УДК 523.36

П. М. ЗАЗУЛЯК
Львовский политехнический институт

О ВЛИЯНИИ ПРИТЯЖЕНИЯ ЗЕМЛИ НА ФИГУРУ ЛУНЫ

При определении формы планеты по параметрам ее внешнего гравитационного потенциала исходят из того, что для всякой эквипотенциальной поверхности силы тяжести $W=V+Q=\mathrm{const}$, где V — потенциал силы притяжения, обычно представляемый разложением в ряд по шаровым функциям

$$V(r, \vartheta, \lambda)=\frac{fM}{r}\left\{1+\sum_{n=2}^{\infty}\sum_{m=0}^{n}\left(\frac{l}{r}\right)^{n}[c_{nm}\cos m\lambda+s_{nm}\sin m\lambda]P_{nm}(\cos\vartheta)\right\};$$

а Q — потенциал центробежной силы

$$Q = \frac{\omega^2 r^2}{3}[1 - P_2(\cos\vartheta)].$$

Здесь M — масса планеты; f — гравитационная постоянная; l — масштабный множитель, за который для Луны принимается ее средний радиус R; c_{nm} и s_{nm} — стоксовы постоянные; $P_{nm}(\cos\vartheta)$ — присоединенные функции Лежандра; r, ϑ, λ — планетоцентрические координаты; r — расстояние от центра масс; ϑ — полярное расстояние; λ — долгота.

На гравитационное поле Луны в какой-то мере воздействует Земля. В результате всякая эквипотенциальная поверхность силы тяжести Луны подвержена влиянию возмущающего потенциала, создаваемого Землей. Этот факт, как известно, учитывается в гидростатической теории фигуры Луны [2, 3, 6]. Однако в то же время в ряде работ [1, 7—9], посвященных исследованиям фигуры Луны по параметрам гравитационного поля, полученным по данным наблюдений за ИСЛ, влияние притяжения Земли при этом не принималось во внимание. В связи с этим выясним степень влияния притяжения Земли на фигуру Луны.

Сохранив в разложении лунного потенциала только сферическую функцию второго порядка и приняв во внимание возмущающий потенциал, создаваемый Землей, А. А. Нефедьев [6] получил следующее уравнение селеноида:

$$r = R\left[1 + \frac{A+B-2C}{4M_л R^2}\frac{2z^2 - x^2 - y^2}{R^2} + \frac{3(B-A)}{4M_л R^2}\frac{x^2-y^2}{R^2} + \right.$$
$$\left. + \frac{M_з R^3}{6M_л d^3}\frac{7x^2 - 2y^2 - 5z^2}{R^2}\right],$$

где R — средний радиус Луны; $M_л$ и $M_з$ — соответственно массы Луны и Земли; A, B и C — моменты инерции; d — среднее расстояние Луны от Земли. Это уравнение в сферических координатах и с учетом известных соотношений, связывающих моменты инерции с c_{20} и c_{22}, имеет вид [4]

$$r = R[l - (m + n\sin^2\lambda)\cos^2\beta], \tag{1}$$

где $l = 1 + c_{20} - \frac{5}{6}\varkappa'$; $n = 6c_{22} + \frac{3}{2}\varkappa'$; $m = \frac{3}{2}c_{20} - 3c_{22} - 2\varkappa'$,

$$\varkappa' = \frac{M_з}{M_л}\left(\frac{R}{d}\right)^3$$

(β — селенографическая широта). Фигура селеноида (1) с точностью порядка сжатий является трехосным эллипсоидом.

Полуоси селеноида (1) и его сжатия определяются следующими соотношениями:

$$\left.\begin{aligned} a &= R\left(1-\frac{1}{2}c_{20}+3c_{22}+\frac{7}{6}\varkappa'\right); \\ b &= R\left(1-\frac{1}{2}c_{20}-3c_{22}-\frac{1}{3}\varkappa'\right); \\ c &= R\left(1+c_{20}-\frac{5}{6}\varkappa'\right); \end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

$$\left.\begin{aligned} \alpha' &= \frac{a-c}{R} = 3c_{22}-\frac{3}{2}c_{20}+2\varkappa'; \\ \alpha'' &= \frac{b-c}{R} = -3c_{22}-\frac{3}{2}c_{20}+\frac{\varkappa'}{2}; \\ \alpha''' &= \frac{a-b}{R} = 6c_{22}+\frac{3}{2}\varkappa'. \end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

С другой стороны, уравнение селеноида, при выводе которого учитывалась только сферическая функция второго порядка, но не принималось во внимание влияние притяжения Земли, получено также в работе [5]

$$r = r_0(1-p)\left(1-\frac{\varepsilon}{1-p}\cos^2\vartheta+\frac{3c_{22}}{1-p}\sin^2\vartheta\cos 2\lambda\right), \qquad (4)$$

где $r_0 = R\left(1+p-\frac{1}{2}c_{20}+\frac{\varkappa}{6}\right)$; $p = 3c_{22}\cos 2\lambda_0$; $\varepsilon = -\frac{3}{2}c_{20}+\frac{\varkappa}{2}$; $\varkappa = \frac{\omega^2 r_0^3}{fM_л}$;

λ_0 — долгота фиксированной точки на экваторе.

