

Д. И. МАСЛИЧ, С. Г. ВЛАСЕНКО

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАЗНОСТИ КОЭФФИЦИЕНТОВ РЕФРАКЦИИ, ВЫЗВАННЫХ КОЛЕБАНИЕМ ВЫСОТ И АСИММЕТРИЕЙ ПРОФИЛЯ ЛИНИИ НИВЕЛИРОВАНИЯ

Большое различие метеорологических условий на соседних пунктах и асимметричность профилей подстилающей поверхности линий нивелирования в горных условиях являются причиной разности величин рефракции на этих пунктах. Особенно наглядно это различие заметно в значениях коэффициентов рефракции в горно-долинных условиях. Д. И. Маслич в работе [3] получил формулы, позволяющие учесть с необходимой точностью систематическое влияние рефракции для двух характерных случаев:

а) пункты располагаются на отдельных вершинах и средняя высота визирного луча не менее 70 м;

б) смежные пункты располагаются на вершине и в горной долине, средняя высота визирного луча колеблется в пределах 20—70 м. Эти формулы имеют следующий вид:

$$\Delta k' = 0,4 \frac{p\Delta H}{T^3}; \quad (1)$$

$$\Delta k'' = 0,4 \frac{p\Delta H}{T^3} + 668,7 \frac{p \cdot c}{T^2} \left[ \frac{\Delta h_3}{h_{31} \cdot h_{32}} + 0,023 \frac{\Delta H}{T \cdot h_{31}} - 0,013 \frac{\Delta H^2}{T^2 \cdot h_{32}} \right]. \quad (2)$$

В формулах (1) и (2)  $\Delta k'$ ,  $\Delta k''$  — разность коэффициентов рефракции на нижнем и верхнем пунктах соответственно для первого и второго случаев;  $\Delta H$  — разность отметок;  $T$ ,  $c$  и  $p$  — соответственно температура, аномальная часть температурного градиента и давление на нижнем пункте;  $h_{31}$  и  $h_{32}$  — эквивалентные высоты на нижнем и верхнем пунктах;  $\Delta h_3 = h_{31} - h_{32}$ .

Вычисление разности коэффициентов рефракции на концах нивелируемой линии по формулам (1) и (2) требует определения величин  $\Delta H$ ,  $h_{31}$ ,  $h_{32}$ ,  $\Delta h_3$ ,  $p$ ,  $T$  и  $c$ .

На нижнем пункте непосредственно измеряют давление, температуру и аномальную часть вертикального температурного градиента. Для этого достаточно иметь анероид и два психрометра, которые устанавливаются на разных высотах. Преимущества измерения величин  $p$ ,  $T$  и  $c$  на нижнем пункте очевидны, так как в горных условиях определения на верхних пунктах часто затруднены. Величины  $\Delta H$ ,  $h_{31}$  и  $h_{32}$  определяют по топографическим картам масштабов 1 : 25000—1 : 100000 с определенной степенью приближения.

В производственных условиях не всегда возможно проводить измерения метеозаэментов, особенно величины вертикального градиента температуры. Не всегда можно вычислить величины  $\Delta k$ . Для этих случаев можно использовать специально составленные таблицы, которые позволили бы приближенно в зависимости от периода суток и условий погоды, а также разности отметок пунктов и величин эквивалентных высот определять величину  $\Delta k$ .

При составлении таких таблиц в формуле (1) переменными величинами будут  $T$ ,  $p$  и  $\Delta H$ , а в формуле (2) —  $T$ ,  $p$ ,  $c$ ,  $\Delta H$ ,  $h_{\text{э}1}$ ,  $h_{\text{э}2}$  и  $\Delta h_{\text{э}}$ . Для определения удобной формы и целесообразности таблиц при разработке методики их вычисления вначале рассчитаем влияние отдельных аргументов на величину  $\Delta k$ . Такой расчет можно выполнить определением частных производных для рассматриваемых формул по отдельным аргументам. В результате дифференцирования были получены следующие формулы:

$$\frac{\partial \Delta k'}{\partial T} = -\frac{1,2p\Delta H}{T^4}; \quad \frac{\partial \Delta k'}{\partial \Delta H} = 0,4 \frac{p}{T^3}; \quad \frac{\partial \Delta k'}{\partial p} = 0,4 \frac{\Delta H}{T^3}; \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \Delta k''}{\partial T} &= -\frac{1,2pc\Delta H}{T^4} \left[ \frac{1}{c} + \frac{1114,5 T \Delta h_{\text{э}}}{\Delta H \cdot h_{\text{э}1} h_{\text{э}2}} + \frac{38,4}{h_{\text{э}1}} - \frac{28,6 \cdot \Delta H}{T h_{\text{э}2}} \right]; \\ \frac{\partial \Delta k''}{\partial \Delta H} &= 0,4 \frac{pc}{T^3} \left[ \frac{1}{c} + \frac{38,4}{h_{\text{э}1}} - \frac{43,4 \Delta H}{T h_{\text{э}2}} \right]; \\ \frac{\partial \Delta k''}{\partial p} &= 0,4 \frac{\Delta H \cdot c}{T^3} \left[ \frac{1}{c} + \frac{1671,7 \cdot T \Delta h_{\text{э}}}{\Delta H h_{\text{э}1} \cdot h_{\text{э}2}} + \frac{38,4}{h_{\text{э}1}} - \frac{21,7 \Delta H}{T h_{\text{э}2}} \right]; \\ \frac{\partial \Delta k''}{\partial c} &= \frac{p}{T^2} \left[ \frac{668,7 c \Delta h_{\text{э}}}{h_{\text{э}1} h_{\text{э}2}} + \frac{15,4 \Delta H}{T h_{\text{э}1}} - \frac{8,7 \Delta H^2}{T^2 k_{\text{э}2}} \right]; \\ \frac{\partial \Delta k''}{\partial \Delta h_{\text{э}}} &= 668,7 \frac{pc}{T^2 h_{\text{э}1} h_{\text{э}2}}; \\ \frac{\partial \Delta k''}{\partial h_{\text{э}1}} &= -\frac{pc}{T^2 h_{\text{э}1}^2} \left[ \frac{668,7 \Delta h_{\text{э}}}{h_{\text{э}2}} + \frac{15,4 \Delta H}{T} \right]; \\ \frac{\partial \Delta k''}{\partial h_{\text{э}2}} &= -\frac{pc}{T^2 h_{\text{э}2}^2} \left[ \frac{668,7 \Delta h_{\text{э}}}{h_{\text{э}1}} - \frac{8,7 \Delta H^2}{T^2} \right]. \end{aligned} \right\} (4)$$

Расчеты по этим формулам при условии, что величина  $\Delta k$  изменяется на 0,001, будем производить, исходя из наибольших значений параметров формул (1) и (2), которые целесообразно включать в таблицу. Принимаем:

$$T = 305^\circ; \quad p = 760 \text{ мм}; \quad c = -0,30^\circ/\text{м}; \quad \Delta H = 1000 \text{ м}; \quad h_{\text{э}1} = 20 \text{ м}; \quad h_{\text{э}2} = 80 \text{ м}; \quad \Delta h_{\text{э}} = -60 \text{ м}.$$

Результаты вычисления

а) по формулам (3):  $\partial T = -8^\circ,8$ ;  $\partial \Delta H = 90 \text{ м}$ ;  $\partial p = 67 \text{ мм}$ ;

б) по формулам (4):  $\partial T = 2^\circ,5$ ;  $\partial \Delta H = 95 \text{ м}$ ;  $\partial p = 10,7 \text{ мм}$ ;  $\partial c = 0,01^\circ/\text{м}$ ;  $\partial \Delta h_{\text{э}} = 1 \text{ м}$ ;  $\partial h_{\text{э}1} = 0,4 \text{ м}$ ;  $\partial h_{\text{э}2} = 1,3 \text{ м}$ .

Следовательно, при составлении таблиц, исходя из минимального изменения  $\Delta k$ , равного 0,001, табличное изменение или «шаг» аргументов необходимо принимать равными рассчитанным нами величинам. Выполненные расчеты показывают, что основное влияние на величину  $\Delta k$  оказывают аномальная часть вертикального градиента температуры и колебания эквивалентных высот. Наименьшее влияние оказывает изменение давления.

