

**КОСВЕННЫЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ КРЕНА
ВЫСОТНЫХ СООРУЖЕНИЙ БАШЕННОГО ТИПА**

В инженерно-геодезической практике используются различные методы и средства [1, 2, 4, 5] наблюдений за кренами высотных сооружений башенного типа. Однако все эти способы требуют подготовки исходных данных: закрепленных на местности двух взаимно перпендикулярных направлений, пересекающихся в центре основания сооружения, известных расстояний от инструмента до центра сооружения, закрепленных на сооружении геодезических контрольных марок и др. Выполнение подготовительных работ для получения исходных данных — весьма трудоемкий процесс (особенно для дымовых труб).

В настоящей статье предлагается косвенный метод определения крена высотных сооружений башенного типа, который не требует непосредственного подхода к сооружению. На оптимальном расстоянии от сооружения намечают и закрепляют точку B (рис. 1). Обоснование выбора такого расстояния будет дано ниже. Установив теодолит в точке B , намечают и закрепляют точки A и C (влево и вправо от точки B) так, чтобы все три точки были в одном створе и чтобы была обеспечена видимость из них на основание и верх сооружения. Расстояния между точками измеряют стальной лентой в прямом и обратном

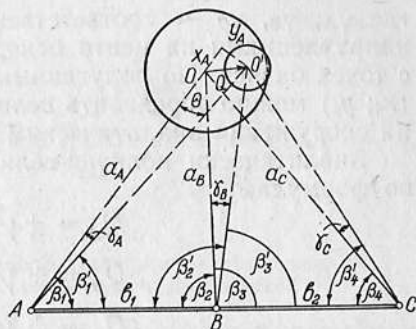


Рис. 1. Схема определения крена дымовой трубы.

направлениях с точностью не ниже $\frac{1}{3000}$; вводят поправку за наклон базисов к горизонту. Расстояния от точек базиса до центров основания (O) и верха (O') сооружения определяют как неприступные, для чего в каждой точке измеряют горизонтальные углы β_i и β'_i . На этом, по-существу, заканчиваются полевые работы. При измерении горизонтальных углов для определения направлений на O и O' визирование выполняют по касательным к правой и левой частям внешней стенки сооружения. Искомые направления находят как средние значения отсчетов.

В каждом треугольнике известны одна сторона и два угла. Решая их по теореме синусов, вычисляют аналитически расстояния от точек базиса до центров основания (O) и верха (O')

сооружения. Каждое из этих расстояний вычисляют дважды, что обеспечивает контроль и повышает точность работ.

По отношению к направлениям AO ; BO ; CO находят продольную (x_i) и поперечную (y_i) составляющие крена сооружения по формулам:

$$\begin{aligned}x_A &= a'_A \cdot \cos \gamma_A - a_A; & y_A &= a'_A \cdot \sin \gamma_A; \\x_B &= a'_B \cdot \cos \gamma_B - a_B; & y_B &= a'_B \cdot \sin \gamma_B; \\x_C &= a'_C \cdot \cos \gamma_C - a_C; & y_C &= a'_C \cdot \sin \gamma_C,\end{aligned}\quad (1)$$

где γ_A , γ_B , γ_C — соответственно горизонтальные углы между направлениями на центр основания и центр верха сооружения с точек базиса. По полученным значениям составляющих крена (x_i ; y_i) можно определить величину и направление полного крена сооружения аналитическим или графическим способами.

Аналитически полную величину крена сооружения находят по формулам:

$$\left. \begin{aligned}Q_A &= \pm \sqrt{x_A^2 + y_A^2}; \\Q_B &= \pm \sqrt{x_B^2 + y_B^2}; \\Q_C &= \pm \sqrt{x_C^2 + y_C^2}.\end{aligned} \right\} \quad (2)$$

За окончательное значение крена принимают среднее арифметическое.

