

В. В. КОТОВ

Марийский политехнический институт

ПЕРЕДАЧА КООРДИНАТ НА ПУНКТЫ НАСТЕННОЙ ПОЛИГОНОМЕТРИИ С ВЕРТИКАЛЬНЫМИ БАЗИСАМИ

В городах с многоэтажной застройкой настенную полигонометрию целесообразно закреплять с помощью стационарных вертикальных базисов. При этом базисы по возможности следует располагать парами (по обе или по одну сторону проезда или площади) на расстоянии 40...200 м друг от друга (рис. 1).

Плановое положение верхних марок A и B вертикальных базисов относительно временного пункта i можно определить с помощью полярных координат: по углам β_A , β_B и расстояниям S_A , S_B , вычисленным по формулам

$$\left. \begin{aligned} S_A &= \frac{l_A}{\operatorname{tg} v''_A - \operatorname{tg} v'_A} = \frac{l_A}{t_A}, \\ S_B &= \frac{l_B}{\operatorname{tg} v''_B - \operatorname{tg} v'_B} = \frac{l_B}{t_B}, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где v'' и v' — углы наклона соответственно на верхнюю и нижнюю марки базиса; l — расстояние между центрами верхней и нижней марок.

Чтобы обеспечить контроль, повысить надежность и оценить точность результатов, измерения при передаче координат на стенные знаки необходимо произвести дважды: непосредственно с временного пункта i и со вспомогательной точки. В качестве вспомогательной может быть использована любая точка, которая расположена вблизи временного пункта i и с которой есть

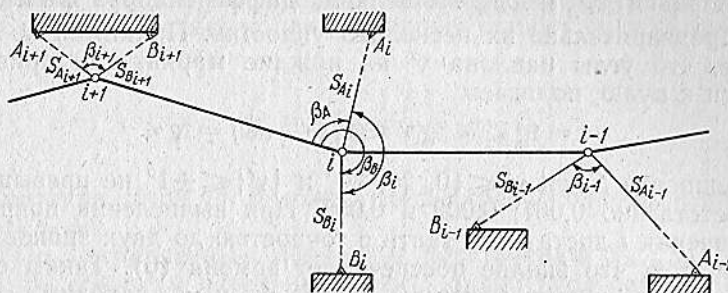


Рис. 1. Схемы передачи координат на пункты, закрепляемые парами вертикальных базисов.

видимость на вертикальные базисы. Фиксировать вспомогательную точку и центрировать над ней теодолит не нужно.

Выполненные измерения позволяют дважды определить квадрат расстояния между верхними марками базисов и вычислить его среднее значение:

$$\left. \begin{aligned} (S'_A)^2 + (S'_B)^2 - 2 S'_A S'_B \cos \beta' &= (b')^2; \\ (S''_A)^2 + (S''_B)^2 - 2 S''_A S''_B \cos \beta'' &= (b'')^2; \\ b^2 &= \frac{(b')^2 + (b'')^2}{2}. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Измерения можно считать проведенными с требуемой точностью, если относительная ошибка определения расстояния b удовлетворяет условию

$$\frac{b' - b''}{b} = \frac{(b')^2 - (b'')^2}{2 b^2} = \frac{(b')^2 - b^2}{b^2} = \frac{\sigma}{b^2} \leq \frac{1}{T}, \quad (3)$$

где T — знаменатель предельной невязки полигонометрического хода, с которого координаты передаются на стенные знаки. При выполнении условия (3) среднее значение b^2 принимают за окончательное. Затем производят уравнивание углов, измеренных с основного пункта. Уравнения (2) при этом должны удовлетворять условию

$$S_A^2 + S_B^2 - 2 S_A S_B \cos \beta - b^2 = 0. \quad (4)$$

Подставив в выражение (4) значение S , определенные по результатам измерений с основного пункта, и разложив полученное выражение в ряд Тейлора, после некоторых упрощений найдем

$$\frac{v_\beta}{\rho} \sin \beta + \left(\frac{S'_A}{S'_B} - \cos \beta' \right) \frac{v_{sA}}{S'_A} + \left(\frac{S'_B}{S'_A} - \cos \beta' \right) \frac{v_{sB}}{S'_B} + \frac{(b')^2 - b^2}{2 S'_A S'_B} = 0. \quad (5)$$