Учитывая это, при составлении таблиц принимаем основными аргументами аномальный температурный градиент  $c$ , изменение эквивалентных высот и разность абсолютных высот  $\Delta H$ .

Мы создаем небольшие таблицы, объем которых позволяет, с одной стороны, поместить их в данной работе, а с другой, использовать их для конкретного определения величин  $\Delta k$ .

При выборе изменения эквивалентной высоты будем учитывать, что высота луча в горных условиях бывает не ниже 20 м, а высота приземного слоя воздуха колеблется в пределах 70—100 м. Исходя из этого, для таблиц принимаем такие семь пар значений этой величины:

$$\begin{array}{ll}
 h_{01}=20 \text{ м}; & h_{32}=80 \text{ м}; \\
 h_{01}=30 \text{ м}; & h_{32}=70 \text{ м}; & h_{01}=40 \text{ м}; & h_{32}=60 \text{ м}; & h_{01}=50 \text{ м}; \\
 h_{32}=50 \text{ м}; & h_{01}=60 \text{ м}; & h_{32}=40 \text{ м}; & h_{01}=70 \text{ м}; & h_{32}=30 \text{ м}; \\
 & & \text{и } h_{01}=80 \text{ м}; & h_{32}=20 \text{ м}.
 \end{array}$$

Разность отметок линии нивелирования для горно-долинных районов в среднем не будет превышать 1000 м; учитывая вычисленный интервал изменения  $\Delta H$ , принимаем для него следующие значения: 100, 300, 500, 700 и 1000 м.

При рассмотрении вопроса об изменениях величины аномального градиента температуры  $c$  будем учитывать, что в производственных условиях ее не определяют. Поэтому изменения этой величины необходимо увязать с изменением суточной стратификации приземного слоя воздуха. Детально описаны различные стратификации приземного слоя воздуха (применительно к геодезическим измерениям) в работе Д. И. Маслича, Л. С. Хижака [4].

В приземном слое полный градиент температуры и аномальная его часть мало отличаются по абсолютной величине, поэтому для наших целей нет необходимости специально выделять аномальную часть, а можно использовать величину градиента, которую мы достаточно исследовали постановкой специальных экспериментальных работ. По нашим исследованиям, выполненным на пунктах триангуляции в двух различных районах Карпат, которые приводятся в работе [2 — табл. 3] и в работе [1 — рис. 2], осредненная за несколько дней величина вертикального градиента температуры колеблется в среднем от  $+0,10$  до  $-0,30^\circ/\text{м}$ . Исходя из этого значения  $c$  принимаем следующими,  $^\circ/\text{м}$ :

- Нормальная стратификация  $-0,30, -0,20, -0,10$ ;
- Изотермия  $+0,0065$ ;
- Инверсия  $+0,10$ .

Такие условия стратификации приземного слоя воздуха в соответствии с указанными выше наблюдениями для периода май—сентябрь наблюдаются в районе Карпат в следующие периоды дня: инверсия — от восхода солнца до 8 ч и во вторую половину дня — с 20 ч; периоды спокойных изображений (изотермия) — утром с 8 до 9 ч, вечером — с 19 до 20 ч. При нормальной стратификации значения  $c=0$  примыкают к периодам спокойных изображений;  $c=-0,10$  приходится на период от 10 до 11 ч и между 17 и 18 ч;  $c=-0,20$  приходится на время между 11 и 12 ч и между 15 и 16 ч. Максимальные значения градиента наступают между 13 и 14 ч. Чтобы не увеличивать объем таблиц, для величин давления и температуры принимаем только по два значения:  $p_1=760$  мм,  $p_2=560$  мм,  $T_1=285^\circ$ ,  $T_2=305^\circ$ .