Если необходимо ориентировать направление крена на плане, на местности измеряют магнитный азимут одного из направлений, а затем по измеренным горизонтальным углам в треугольниках вычисляют магнитные азимуты остальных двух направлений. Магнитные азимуты направлений полного крена сооружения определяют по румбам (рис. 2) в условной системе прямоугольных координат, начало которой совмещают с центром основания сооружения (O), а оси абсцисс и ординат — с продольными и поперечными составляющими крена по формулам:

$$\left. \begin{aligned}\alpha_{Q_1} &= \alpha_{a_1} + r_1; & \alpha_{Q_2} &= \alpha_{a_1} + 180^\circ - r_2; \\ \alpha_{Q_3} &= \alpha_{a_1} - 180^\circ + r_3; & \alpha_{Q_4} &= \alpha_{a_1} - r_4,\end{aligned} \right\} \quad (3)$$

где α_{a_i} — измеренный магнитный азимут направления с точки базиса на центр основания, α

$$r_i = \arctg \frac{y_i}{x_i}. \quad (4)$$

Полную величину крена и его направление можно получить и графически. Для этого на листе ватмана (в произвольном месте) накалывают точку O (центр основания сооружения).

Затем по магнитным азимутам строят направления из точки O на точки базиса; откладывают вдоль этих направлений (в выбранном масштабе) величины составляющих кренов x_i и y_i и вычерчивают направление полного крена. Миллиметровой линейкой и транспортиром определяют величину и направление полного крена сооружения. Поскольку угловые и линейные измерения выполняются с некоторыми погрешностями, то незначительные отклонения в величине и направлении кренов уравнивают графически.

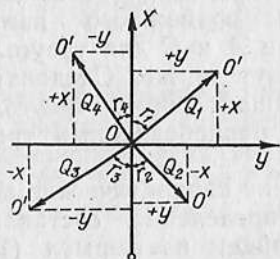


Рис. 2. Схема определения направления крена.

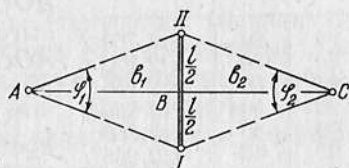


Рис. 3. Параллактическое звено с симметричным базисом.

На точность получения крена по изложенной методике влияют погрешности в определении неприступных расстояний и погрешности измерения горизонтальных углов. Найдем наиболее выгодные условия для определения крена по данной методике. Для оценки точности вычисления неприступных расстояний запишем формулу в общем виде

$$a = \frac{b \cdot \sin \beta_1}{\sin (\beta_1 + \beta_2)}, \quad (5)$$

где a — неприступное (определяемое) расстояние; b — базис; β_1 и β_2 — измеренные горизонтальные углы.

Обозначим

$$\beta_1 + \beta_2 = \Theta, \quad (6)$$

и дифференцируя формулу (5) по всем переменным с учетом (6), получаем

$$\frac{da}{a} = \frac{db}{b} + \operatorname{ctg} \beta_1 \frac{d\beta_1}{\rho} - \operatorname{ctg} \Theta \frac{d\beta_1}{\rho} - \operatorname{ctg} \Theta \frac{d\beta_2}{\rho}. \quad (7)$$

Переходя к средним квадратическим погрешностям, запишем формулу для средней квадратической погрешности определения неприступного расстояния

$$\frac{m_a}{a} = \sqrt{\left(\frac{m_b}{b}\right)^2 + \frac{m_{\beta}^2}{\rho^2} \left[\operatorname{ctg}^2 \beta_1 + 2 \operatorname{ctg} \beta_1 \operatorname{ctg} \Theta + 2 \operatorname{ctg}^2 \Theta \right]}. \quad (8)$$

Из формулы (8) видно, что на точность определения расстояния влияют погрешности измерения базиса m_b , горизон-

тальных углов m_β и величины углов β_1 и Θ . Положим, $\frac{m_b}{b} = 1:3000$ и $m_\beta = 5''$. Из анализа формулы следует, что выгод-

Таблица 1
Значения погрешностей
определения неприступного
расстояния в зависимости
от формы треугольника