Поправки v_{sA} и v_{sB} вычисляем, дифференцируя равенства (1), предварительно их несколько упростив. Принимая во внимание, что углы наклона v' на нижние марки, как правило, близки к нулю, полагаем

$$t = \operatorname{tg} v'' - \operatorname{tg} v' \approx \operatorname{tg} (v'' - v') = \operatorname{tg} v, \quad (6)$$

Погрешности t при $v'' \leq 10, 20, 30^\circ$ и $|v'| \leq \pm 1^\circ$ не превышают соответственно 0,001; 0,002 и 0,005. При вычислении поправок v_s значения t достаточно знать с точностью до двух знаков после запятой, что вполне обеспечивает замена (6). Таким образом, дифференцируя формулы (1) по v_A и v_B , находим

$$v_{sA} = - \left(\frac{1}{t_A} + t_A \right) \frac{S_A v_{vA}}{\rho}, \quad v_{sB} = - \left(\frac{1}{t_B} + t_B \right) \frac{S_B v_{vB}}{\rho}. \quad (7)$$

При углах наклона, не превышающих 10° , равенства (7) примут вид

$$v_{sA} = - \frac{S_A v_{vA}}{\rho t_A}, \quad v_{sB} = - \frac{S_B v_{vB}}{\rho \cdot t_B}. \quad (8)$$

С учетом (7) условное уравнение (5) можно записать

$$v_\beta \sin \beta - \left(\frac{1}{t_A} + t_A \right) \left(\frac{S'_A}{S'_B} - \cos \beta' \right) v_{vA} - \left(\frac{1}{t_B} + t_B \right) \left(\frac{S'_B}{S'_A} - \cos \beta' \right) v_{vB} + \frac{\sigma \cdot \rho}{2 S'_A S'_B} = a_\beta v_\beta + a_{vA} v_{vA} + a_{vB} v_{vB} + w = 0. \quad (9)$$

Решая уравнение (9) при условии $[pv^2] = \min$, определяем коррелату и поправки в углы

$$k = - \frac{w}{\left[\frac{aa}{p} \right]}, \quad v_l = k \frac{a_l}{p_l}, \quad (10)$$

а затем по формулам (7) поправки к предварительным расстояниям S'_A и S'_B . Исправленные значения углов β_A и β_B (рис. 1) получим по формулам:

$$\beta_A = \beta'_A - \frac{v_\beta}{2}; \quad \beta_B = \beta'_B + \frac{v_\beta}{2}. \quad (11)$$

Веса измеренных вертикальных и горизонтальных углов можно найти следующим образом:

$$p_v = \left(\frac{m_v}{m_\beta} \right)^2 = 1; \quad p_\beta = \left(\frac{m_v}{m_\beta} \right)^2 = \frac{[v_{MO}^2](n_c - 1)}{[v_c^2](n_{MO} - 1)}, \quad (12)$$

где v_c и v_{MO} — уклонения соответственно от средних коллима-

ционных ошибок и от средних значений места нуля; n_c и n_{MO} — число вычисленных коллимационных ошибок и значений места нуля. При условии

$$|p_\beta - 1| \leq \frac{1}{2} \left(\frac{1}{n_c} + \frac{p_\beta}{n_{MO}} \right) \quad (13)$$

измерения углов ν и β можно считать равноточными и положить $p_\nu = p_\beta = 1$.