Таблица 1

Значение величины  $\Delta k'$

$\Delta H, \text{ м}$	$t=12^\circ \text{ C}$		$t=32^\circ \text{ C}$	
	$p, \text{ мм}$			
	760	560	760	560
100	0,001	0,001	0,001	0,001
200	0,003	0,002	0,002	0,002
300	0,004	0,003	0,003	0,002
400	0,005	0,004	0,004	0,003
500	0,006	0,005	0,005	0,004
600	0,008	0,006	0,006	0,005
700	0,009	0,007	0,008	0,008
800	0,011	0,008	0,009	0,006
900	0,012	0,009	0,010	0,007
1000	0,013	0,010	0,011	0,008

Значения величин  $\Delta k''$  для  $t=12^\circ \text{C}$ ,  $p=760 \text{ мм}$ 

$h_{\text{э1}}$ $h_{\text{э2}}$ $\Delta h_{\text{э}}$	Стратификация	$c, \text{ }^\circ/\text{м}$	$\Delta H, \text{ м}$				
			100	300	500	700	1000
20 80 -60	Нормальная	-0,30	+0,071	+0,072	+0,074	+0,076	+0,080
	"	-0,20	+0,048	+0,050	+0,052	+0,054	+0,058
	"	-0,10	+0,025	+0,027	+0,029	+0,032	+0,035
	"	0,0	+0,001	+0,004	+0,006	+0,009	+0,013
	Изотермия	+0,0065	0,0	+0,002	+0,005	+0,008	+0,012
	Инверсия	+0,10	-0,022	-0,019	-0,016	-0,013	-0,009
30 70 -40	Нормальная	-0,30	+0,036	+0,039	+0,041	+0,044	+0,048
	"	-0,20	+0,025	+0,027	+0,029	+0,032	+0,037
	"	-0,10	+0,013	+0,015	+0,018	+0,021	+0,025
	"	0,0	+0,001	+0,004	+0,006	+0,009	+0,013
	Изотермия	+0,0065	0,0	+0,003	+0,006	+0,008	+0,012
	Инверсия	+0,10	-0,010	-0,008	-0,005	-0,002	+0,001
40 60 -20	Нормальная	-0,30	+0,016	+0,019	+0,022	+0,025	+0,030
	"	-0,20	+0,012	+0,014	+0,016	+0,019	+0,024
	"	-0,10	+0,006	+0,009	+0,012	+0,014	+0,019
	"	0,0	+0,001	+0,004	+0,006	+0,009	+0,013
	Изотермия	+0,0065	+0,001	+0,004	+0,006	+0,009	+0,013
	Инверсия	+0,10	-0,004	-0,001	+0,002	+0,004	+0,007
50 50 0	Нормальная	-0,30	+0,001	+0,004	+0,006	+0,010	+0,016
	"	-0,20	+0,001	+0,004	+0,006	+0,010	+0,015
	"	-0,10	+0,001	+0,004	+0,006	+0,010	+0,014
	"	0,0	+0,001	+0,004	+0,006	+0,009	+0,013
	Изотермия	+0,0065	+0,001	+0,004	+0,006	+0,009	+0,013
	Инверсия	+0,10	+0,001	+0,004	+0,006	+0,009	+0,012
60 40 +20	Нормальная	-0,30	-0,014	-0,012	-0,008	-0,004	+0,003
	"	-0,20	-0,009	-0,006	-0,003	0,0	+0,006
	"	-0,10	-0,004	-0,001	+0,002	+0,005	+0,008
	"	0,0	+0,001	+0,004	+0,006	+0,009	+0,013
	Изотермия	+0,0065	+0,002	+0,004	+0,007	+0,009	+0,013
	Инверсия	+0,10	+0,007	+0,009	+0,012	+0,014	+0,017
70 30 +40	Нормальная	-0,30	-0,034	-0,032	-0,028	-0,023	-0,015
	"	-0,20	-0,022	-0,020	-0,016	-0,012	-0,006
	"	-0,10	-0,011	-0,008	-0,005	-0,002	+0,004
	"	0,0	+0,001	+0,004	+0,006	+0,009	+0,013
	Изотермия	+0,0065	+0,002	+0,005	+0,007	+0,010	+0,014
	Инверсия	+0,10	+0,013	+0,015	+0,018	+0,020	+0,022
80 20 +60	Нормальная	-0,30	-0,069	-0,066	-0,061	-0,055	-0,044
	"	-0,20	-0,046	-0,042	-0,038	-0,034	-0,025
	"	-0,10	-0,022	-0,019	-0,016	-0,012	-0,006
	"	0,0	+0,001	+0,004	+0,006	+0,009	+0,013
	Изотермия	+0,0065	+0,003	+0,005	+0,008	+0,010	+0,014
	Инверсия	+0,10	+0,025	+0,027	+0,028	+0,030	+0,032