Величина угла			$\frac{m_a}{a}$
A° (β_1)	B° (β_2)	O° (Θ)	
10	90	80	1:2 750
20	90	70	1:2 920
30	90	60	1:2 956
40	90	50	1:2 960
45	90	45	1:2 960
50	90	40	1:2 956
60	90	30	1:2 934
70	90	20	1:2 864

нейшей формой треугольников AOB и BOC для данной методики будет та, при которой углы при A и C равны $40-45^\circ$ (табл. 1), причем эти углы могут изменяться в более широких пределах (от 20 до 60°). Пределы возможного изменения углов при A и C для треугольника AOC будут те же. Следовательно, выгоднейшая форма треугольника AOC — равнобедренный треугольник.

Средние квадратические погрешности определения составляющих крена найдем из формул (1).

Дифференцируя выражение $x = a' \cos \gamma - a$, получаем

$$dx = da \cos \gamma - a' \sin \gamma \frac{d\gamma}{\rho} - da. \quad (9)$$

Переходя к средним квадратическим погрешностям, получим формулу для средней квадратической погрешности продольной составляющей крена

$$m_x = \pm \sqrt{m_a^2 \cos^2 \gamma + a'^2 \sin^2 \gamma \frac{m_\gamma^2}{\rho^2} + m_a^2}. \quad (10)$$

Для поперечной составляющей крена продифференцируем выражение $y = a' \sin \gamma$ и найдем

$$dy = da' \sin \gamma + a' \cos \gamma \frac{d\gamma}{\rho}, \quad (11)$$

а после перехода к средним квадратическим погрешностям

$$m_y = \pm \sqrt{m_a^2 \sin^2 \gamma + a'^2 \cos^2 \gamma \frac{m_\gamma^2}{\rho^2}}. \quad (12)$$

Среднюю квадратическую погрешность определения полного крена сооружения определим по формуле

$$m_Q = \pm \sqrt{m_x^2 + m_y^2}. \quad (13)$$

При сложном рельефе местности, когда невозможно непосредственно измерить базисы с необходимой точностью, их определяют аналитически, применяя при этом параллактический метод, предложенный проф. В. В. Даниловым (рис. 3). Парал-

лактические углы φ_i измеряют параллельно с измерением горизонтальных углов в треугольниках. Величину базиса в этом случае находят по формулам:

$$b_1 = \frac{l}{2} \operatorname{ctg} \frac{\varphi_1}{2}; \quad b_2 = \frac{l}{2} \operatorname{ctg} \frac{\varphi_2}{2}; \quad b = b_1 + b_2, \quad (14)$$

где l — длина симметричного вспомогательного базиса. Запишем относительные погрешности длин базисов b_1 и b_2

$$\frac{m_b}{b} = \pm \sqrt{\left(\frac{m_e}{e}\right)^2 + \left(\frac{m\varphi}{\sin \varphi \cdot \rho}\right)^2}. \quad (15)$$

Рассчитаем необходимую точность измерения горизонтальных углов и расстояний. Согласно работе [6], предельные погрешности измерения крена дымовых труб не должны превышать $\pm 0,0005$ Н. При $H=250$ м эта погрешность составляет $\pm 0,125$ м, а допустимая средняя квадратическая погрешность

$$m_Q = \delta : 3 = \pm 0,125 : 3 = \pm 0,042 \text{ м}. \quad (16)$$

Погрешность в получении полного крена m_Q складывается из погрешностей составляющих кренов m_x и m_y и вычисляется по формуле (13). Для предварительных расчетов применим принцип равного влияния. Полагая $m_x = m_y = m$, получаем $m_Q = \pm m\sqrt{2}$.

Согласно формуле (16) средняя квадратическая погрешность составляющей крена $m = \pm 0,042 : \sqrt{2} = \pm 0,030$ м.