По исправленным полярным расстояниям S_A , S_B и углам β_A , β_B обычным путем вычисляют координаты центров верхних

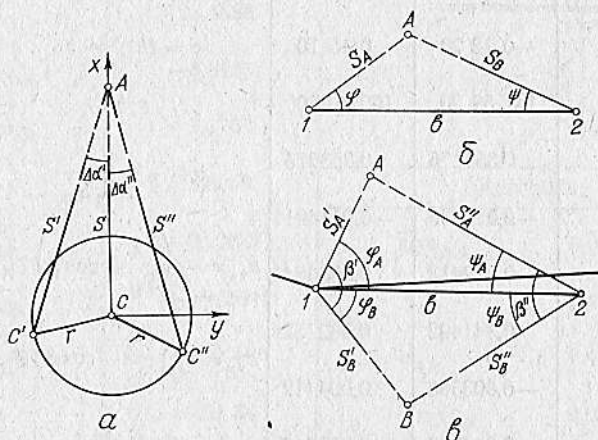


Рис. 2. Схемы расположения стенных пунктов и станций:

а — в процессе последующих привязок; *б* — при косвенном определении длины вертикального базиса; *в* — при совместном определении длины двух вертикальных базисов и одновременной передаче на них координат.

марок базисов. Заключительным контролем уравнительных вычислений является сходимость b^2 , найденного из решения обратной геодезической задачи, с его значением, вычисленным по формуле (2). Пример обработки измерений при передаче координат на стенные пункты, закрепляемые парой вертикальных базисов, приведен в табл. 1. При массовом закреплении стенных пунктов парами вертикальных базисов целесообразно составить программу для уравнивания привязок на ЭВМ.

Рассмотрим вопрос об ошибках передачи координат на стенные пункты и о точности последующих привязок к ним. Прежде всего исследуем влияние на точность привязок к стенным пунктам ошибок определения длин вертикальных базисов. В соответствии с методикой, предложенной в работе [1], одни и те же базисы используют и для передачи координат на стенные пункты, и при последующей привязке к ним. В общем виде координ-

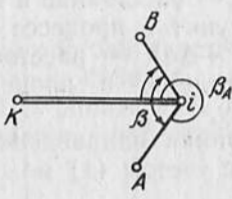
Строгое уравнивание измерений при передаче

уравнивание измеренных величин ($p_\beta = p_v$)

Обозначения	Основной пункт	Вспомогательная точка	Вычисление расстояний	
v_A''	19°21'00"	19°28'20"	l_A	8,2380
v_A'	—1 13 00	—0 39 30	l_B	9,5640
v_B''	18 51 00	20 56 40	b^2	2224,02
v_B'	—0 12 20	0 15 10	$\sigma = (b')^2 - b^2$	+0,24
β	141 59 20	160 30 50	$\sigma : b^2$	1 : 9250
$\text{tg } v_A''$	0,351175	0,353573	$w'' = \frac{\sigma \cdot \rho''}{2S'_A S'_B}$	+40,4"
$\text{tg } v_A'$	—0,021238	—0,011491	$a_{vA} = -\left(\frac{S'_A}{S'_B} - \cos \beta\right) T_A$	—4,85
t_A	0,372413	0,365064	$a_{vB} = -\left(\frac{S'_B}{S'_A} - \cos \beta\right) T_B$	—6,60
$\text{tg } v_B''$	0,341402	0,382752	$a_\beta = \sin \beta$	+0,62
$\text{tg } v_B'$	—0,003588	0,004412	$[aa]$	67,47
t_B	0,344990	0,378340	$k = -w'' : [aa]$	—0",599
$S'_A = l_A : t_A$	22,1210	22,5659	$v_{vA} = k \cdot a_{vA}$	+2,9"
$S'_B = l_B : t_B$	27,7230	25,2789	$v_{vB} = k \cdot a_{vB}$	+4,0
$S'_A S'_B$	613,26	570,44	$v_\beta = k \cdot a_\beta$	—0,4
$2S'_A S'_B$	1226,52	1140,88	$v_{SA} = -\frac{S_A \cdot v_{vA}}{\rho} T_A$	—0,0009
$-\cos \beta$	0,787891	0,942722	$v_{SB} = -\frac{S_B \cdot v_{vB}}{\rho} T_B$	—0,0017
$-2S'_A S'_B \cos \beta$	966,36	1075,53	$S_A = S'_A + v_{SA}$	22,1201
$(S'_A)^2$	489,34	509,22	$S_B = S'_B + v_{SB}$	27,7213
$(S'_B)^2$	768,56	639,02		
$(b')^2$	2224,26	2223,77		
$T = (1:t) + t$	$T_A = 3,06$	$T_B = 3,24$		

