен.

Более обоснованный анализ точности можно сделать на основании решения прямой задачи [5] по формулам (13) и (14).

Ошибки центрирования хорошо изучены, и на основании справочных данных [4] примем их равными $m_{\Delta x} = 0,5$ мм. Величина $m_{\Delta z}$ в нашем случае также была равна 0,5 мм. Ошибку $m_{\Delta y}$ определяли по данным о точности линейных измерений. Таким образом, все величины, входящие в формулы (13) и (14), известны достаточно надежно, кроме величин $m_{\Delta z_{\phi}}$ и $m_{\Delta x_{\phi}}$. Их находили по внутренней сходимости результатов, используя формулу Бесселя [1], при условии, что величины $m_{\Delta y}$, $m_{\Delta x}$, и $m_{\Delta z}$ одинаково искажают псевдопараллаксы соответствующих точек на всех пластинках.

Анализ данных таблицы и расчеты точности по формулам (13) и (14) дают возможность сделать вывод, что точность определения составляющих векторов сдвижения при применении данной методики главным образом будет зависеть от погрешностей, с которыми мы определяем стабильность реперной

основы, поскольку средняя квадратическая относительная ошибка собственно фотограмметрических измерений не ниже 1 : 70 000.

Опыт работ по применению фотограмметрического метода взамен створных наблюдений и геометрического нивелирования реперов профильных линий, проведенных автором, также показал, что наряду с этим предлагаемая методика значительно увеличивает производительность полевых работ и повышает их безопасность по сравнению с традиционно применяемыми геодезическими методами.

Список литературы: 1. Гайдаев П. А., Большаков В. Д. Теория математической обработки геодезических измерений. М., Недра, 1969. 2. Патенко Д. Е., Оберемок Л. В. О влиянии температуры на фокусное расстояние камеры фототеодолита. — Геодезия и картография, 1970, № 8. 3. Сердюков В. М. Фотограмметрия в промышленном и гражданском строительстве. М., Недра, 1977. 4. Справочник геодезиста. М., Недра, 1969. 5. Сытник В. С. Основы анализа и расчета точности геодезических измерений в строительстве. М., Стройиздат, 1974.

Работа поступила 21 марта 1978 года. Рекомендована кафедрой прикладной геодезии Ивано-Франковского института нефти и газа.

УДК 528

ЕЖИ БЭРНАСИК

Краковская горно-металлургическая академия (ПНР)

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ДЕФОРМАЦИИ ОБЪЕКТОВ ФОТОГРАММЕТРИЧЕСКИМ СПОСОБОМ

Необходимым условием точного определения пространственных перемещений точек исследуемого объекта является выполнение снимков при оптимальных условиях фотограмметрической прямой засечки. Снимки необходимо делать с близкого расстояния и так, чтобы направления засечки пересекались под углом, близким к 90° . Этим условиям соответствует измерительная сеть, представленная на рис. 1.

Описанная в данной статье методика позволяет непосредственно вычислять параметры перемещения измеренной точки.

Снимки выполняют по меньшей мере с двух точек (I и II, рис. 1). Если не гарантирована устойчивость этих точек, выбирают две дополнительные точки, в которых устанавливают теодолит и в каждом цикле периодических наблюдений измеряют углы $\alpha_i, \alpha_{II}, \beta_i, \beta_{II}$, позволяющие изучить горизонтальные перемещения точек I и II. Вертикальные перемещения необходимо определить при помощи нивелирования. Каждый раз оси камер ориентируют по дальней постоянной точке (точка 2,