На точность определения составляющей крена предлагаемым методом также влияют погрешности определения расстояний от инструмента до центров основания (O) и верха (O') сооружения. Запишем формулу (10)

$$m_x = \pm \sqrt{m_a^2 \cos^2 \gamma + a'^2 \sin^2 \gamma \frac{m_i^2}{\rho^2} + m_a^2}.$$

Значение угла γ , как правило, мало (несколько минут), а погрешности $m_{a'}$ и m_a можно приравнять, тогда $m = \pm m_a\sqrt{2}$, но $m = 0,030$ м, значит, $m_a = \pm 0,021$ м.

В свою очередь погрешность m_a состоит из погрешностей измерения базиса m_b и горизонтальных углов m_β

$$m_a = \sqrt{m_b^2 + m_\beta^2}. \quad (17)$$

Поэтому, исходя из принципа равных влияний, получим $m_a = \pm m_b\sqrt{2}$; $m_b = \pm 0,014$ м.

Таким образом, абсолютная средняя квадратическая погрешность измерения базиса не должна превышать 0,014 м.

При средней длине базиса ($b_1 = 150$ м) $\frac{m_b}{b} = \frac{1}{10700}$.

Чтобы обеспечить такую точность, необходимо вспомогательный базис l располагать на ровной местности и измерять с точностью 1:15000. Для этого длину базиса откладывают компарированной стальной рулеткой с миллиметровыми делениями и соблюдают все правила точных линейных измерений, а визирование выполняют на тонкую шпильку. При $\frac{m_l}{l} = \frac{1}{15000}$ для $l=20$ м получим $m_l=1,33$ мм.

На основании вычисленных допустимых погрешностей m_l , m_b рассчитаем, с какой точностью нужно измерять углы φ_i и β_i . Для расчетов принимаем $b_1=150$ м, $a=350$ м. Тогда:

$$\frac{m''_{\varphi}}{\rho''} = \frac{m_l}{b}, \quad m_{\varphi} = \frac{1,33 \cdot 200000}{150000} = \pm 1,8''.$$

Аналогично получаем $m_{\beta} = \frac{14 \cdot 200000}{350000} = \pm 8''.$

При расчетах мы применяли принцип равных влияний. Если уменьшить влияние одной из погрешностей, входящих в формулы (более точно измерять углы или расстояния), то в принцип равных влияний можно внести коррективы.

Задаваясь значениями $\frac{m_l}{l} = \frac{1}{15000}$, $m_{\varphi}=1,8''$, необходимую точность (1:10700) определения длины базиса получаем уже при $\varphi=8^{\circ}$:

φ	$\frac{m_b}{b}$
4°	1:6900
5	1:8120
6	1:9170
7	1:10040
8	1:10760

Следовательно, при длине вспомогательного базиса 20 м обеспечивается необходимая точность определения длины линии до 300 м. Во многих случаях при разбивке вспомогательного базиса достаточно отложить мерный прибор только один раз.

Для расчета необходимого числа приемов измерения горизонтальных углов φ_i и β_i в зависимости от применяемых инструментов использовали формулу, предложенную в работе [3]

$$n = \frac{2 m_v^2 + m_o^2}{1,6 m_{\beta}^2}, \quad (18)$$

где m_v — погрешность визирования (принимается равной минуте, деленной на увеличение трубы); m_o — погрешность отсчета (равная половине точности верньера); m_{β} — средняя квадратическая погрешность измерения угла; n — число приемов.

Результаты, приведенные в табл. 2, показывают, что при измерении углов целесообразно применять оптический теодолит типа Т2 (ТБ-1).