координат на пару ственных пунктов

Вычисление координат ственных пунктов

$y_B - y_A$	+1,4696		
y_A	2726,9892		
y_B	2728,4588		
$S_A \sin \alpha_{iA}$	-8,6458		
$S_B \sin \alpha_{iB}$	-7,1762		
y_i	2735,6350		
$\sin \alpha_{iB}$	-0,258871		
$\cos \alpha_{iB}$	+0,965912		
$\alpha_{iB} = \alpha_{ik} + \beta_B$	344°59'49"		
β_B	69 21 34		
α_{ik}	275 38 15	Контроль	
β_A	287 22 14	$\operatorname{tg} \alpha_{AB}$	0,031177
$\alpha_{iA} = \alpha_{ik} + \beta_A$	203 00 29	r_{AB}	1°47'09"
$\sin \alpha_{iA}$	-0,390860	α_{AB}	1 47 09
$\cos \alpha_{iA}$	-0,920450	$\sin \alpha_{AB}$	0,031163
x_i	1581,6010	$\cos \alpha_{AB}$	0,999514
$S_B \cos \alpha_{iB}$	+26,7763	b	(47,1590)
$S_A \cos \alpha_{iA}$	-20,3604	b	47,1596
x_B	1608,3773	b^2	2224,03
x_A	1561,2406	Оценка точности	
$x_B - x_A$	+47,1367	m_y	$\pm 5''$
		m_{S_A}	$\pm 1,26$ мм
		m_{S_B}	$\pm 1,27$ мм
		M_A	$\pm 1,37$ мм
		M_B	$\pm 1,40$ мм
		$m_{\alpha_{AB}}$	$\pm 61''$

наты станции в процессе привязки к стенному пункту с вертикальным базисом можно определить по формулам:

$$\left. \begin{aligned} x'_c &= x_c + S \cos \alpha + S' \cos (\alpha + 180^\circ + \Delta\alpha); \\ y'_c &= y_c + S \sin \alpha + S' \sin (\alpha + 180^\circ + \Delta\alpha), \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

где x_c, y_c — координаты временного грунтового пункта, относительно которого определялись координаты стенного пункта; S и α — расстояние и дирекционный угол направления на стенной пункт в процессе передачи на него координат; S' и $(\alpha + 180^\circ + \Delta\alpha)$ — расстояние и дирекционный угол направления на станцию в процессе последующей привязки к стенному пункту.

Приняв направление CA (рис. 2, а) за ось x , равенствам (14) с учетом (1) можно придать вид:

$$\left. \begin{aligned} x'_c &= x_c + S - S' \cos \Delta\alpha = x_c + \frac{l}{t} - \frac{l}{t'} \cos \Delta\alpha; \\ y'_c &= y_c - S' \sin \Delta\alpha = y_c - \frac{l}{t'} \sin \Delta\alpha. \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

Дифференцируя далее (15) по l и переходя к средним квадратическим ошибкам, находим

$$\left. \begin{aligned} m'_x &= \frac{m_l}{l} (S - S' \cos \Delta\alpha); \\ m'_y &= \frac{m_l}{l} S' \sin \Delta\alpha. \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

Вычислим общую среднюю квадратическую ошибку в положении станции C' , вызванную ошибкой в длине вертикального базиса:

$$m' = \sqrt{(m'_x)^2 + (m'_y)^2} = \frac{m_l}{l} \sqrt{S^2 + (S')^2 - 2SS' \cos \Delta\alpha} = \frac{m_l}{l} r. \quad (17)$$

