

УДК 528.711.1

Е. И. СМЕРНОВ

ВЛИЯНИЕ ОШИБОК ИЗМЕРЕНИЯ ДЛИНЫ БАЗИСА И ПРЕВЫШЕНИЯ МЕЖДУ СТАНЦИЯМИ НА ТОЧНОСТЬ ОПРЕДЕЛЕНИЯ УГЛОВЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ВНЕШНЕГО ОРИЕНТИРОВАНИЯ СНИМКОВ

В данной работе мы исследуем ошибки угловых элементов внешнего ориентирования в процессе уравнивания в зависимости от ошибок измерения длины базиса и превышений между станциями фотографирования.

В качестве исходного примем условие коллинеарности [1]:

$$\begin{aligned} x &= f \frac{(X - X_s) a_1 + (Y - Y_s) b_1 + (Z - Z_s) c_1}{(X - X_s) a_2 + (Y - Y_s) b_2 + (Z - Z_s) c_2} \\ z &= f \frac{(X - X_s) a_3 + (Y - Y_s) b_3 + (Z - Z_s) c_3}{(X - X_s) a_2 + (Y - Y_s) b_2 + (Z - Z_s) c_2}, \end{aligned} \quad (1)$$

где x, z — координаты точек снимков; f — фокусное расстояние камеры; X, Y, Z — координаты соответствующей точки местности; X_s, Y_s, Z_s — координаты центров проекции камеры; a_i, b_i, c_i — направляющие косинусы, являющиеся функциями угловых элементов внешнего ориентирования.

Имея координаты корректурных точек на местности и на снимках, а также фокусное расстояние камеры и координаты центров проекций, легко получить поправки в измеренные элементы внешнего ориентирования. Однако ошибки в пространственных координатах корректурных точек и центров проекций неизбежно приведут к искажению элементов внешнего ориентирования.

Чаще всего корректура модели выполняется в базисной системе координат, т. е. в системе, у которой начало совпадает с центром проекции левой камеры, а ось X — с базисом. Тогда для левого снимка этой системы $X_s = Y_s = Z_s = 0$, а для правого — $X_s = B, Y_s = 0, Z_s = h$, где B — горизонтальное проложение базиса; h — превышение правой точки базиса над левой. Ошибка в координатах левого центра проекции сместит в пространстве всю модель, не искажая угловых элементов внешнего ориентирования, в то время как ошибки положения правого центра (dB, dh) вызовут ошибки в угловых элементах.

В руководстве по топографическим съемкам для крупных масштабов методом фототеодолитной съемки [2] предусмотрена относительная ошибка измерения длины базиса не ниже 1:1000.

Такая ошибка не оказывает значительного влияния на дальнейшую фотограмметрическую обработку снимков.

Рассмотрим, как ошибка базиса искажает элементы внешнего ориентирования. Для этого, учитывая, что угловые элементы достаточно малы, перепишем (1) для правого снимка в виде

$$(X - B) x\alpha + Yx + (Z - h) x\omega = (X - B) f - Yf\alpha + (Z - h) f\kappa, \quad (2)$$

или

$$B = -X + Y \left(\frac{x}{f} \right) + \left(1 + \frac{x^2}{f^2} \right) \alpha + \frac{xz}{f^2} \omega - \frac{z}{f} \kappa. \quad (3)$$

Отсюда легко получить следующие формулы:

$$d\alpha = \frac{1}{k} \frac{dB}{B} \frac{f^2}{x^2 + f^2}, \quad d\omega = \frac{1}{k} \frac{dB}{B} \frac{f^2}{xz}, \quad d\kappa = \frac{1}{k} \frac{dB}{B} \frac{f}{z}, \quad (4)$$

где $k = Y/B$ — коэффициент съемки.

Эти формулы позволяют определить ожидаемую ошибку углового элемента внешнего ориентирования для правого снимка при отсутствии ошибок остальных элементов.

Определим долевое влияние относительной ошибки измерения базиса на точность вычисления угловых элементов внешнего ориентирования. Для этого вычислим предельную относительную ошибку базиса по (3), полагая $x = 80$ мм, $z = 55$ мм, $f = 195$ мм, $dB/B = k \cdot (1,168 d\alpha + 0,116 d\omega + 0,282 d\kappa)$. Далее найдем долю участия каждого элемента в суммарной ошибке по формулам

$$\begin{aligned} d\alpha &= 1,168 / \Sigma d = 0,746; \quad d\omega = 0,116 / \Sigma d = 0,074; \\ d\kappa &= 0,282 / \Sigma d = 0,180. \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь $\Sigma d = 1,168 + 0,116 + 0,282$.

На основании (5) можно утверждать, что относительная ошибка определения длины базиса больше всего сказывается на угле α (74,6% всего влияния $dB : B$) и меньше всего искажает угол ω (только 7,4% от всей ошибки $dB : B$).