Известно, что при визировании на верх сооружения (при значительных углах наклона линии визирования) возникает погрешность в углах за наклон горизонтальной оси вращения трубы, вызванный наклоном основной оси инструмента. Поправки в измеренные направления обычно вычисляют по формуле

$$\Delta\beta = b \cdot \frac{\tau}{2} \cdot \operatorname{tg} \vartheta, \quad (19)$$

где b — наклон горизонтальной оси инструмента ($b = \frac{(I_2 + J_2) - (I_1 + J_1)}{2}$);

I_2, J_2, I_1, J_1 — отсчеты по концам пузырька накладного уровня при $KП$ и $КЛ$; τ — цена деления накладного уровня; ϑ — угол наклона измеряемого направления;

Таблица 3
Результаты определения кренов труб
Кураховской ГРЭС

Элементы	Труба 5	Труба 6
I	20,000	14,000
Φ_1	9°30'10"	4°47'56"
Φ_2	16°59'28"	4°45'04"
b_1 , м	120,360	166,910
b_2 , м	66,960	168,520
b , м	187,320	335,430
β_1	52°40'36"	53°58'50"
β_2	96°41'08"	84°26'41"
β_4	76°24'10"	47°05'22"
γ_A	0°00'38"	0°01'06"
γ_B	0°02'08"	0°00'58"
γ_C	0°02'03"	0°01'02"
a_A , м	234,580	250,330
a_B , м	187,820	203,430
a_C , м	191,860	276,440
Q_A , м	0,143	0,080
Q_B , м	0,124	0,079
Q_C , м	0,116	0,092
$Q_{ор.}$, м	0,128	0,084
α_Q	35°28' (СВ)	28°23' (СБ)

рированную стальную рулетку с миллиметровыми делениями длиной 20 м. Параллактические углы φ_i измеряли двумя

Таблица 2
Число приемов измерения
горизонтальных углов
различными теодолитами

Типы теодо- литов	m_v	m_o	φ_i		β_i	
			m_φ	n	m_β	n
Т2	2	1	1,8	2	8	1
Т5	2	3	1,8	4	8	1
ТТ-4	2,4	5	1,8	7	8	1
Т30	3	30	1,8	180	8	9

Величины поправок при смещении пузырька накладного уровня ($\tau=10''$) на одно деление для расстояний от инструмента до сооружения 0,5, 1, 1,5 2 H соответственно составляют 10, 5, 3,4, 2,5" (H — высота сооружения). Отсюда следует, что эти поправки существенны при малых расстояниях от инструмента до сооружения и их нужно учитывать, применяя при наблюдениях накладной уровень, или (для оптических теодолитов) пользоваться уровнем при алидаде горизонтального круга.

По изложенной методике проведены наблюдения за кренами железобетонных дымовых труб Кураховской ГРЭС. Высота каждой из них — 250 м. Для измерений применяли оптиче-ский теодолит ТБ-1 и компа-

приемами, углы β_i — одним приемом. Визирование выполняли на тонкие шпильки, установленные в точках. Результаты измерений приведены в табл. 3. Труба 5 наблюдалась в безветренную погоду. При наблюдении трубы 6 ветер достигал 12 м/с. При таком ветре колебания верхней части железобетонной трубы составляли 20 мм, а визирование выполняли на среднее положение колеблющегося верха трубы. Поправки за наклон горизонтальной оси вращения трубы вычисляли по формуле (19). Для этого использовали уровень при алидаде горизонтального круга. Величины поправок не превышали 5".

Выполним оценку точности полученных результатов по формулам (15), (8), (10), (12) и (13). Принимая $\frac{m_l}{l} = \frac{1}{15000}$, $m_\varphi = 1,8''$, $m_\beta = 3''$, получаем для трубы 5: $\frac{m_b}{b} = \frac{1}{11600}$; $m_a = 0,013$ м; $m_x = 0,018$ м; $m_y = 0,003$ м; $m_Q = 0,018$ м; для трубы 6 $\frac{m_b}{b} = \frac{1}{7900}$; $m_a = 0,019$ м; $m_x = 0,025$ м; $m_y = 0,003$ м; $m_Q = 0,025$ м.

Полученные погрешности измерения кренов относятся к результатам одного определения, а именно по направлению a_B . Для направлений a_A и a_C погрешности будут такого же порядка. В среднем из трех для трубы 5 $m_{Q_{cp}} \frac{0,018}{3} = 0,006$ м, а для трубы 6 $m_{Q_{cp}} \frac{0,025}{3} = 0,008$ м.