Таким образом, если в процессе последующих привязок к стенным пунктам с вертикальными базисами расстояния до станций относительно временного грунтового пункта C (рис. 2, а), с которого производилась передача координат, не будут превышать величины l , то влияние ошибки в длине вертикального базиса на положение определяемой точки не будет превышать ошибки m_l самого базиса, т. е. практически будет неощутимым. Отсюда следует, что основным источником ошибок в процессе привязок к настенным пунктам с вертикальными базисами будут являться ошибки геометрической связи.

Средние квадратические ошибки исправленных расстояний S_A и S_B можно вычислить по формуле, приведенной в работе [1]:

$$m_s = v_s \sqrt{\left(\frac{m_v}{v_s}\right)^2 - 1}, \quad (18)$$

где m_v — средняя квадратическая ошибка измерения углов v .
Найдем средние квадратические ошибки положения верхних марок базисов относительно временного грунтового пункта

$$M = \sqrt{\left(\frac{S \cdot m_\beta}{\rho}\right)^2 + m_s^2}, \quad (19)$$

Для вычисления средней квадратической ошибки дирекционного угла линии, соединяющей верхние марки базисов, можно воспользоваться выводами, приведенными в работе [3], в соответствии с которыми для двух независимо определяемых точек

$$m_{\alpha_{AB}} = \frac{\rho \frac{\sqrt{M_A^2 + M_B^2}}{2}}{b} \approx \frac{\rho \cdot M}{(S_A + S_B) \sin \frac{\beta}{2}}, \quad (20)$$

где M — среднее значение ошибки положения конечной точки линии AB .

При проектировании стационарных вертикальных базисов ожидаемые средние квадратические ошибки определения расстояний S_A и S_B найдем по формуле

$$\begin{aligned} m_s &= m_v \sqrt{\frac{1}{p_s}} = m_v \sqrt{\frac{1}{[FF]} - \frac{[aF]^2}{[aa]}} = m_v \left(\frac{1}{t} + t\right) \frac{S}{\rho} \sqrt{1 + \frac{a_v^2}{[aa]}} \approx \\ &\approx m_v \left(\frac{1}{t} + t\right) \frac{S}{\rho} \sqrt{\frac{1}{2}} \approx \frac{S \cdot m_v}{\rho \cdot t} \sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{S^2 m_v}{\rho \cdot l} \sqrt{\frac{2}{3}}, \end{aligned} \quad (21)$$

где S и l — соответственно средние значения расстояний S_A, S_B и базисов l_A, l_B .

С учетом формулы (21) выражения (19) и (20) для предвычисления ожидаемых ошибок определения положения верхних марок A и B базисов и дирекционных углов α_{AB} принимают вид:

$$M = \frac{S \cdot m_v}{\rho} \sqrt{1 + \frac{2}{3} \left(\frac{S}{l}\right)^2}, \quad m_{\alpha_{AB}} = \frac{m_v}{2 \sin \frac{\beta}{2}} \sqrt{1 + \frac{2}{3} \left(\frac{S}{l}\right)^2}. \quad (22)$$

Из формул (22) следует, что временные пункты полигонометрии, используемые для передачи координат на стенные знаки, по возможности нужно располагать вблизи линии, соединяющей верхние марки базисов, а длины l выбирать, исходя из ожидаемых расстояний S . При $\frac{S}{l} \leq 2,1$ и $\beta \geq 145^\circ$ средняя квадратиче-

ская ошибка дирекционного угла опорной линии AB не будет превышать средней квадратической ошибки измерения углов наклона.

Средние квадратические ошибки определения положения точек при последующей привязке к стенным пунктам с вертикальными базисами можно вычислить по формуле

$$M_c^2 = \frac{M^2}{2} + m_s^2 + \frac{(m_{AB}^2 + m_\varphi^2) S^2}{\rho^2}, \quad (23)$$

где m_φ — средняя квадратическая ошибка определения примычных углов φ и ψ при опорной линии AB .