Считая, что такое распределение сохраняется во всех случаях, получаем предельное долевое искажение угловых элементов внешнего ориентирования, вызванных относительной ошибкой измерения длины базиса, как некоторую часть ошибки $d\alpha$:

$$\begin{aligned} d\alpha' &= \frac{1}{k} \frac{dB}{B} \frac{f^2}{x^2 + f^2} \rho'' \approx \frac{177000''}{k} \frac{dB}{B}, \\ d\omega' &= \frac{0,074}{0,746} d\alpha' \approx \frac{177000''}{k} \frac{dB}{B}, \\ d\kappa' &= \frac{0,180}{0,746} d\alpha' \approx \frac{43000''}{k} \frac{dB}{B}. \end{aligned} \quad (6)$$

Формулы (6) по своей природе дают некоторое завышение значения ошибок угловых элементов внешнего ориентирования, но эта нестрогость незначительна.

Для контроля полученных формул выбрана пара макетных снимков. Длина базиса составляла 66,016 м. Ожидаемые ошибки угловых элементов внешнего ориентирования вычислены по (6) при относительных ошибках базиса 1:4000 и 1:1000 для точек,

Ошибки угловых элементов
внешнего ориентирования,
вызванные ошибкой измерения
длины базиса

$k, \frac{dB}{B}$	Элементы внешнего ориентирования, с					
	$d\alpha_0$	$d\alpha'$	$d\omega_0$	$d\omega'$	$d\kappa_0$	$d\kappa'$
14,5 1:4000	3	3	0	0	0	1
14,5 1:1000	12	12	0	0	1	1
4,0 1:1000	37	44	2	4	25	11

удаленных от базиса на 960...990 м ($k=14,5$), и для точек, удаленных на 265...625 м ($k=4,0$), если $dB:B=1:1000$. Кроме того, получены истинные значения искажений, вызванные этими ошибками измерения длины базиса по корректурным точкам. Полученные результаты сведены в таблицу.

Как видно из таблицы, предрасчетные значения ошибок в угловых элементах описываются точно формулами (6) только при достаточно большом удалении опорных точек.

При малых отстояниях происходит некоторое перераспределение влияния относительной ошибки длины базиса. Однако на практике при корректуре модели по опорным точкам, последние, как правило, располагаются у дальней границы снимаемого участка. Следовательно, формулы (6) имеют практический интерес.

На основании полученных формул можно определить необходимую и достаточную точность измерения длины базиса в случае заданной точности угловых элементов внешнего ориентирования:

$$\frac{dB}{B} = \frac{k}{\rho''} \left(\frac{x^2 + f^2}{f^2} d\alpha + \frac{xz}{f^2} d\omega + \frac{z}{f} d\kappa \right). \quad (7)$$

Аналогично вычисляем ожидаемые искажения угловых элементов внешнего ориентирования, вызванные ошибками определения превышений между точками проекций камер.

Из условия коллинеарности имеем

$$dh = Y \left(\frac{xz}{f^2} d\alpha + \left(1 + \frac{z^2}{f^2} \right) d\omega + \frac{x}{f} d\kappa \right). \quad (8)$$

Обозначив масштаб точки $M=Y/f$, получим

$$dh = M \left(\frac{xz}{f} d\alpha + \left(f + \frac{z^2}{f} \right) d\omega + x d\kappa \right). \quad (9)$$

Отсюда предельные ошибки угловых элементов внешнего ориентирования запишем

$$d\alpha = \frac{dh}{M} \frac{f}{xz} \rho'', \quad d\omega = \frac{dh}{M} \frac{f}{z^2 + f^2} \rho'', \quad dx = \frac{dh}{M} \frac{\rho''}{x}. \quad (10)$$

Долевое искажение можно получить по следующим формулам:

$$\begin{aligned} d\alpha' &= \frac{0,072}{0,672} d\omega \approx \frac{100''}{M} dh, \\ d\omega' &= \frac{f}{z^2 + f^2} \rho'' \frac{dh}{M} \approx \frac{980''}{M} dh, \\ dx' &= \frac{0,256}{0,672} d\omega \approx \frac{370''}{M} dh. \end{aligned} \quad (11)$$

При масштабе опорной точки $1:M=1:5000$ и $dh=0,05$ м имеем $d\alpha' \approx 0,001''$, $d\omega' \approx 0,010''$, $dx' \approx 0,004''$.

Следовательно, ошибка определения превышения правой точки базиса над левой в случае использования при уравнивании условия коллинеарности практически не сказывается на точности определения угловых элементов внешнего ориентирования.

Список литературы: 1. Лобанов А. Н. Фототопография. Наземная стереофотограмметрическая съемка. — М.: Недра, 1968. 2. Руководство по топографическим съемкам в масштабах 1:5000, 1:2000, 1:1000, 1:500. Фототеодолитная съемка. — М.: Недра, 1977.

Статья поступила в редколлегию 20.01.84