Таким образом, результаты подтвердили, что предложенная методика определения крена обеспечивает необходимую точность и ее можно применять в практике инженерно-геодезических работ.

Для сравнения методов определили крены тех же труб методом координат. При этом использовали те же результаты полевых измерений. Из решения многократной засечки вычисляли координаты центров основания (O) и верха (O') сооружения в условной системе. Для нахождения величины крена (расстояния OO') решали обратную геодезическую задачу. Расхождения в значениях крена не превышали 10 мм.

Для оценки точности определения крена по координатам используем формулы средней квадратической погрешности положения пункта, получаемого многократной засечкой [7]:

$$m_x = \frac{m_\beta}{10\sqrt{P_x}}; \quad m_y = \frac{m_\beta}{10\sqrt{P_y}}; \quad M_0 = \sqrt{m_x^2 - m_y^2}, \quad (20)$$

где m_x и m_y — соответственно средние квадратические погрешности по осям x и y ; m_β — средняя квадратическая погрешность измерения угла; P_x и P_y — соответственно веса, которые вычисляют через коэффициенты нормальных уравнений.

В результате для трубы 5 получили:

$$m_x = \frac{3}{10 \sqrt{4600}} = 0,004 \text{ м}; m_y = \frac{3}{10 \sqrt{252}} = 0,020 \text{ м};$$
$$M_o = \sqrt{0,004^2 + 0,020^2} = 0,020 \text{ м}.$$

Среднюю квадратическую погрешность определения величины крена сооружения запишем так:

$$M_Q^2 = M_o^2 + M_o'^2, \quad (21)$$

где M_o и M_o' — соответственно средние квадратические погрешности положения центров основания и верха сооружения. Полагая, что $M_o = M_o'$, получаем $M_Q = M_o \sqrt{2} = 0,028 \text{ м}$.

Средняя квадратическая погрешность определения крена для трубы 6 составит $M_Q = 0,011 \text{ м}$. Из сравнения видно, что средние квадратические погрешности определения крена практически одинаковы, но косвенный метод более прост и удобен при камеральной обработке результатов измерений.

Полученные результаты позволяют сделать следующие выводы:

1. Предложенный метод позволяет определять крен с необходимой точностью при сравнительно небольшом объеме измерений и простых вычислениях. Выполнение наблюдений с трех станций позволяет учитывать отклонения горизонтального сечения сооружения от правильной формы и увеличивает точность работ.

2. Выгоднейшая форма треугольников AOB и BOC — прямоугольные равнобедренные треугольники, причем углы при A и C могут изменяться в больших пределах — от 20° до 60° .

3. При расстояниях от сооружения, меньших $2 H$, следует пользоваться накладными уровнями для учета поправки в направления за наклон горизонтальной оси инструмента.

Список литературы: 1. Атаев А. С. Определение крена телевизионной башни. — «Инженерная геодезия», 1970, вып. 7, с. 14—16. 2. Брайт П. И. Геодезические методы измерения деформаций оснований и сооружений. М., «Недра», 1965, 298 с. 3. Купчинов И. И., Лебедев С. М. Геодезия при крупном промышленном строительстве. М., «Недра», 1965, 300 с. 4. Литвин Г. М. Определение крена инженерных сооружений, имеющих в плане форму круга. — «Инженерная геодезия», 1975, вып. 17, с. 80—84. 5. Раинкин В. Я. Определение вертикальности Останкинской телевизионной башни. — «Геодезия и картография», 1971, № 11, с. 23—26. 6. Руководство по наблюдениям за деформациями фундаментов зданий и сооружений. М., Стройиздат, 1967, 78 с. 7. Чеботарев А. С., Селиханович В. Г., Соколов М. Н. Геодезия, ч. 2. М., Геодезиздат, 1962, 614 с.

Работа поступила в редколлегия 21 декабря 1976 года. Рекомендована кафедрой геодезии Львовского политехнического института.