В работе [1] установлено, что при положении определяемых точек вблизи линии AB средние квадратические ошибки m_φ примычных углов обычно не превосходят средних квадратических ошибок углов γ и β , измеряемых в процессе привязок. Поэтому, полагая $m_\varphi = m_\gamma$ и принимая во внимание равенства (20) и (21), формуле (23) при использовании ее для предвычисления ожидаемой точности определения точек при последующих привязках можно придать вид:

$$M_c^2 = \frac{M^2}{2} \left(1 + \frac{1}{2 \sin^2 \frac{\beta}{2}} \right) + \left(\frac{S \cdot m'_\gamma}{\rho} \right)^2 \left\{ 1 + \frac{2}{3} \left(\frac{S}{l} \right)^2 \right\}, \quad (24)$$

где m'_γ — средняя квадратическая ошибка измерения углов в процессе привязки.

Если углы γ и β при последующих привязках к пунктам на стенной полигонометрии измеряют с такой же точностью, что и аналогичные углы в процессе передачи координат на эти пункты, и углы $\beta \geq 130^\circ$, то формулу (24) с учетом (22) можно записать

$$M_c = \frac{S \cdot m'_\gamma}{\rho} \sqrt{2 + \left(\frac{S}{l} \right)^2}. \quad (25)$$

Обычно в процессе передачи координат на стенные пункты углы γ и β измеряют с большей точностью, чем при последующих привязках к ним, поэтому формула (25) обеспечивает некоторый запас точности. Формулу (25) можно использовать также для расчета необходимой точности измерения углов γ и β в процессе последующих привязок к стенным пунктам.

Длины вертикальных базисов, входящие в приведенные выше формулы, обычно измеряют непосредственно, по методике, описанной в работе [1]. В тех случаях, когда непосредственное изменение базисов невозможно, их определяют косвенным способом. Для этого вблизи вертикального базиса выбирают две точки так, чтобы направления $1A$ и $2A$ пересекались приблизительно под прямым углом, а расстояние b составляло 2—4 длины l (рис. 2, б). Затем в точке 1 устанавливают теодолит, в точ-

ке 2 — горизонтальный жезл длиной a и измеряют параллактический угол δ_1 между направлениями на крайние марки жезла, горизонтальный угол φ между направлениями на верхнюю марку A вертикального базиса и среднюю марку жезла и углы наклона ν_1'' и ν_1' . Затем, не изменяя положения штативов, производят перестановку теодолита и жезла и выполняют аналогичные измерения на второй точке. При этом параллактический угол δ_2 измеряют последним. Фиксирование точек 1 и 2 на местности и центрирование на них теодолита и жезла не производят. Расстояние b вычисляют по формуле

$$b = \frac{a}{2} \operatorname{ctg} \frac{\delta}{2}. \quad (26)$$

Дифференцируя (26) по a и δ и принимая во внимание, что b определяется дважды, находим

$$m_b = \sqrt{\frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{m_a}{a} b \right)^2 + \left(\frac{m_\delta}{\delta} b \right)^2 \right\}}. \quad (27)$$

При $a=3$ м и $b \leq 30$ м $\delta \geq 5^\circ 43'$, поэтому, полагая $m_a = \pm 0,2$ мм и $m_\delta = \pm 2''$, получаем $m_b \leq 2,5$ мм*.

При $b > 30$ м жезл можно устанавливать посередине измеряемой линии. В этом случае

$$b = \frac{a}{2} \operatorname{ctg} \frac{\delta_1}{2} + \frac{a}{2} \operatorname{ctg} \frac{\delta_2}{2}; \quad m_b = \sqrt{\frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{m_a}{a} b \right)^2 + \left(\frac{m_\delta}{\delta} b \right)^2 \right\}}. \quad (28)$$

Обычно b не превышает 40...50 м, поэтому, полагая $a=3$ м, $b \leq 48$ м, $m_a = \pm 0,2$ мм и $m_\delta = \pm 2''$, при положении жезла в середине линии находим $\delta \geq 7^\circ 08'$ и $m_b \leq 3,5$ мм.