Значения величин  $\Delta k'$ , вычисленные по формуле (1), приведены в табл. 1, разности коэффициентов рефракции  $\Delta k''$ , вычисленные по формуле (2) с учетом стратификации воздушных масс, — в табл. 2, 3 и 4.

В табл. 4 приведена только часть значений  $\Delta k''$  для  $h_{\text{э1}}=20 \text{ м}$ ,  $h_{\text{э2}}=80 \text{ м}$ ,  $T=305^\circ$ , которые дают возможность определять степень изменения этой величины в зависимости от увеличения температуры.

Анализ вычисленных значений  $\Delta k'$  и  $\Delta k''$  позволяет сделать такие выводы:

Для высоких лучей визирования значения величин  $\Delta k'$  незначительны, достигая для  $\Delta H=1000 \text{ м}$  величины 0,013.

Значения величин  $\Delta k''$  для  $\rho=560$  мм,  $t=12^\circ$  С

$h_{31}$ $h_{32}$ $\Delta h_3$	Стратификация	$c, \text{ }^\circ/\text{м}$	$\Delta H, \text{ м}$				
			100	300	500	700	1000
20 80 -60	Нормальная	-0,30	+0,052	+0,053	+0,055	+0,056	+0,059
	"	-0,20	+0,035	+0,037	+0,038	+0,040	+0,042
	"	-0,10	+0,018	+0,020	+0,021	+0,023	+0,026
	"	0	+0,001	+0,003	+0,005	+0,007	+0,010
	Изотермия Инверсия	+0,0065 +0,10	0,0 -0,016	+0,002 -0,014	+0,004 -0,012	+0,006 -0,010	+0,009 -0,007
30 70 -40	Нормальная	-0,30	+0,26	+0,028	+0,030	+0,032	+0,036
	"	-0,20	+0,018	+0,020	+0,022	+0,024	+0,027
	"	-0,10	+0,010	+0,011	+0,013	+0,015	+0,018
	"	0	+0,001	+0,003	+0,005	+0,007	+0,010
	Изотермия Инверсия	+0,0065 +0,10	0,0 -0,008	+0,002 -0,006	+0,004 -0,004	+0,006 -0,002	+0,009 +0,001
40 60 -20	Нормальная	-0,30	+0,012	+0,014	+0,016	+0,018	+0,022
	"	-0,20	+0,008	+0,010	+0,012	+0,014	+0,018
	"	-0,10	+0,005	+0,006	+0,008	+0,011	+0,014
	"	0	+0,001	+0,003	+0,005	+0,007	+0,010
	Изотермия Инверсия	+0,0065 +0,10	+0,001 -0,003	+0,003 -0,001	+0,005 +0,001	+0,007 +0,003	+0,010 +0,006
50 50 0	Нормальная	-0,30	+0,001	+0,003	+0,005	+0,008	+0,012
	"	-0,20	+0,001	+0,003	+0,005	+0,007	+0,011
	"	-0,10	+0,001	+0,003	+0,005	+0,007	+0,010
	"	0	+0,001	+0,003	+0,005	+0,007	+0,010
	Изотермия Инверсия	+0,0065 +0,10	+0,001 +0,001	+0,003 +0,003	+0,005 +0,005	+0,007 +0,007	+0,010 +0,009
60 40 +20	Нормальная	-0,30	-0,011	-0,008	-0,006	-0,003	+0,002
	"	-0,20	-0,007	-0,005	-0,003	+0,0	+0,004
	"	-0,10	-0,003	-0,001	+0,001	+0,003	+0,007
	"	0	+0,001	+0,003	+0,005	+0,007	+0,010
	Изотермия Инверсия	+0,0065 +0,10	+0,001 +0,005	+0,003 +0,007	+0,005 +0,008	+0,007 +0,010	+0,010 +0,012
70 30 +40	Нормальная	-0,30	-0,025	-0,023	-0,020	-0,017	-0,011
	"	-0,20	-0,017	-0,014	-0,012	-0,009	-0,004
	"	-0,10	-0,008	-0,006	-0,004	-0,001	+0,003
	"	0	+0,001	+0,003	+0,005	+0,007	+0,010
	Изотермия Инверсия	+0,0065 +0,10	+0,002 +0,010	+0,004 +0,012	+0,005 +0,013	+0,007 +0,015	+0,010 +0,017
80 20 +60	Нормальная	-0,30	-0,051	-0,048	-0,045	-0,041	-0,032
	"	-0,20	-0,034	-0,031	-0,028	-0,025	-0,018
	"	-0,10	-0,016	-0,014	-0,012	-0,009	-0,004
	"	0	+0,001	+0,003	+0,005	+0,007	+0,010
	Изотермия Инверсия	+0,0065 +0,10	+0,002 +0,018	+0,004 +0,020	+0,006 +0,022	+0,008 +0,023	+0,011 +0,024