Полуоси такого селеноида и его сжатия

$$\left.\begin{aligned} a &= R\left(1-\frac{1}{2}c_{20}+3c_{22}+\frac{\varkappa}{6}\right); \\ b &= R\left(1-\frac{1}{2}c_{20}-3c_{22}+\frac{\varkappa}{6}\right); \\ c &= R\left(1+c_{20}-\frac{\varkappa}{2}\right) \end{aligned}\right\} \qquad (5)$$

и

$$\left.\begin{aligned} \alpha' &= 3c_{22}-\frac{3}{2}c_{20}+\frac{\varkappa}{2}; \\ \alpha'' &= -3c_{22}-\frac{3}{2}c_{20}+\frac{\varkappa}{2}; \\ \alpha''' &= 6c_{22}. \end{aligned}\right\} \qquad (6)$$

Легко показать, что $\varkappa'$ и $\varkappa$ в формулах (1) и (4) с принятой точностью представляют одну и ту же величину. Действительно, из третьего закона Кеплера следует [6]

$$\omega^2 = \frac{fM_з}{d^3}(1+\mu), \tag{7}$$

где $\mu = \frac{M_л}{M_з}$ — отношение масс Луны и Земли; а подстановка формулы (7) в выражение для $\varkappa$ дает

$$\varkappa = \frac{M_з}{M_л}\left(\frac{R}{d}\right)^3,$$

т. е. $\varkappa = \varkappa'$.

Из сравнения характеристик (формулы (2)—(3) и (5)—(6)) селеноидов (1) и (4) следует, что влияние возмущающего потенциала, создаваемого Землей, на фигуру Луны несколько больше, чем эффект, вызванный ее вращением. Простые расчеты показывают, что притяжение Земли вызывает увеличение полуоси a примерно на 13 м и уменьшение полуосей b и c на 7 м. Таким образом, приходим к выводу, что при изучении фигуры Луны по параметрам ее внешнего гравитационного поля должно учитываться влияние притяжения Земли.

Наиболее просто это влияние можно учесть по формуле

$$\Delta r = \frac{R\varkappa}{2}(3\cos^2\beta\cos^2\lambda - 1), \qquad (8)^*$$

полученной как разность выражений (1) и (4).

Список литературы: 1. *Бузук В. В.* Гравитационное поле и фигура Луны по данным ИСЛ с учетом гармонических коэффициентов до 7-го порядка.— В сб.: Современные проблемы позиционной астрометрии, М., Изд-во МГУ, 1975, с. 295—300. 2. Введение в физику Луны. М., «Наука», 1969. 311 с. Авт.: В. Н. Жарков, В. Л. Паньков, А. А. Калачников и др. 3. *Куликов К. А., Гуревич В. Б.* Основы лунной астрометрии, М., «Наука», 1972. 390 с. 4. *Мещеряков Г. А.* Динамическая фигура Луны и распределение плотности лунных недр. — «Астрономический журнал», 1973, т. 50, вып. 1, с. 186—200. 5. *Мещеряков Г. А., Зазуляк П. М.* О гравитационной фигуре Луны. — «Геодезия, картография и аэрофотосъемка», настоящий выпуск. 6. *Нефедьев А. А.* Карты рельефа краевой зоны Луны на общем нулевом уровне. — «Изв. Астрон. обсерв. им. В. П. Энгельгардта», 1958, № 30, с. 1—147. 7. *Хабибуллин Ш. Т., Чиканов Ю. А.* Определение фигуры и аномалий силы тяжести Луны по данным наблюдений ИСЛ. — «Изв. Астрон. обсерв. им. В. П. Энгельгардта», 1969, № 37, с. 158—170. 8. *Burša M.* Determination of parameters of a selenocentric reference system and deflections of the vertical at the lunar surface. (Presented at the XV JUGG General Assembly, Moscow, 1971), Prague, 1971, 19 p. 9. *Burša M.* Parameters of the selenopotential model and the lunar deflections of the vertical. — «Bull. Astron. Inst. Czechosl.», 1975, т. 26, № 3, p. 140—148.

* Формулу (8), безусловно, можно получить и другими способами, например, рассматривая непосредственно возмущающий потенциал, создаваемый Землей.

Работа поступила в редколлегию 21 декабря 1976 года. Рекомендована кафедрой теории математической обработки геодезических измерений Львовского политехнического института.