Поскольку l обычно в 2—4 раза меньше b , то в среднем ошибка в длине вертикального базиса, вызванная ошибкой определения расстояния b , не будет превышать величины

$$m_l \leq m_b \frac{l}{b} \approx \frac{2,5 + 3,5}{2} \cdot \frac{2}{2 + 4} = 1 \text{ мм}. \quad (29)$$

Такой ошибкой в длинах вертикальных базисов при последующих привязках к стенным пунктам, учитывая свойство (17), можно пренебречь.

Измерения, выполненные на точках 1 и 2, позволяют произвести уравнивательные вычисления и определить вероятнейшую длину вертикального базиса. На основании рис. 2, б можно написать условное уравнение

$$t_1 \sin \psi - t_2 \sin \varphi = 0. \quad (30)$$

* По данным работы [2], параллактические углы δ можно измерять с точностью $\pm 1''$, а длину жезла — $\pm 0,1$ мм.

Разложив уравнение (30) в ряд Тейлора и произведя упрощения, найдем

$$v_{v_1}(1+t_1^2)\sin\psi - v_{v_2}(1+t_2^2)\sin\varphi + v_\psi t_1\cos\psi - v_\varphi t_2\cos\varphi + \\ + (t'_1\sin\psi' - t'_2\sin\varphi')\rho'' = a_{v_1}v_{v_1} + a_{v_2}v_{v_2} + a_\varphi v_\varphi + a_\psi v_\psi + w = 0. \quad (31)$$

Решая (31) при условии $[pv^2] = \min$, получаем

$$k = -\frac{w}{\left[\frac{aa}{p}\right]}, \quad v_i = k \frac{a_i}{p_i}. \quad (32)$$

В заключение дважды вычислим длину вертикального базиса

$$l = l'_1 + \delta l_1, \quad l = l'_2 + \delta l_2. \quad (33)$$

Предварительные значения l'_1 и l'_2 вертикальных базисов вычислим непосредственно по измеренным углам

$$l'_1 = s_1 t_1 = \frac{b \sin\psi}{\sin(\varphi + \psi)} t_1; \quad l'_2 = s_2 t_2 = \frac{b \sin\varphi}{\sin(\varphi + \psi)} t_2, \quad (34)$$

а поправки δl_1 и δl_2 к ним найдем по дифференциальным формулам

$$\delta l_1 = \frac{l_1}{\rho} \left\{ [\operatorname{ctg}\psi - \operatorname{ctg}(\varphi + \psi)] v_\psi - \operatorname{ctg}(\varphi + \psi) v_\varphi + \frac{1+t_1^2}{t_1} v_{v_1} \right\}; \quad (35)$$

$$\delta l_2 = \frac{l_2}{\rho} \left\{ [\operatorname{ctg}\varphi - (\operatorname{ctg}\varphi + \psi)] v_\varphi - \operatorname{ctg}(\varphi + \psi) v_\psi + \frac{1+t_2^2}{t_2} v_{v_2} \right\}.$$

Более компактно формулы (35) запишем в виде

$$\delta l_1 = \frac{l_1}{\rho} (F'_\psi v_\psi + F'_\varphi v_\varphi + F'_{v_1} v_{v_1}) = \frac{l_1}{\rho} [F'v];$$

$$\delta l_2 = \frac{l_2}{\rho} (F''_\varphi v_\varphi + F''_\psi v_\psi + F''_{v_2} v_{v_2}) = \frac{l_2}{\rho} [F''v]. \quad (36)$$

Оценку точности определения l можно произвести по формуле

$$m_l = \frac{m_v \cdot l}{\rho \sqrt{p_i}}, \quad (37)$$

где $\frac{1}{p_e}$ — значение обратного веса

$$\frac{1}{p} = [FF] - \frac{[aF]^2}{[aa]}. \quad (38)$$

Для контроля обратный вес можно вычислить дважды по коэффициентам F' и по коэффициентам F'' .