При прохождении визирных лучей в приземном слое воздуха максимальное значение для  $\Delta k''$  равно 0,08 при  $\Delta H=1000$  м,  $T=285^\circ$ ,  $\rho=760$  мм;  $h_{31}=20$  м;  $h_{32}=80$  м;  $\Delta h_3=-60$  м.

Величины  $\Delta k''$  принимают как положительные, так и отрицательные значения, причем знак определяется совместным действием разности эквивалентных высот и стратификации приземного слоя воздуха. Часто эти причины приводят к тому, что значение коэффициента рефракции на верхнем пункте будет больше, чем на нижнем.

На точность определения разности коэффициентов существенное влияние оказывают величины эквивалентных высот и их разности. Оп-

ределение их необходимо выполнять по топографической карте с возможно большей степенью точности.

Сравнение табл. 2 и 4 указывает на незначительное различие величин  $\Delta k''$  при возрастании температуры от 12 до 32° С.

В периоды спокойных изображений независимо от разности эквивалентных высот значения  $k$  для верхнего пункта всегда меньше, чем для нижнего.

Таблица 4

Значения величин  $\Delta k''$  для  $p=760$  мм,  $t=32^\circ$  С

$h_{01}$ $h_{02}$ $\Delta h_0$	Стратификация	$c, ^\circ/\text{м}$	$\Delta H, \text{м}$				
			100	300	500	700	1000
20	Нормальная	-0,30	+0,062	+0,063	+0,064	+0,066	+0,069
		-0,20	+0,042	+0,043	+0,045	+0,047	+0,050
80	"	-0,10	+0,022	+0,023	+0,025	+0,027	+0,030
		0	+0,001	+0,003	+0,005	+0,008	+0,011
-60	Изотермия	+0,0065	+0,0	+0,002	+0,004	+0,006	+0,009
		Инверсия	+0,10	-0,019	-0,017	-0,014	-0,012

Таким образом, предлагаемые таблицы позволяют с достаточной точностью учитывать разность коэффициентов рефракции на соседних пунктах в горных и горно-долинных районах. Это позволяет исключать систематическое влияние рефракции в результатах геодезического нивелирования и приближать его точность к точности геометрического нивелирования IV класса.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Власенко С. Г., Кравцов Н. И. Особенности дневного хода коэффициентов рефракции в горно-долинном районе Карпат. — «Геодезия, картография и аэрофотосъемка», вып. 16, 1972.
2. Маслич Д. И. О точности геодезического нивелирования в горных условиях. Львов, 1957.
3. Маслич Д. И. Особенности определения высот из геодезического нивелирования в горно-долинных районах. — «Геодезия, картография и аэрофотосъемка», вып. 11, 1970.
4. Маслич Д. И., Хижак Л. С. Исследование зависимости коэффициента рефракции от периода суток и высоты луча. — «Геодезия, картография и аэрофотосъемка», 1969, вып. 10.

Работа поступила в редколлегию 15 мая 1973 года. Рекомендована кафедрой геодезии Львовского политехнического института.