59

Пример вычисления l по строгим формулам приведен в табл. 2. Если $v_1 \approx v_2$ и $\varphi \approx \psi$, то окончательное значение l можно находить как среднее арифметическое из значений l'_1 и l'_2 , вычисленных непосредственно по формулам (34). Оценку точности l в этом случае также можно произвести по упрощенной формуле

$$m_l = \frac{m_v \cdot l}{\rho} \sqrt{\frac{[F^2]}{2}} \approx \frac{l \cdot m_v}{\rho \cdot t} \sqrt{\left(\frac{t}{\sin \varphi}\right)^2 + \frac{1}{2}}, \quad (39)$$

где φ и t — значения, соответствующие наименьшим из углов φ, ψ и v_1, v_2 .

Если один из концов базиса b совмещается с временным грунтовым пунктом и одновременно с определением l осуществляется передача координат на верхнюю марку, то вычисляется также одно из расстояний S'

$$S' = b \frac{\sin \varphi}{\sin (\varphi + \psi)}. \quad (40)$$

При этом поправку δS в это расстояние определяют по формуле

$$\delta S = \frac{b}{\rho} (F_\varphi v_\varphi + F_\psi v_\psi), \quad (41)$$

а среднюю квадратическую ошибку

$$m_s = \frac{b \cdot m_v}{\rho \sqrt{p_s}} = \frac{b \cdot m_v}{\rho} \sqrt{F_\varphi^2 + F_\psi^2 - \frac{(a_\varphi F_\varphi + a_\psi F_\psi)^2}{[aa]}}. \quad (42)$$

Если одновременно находят два вертикальных базиса и передают координаты на обе верхние марки (рис. 2, в), то можно произвести более жесткое уравнивание измеренных углов путем совместного решения четырех условных уравнений

$$\left. \begin{aligned} t'_A \sin \psi_A - t''_A \sin \varphi_A &= 0; \\ t'_B \sin \psi_B - t''_B \sin \varphi_B &= 0; \\ \varphi_A + \varphi_B - \beta' &= 0; \quad \psi_A + \psi_B - \beta'' = 0. \end{aligned} \right\} \quad (43)$$

Полевые испытания показали, что метод настенной полигонометрии с вертикальными базисами имеет следующие преимущества:

1) полностью исключается необходимость в линейных измерениях, условия для производства которых, как правило, являются неблагоприятными;

2) значительно повышается маневренность при выборе привязочных станций, которые можно намечать в наиболее удобных для наблюдений местах, в том числе на осях проездов, в центрах перекрестков и площадей, на пустырях;

3) существенно повышается точность и оперативность полевых работ, так как нет необходимости центрировать теодолит и визирные цели и вводить поправки за наклон линий. Все наблюдения может выполнить один исполнитель;

4) в значительной степени нейтрализуются ошибки в длинах вертикальных базисов;

5) обеспечивается надежность передачи координат на стенные пункты и последующей привязки к ним в результате совместного уравнивания измерений на обе опорные марки.

Список литературы: 1. *Котов В. В.* Привязка к пунктам настенной полигонометрии с помощью вертикальных базисов. — «Геодезия и картография», 1973, № 12. 2. *Кузин Н. А., Лебедев Н. Н.* Практическое руководство по городской и инженерной полигонометрии. М., «Геодезиздат», 1954. 3. *Маслов А. В., Горохов Г. Н.* Геодезия. Ч. 3. (Геодезические работы при землеустройстве). М., «Недра», 1964.

Работа поступила в редколлегию 17 февраля 1976 года. Рекомендована кафедрой инженерной геодезии Марийского политехнического института