

ИССЛЕДОВАНИЕ АНАЛИТИЧЕСКОГО СПОСОБА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ВЗАИМНОГО ОРИЕНТИРОВАНИЯ

В программах аналитической фототриангуляции применяются строгие способы определения элементов взаимного ориентирования (ЭВО). В качестве исходного используется уравнение [4]

$$YZ' - ZY' = 0, \quad (1)$$

выражающее условие компланарности в координатной форме. Ниже приведен вывод уравнения взаимного ориентирования и его исследование на ЭЦВМ, когда исходным условием является равенство ординат точек двух снимков идеального случая съемки

$$y_{i\text{Л}} - y_{i\text{П}} = 0. \quad (2)$$

Представим (2) в виде некоторой функции φ , начальное значение которой φ_0 определяется начальными значениями элементов взаимного ориентирования $\alpha_{\text{Л}}, \kappa_{\text{Л}}, \alpha_{\text{П}}, \omega_{\text{П}}, \kappa_{\text{П}}$ (1-я система). После линеаризации функции φ (с удержанием частных производных первого порядка) получим

$$\varphi = \varphi_0 + \frac{\partial \varphi}{\partial \alpha_{\text{Л}}} d\alpha_{\text{Л}} + \frac{\partial \varphi}{\partial \kappa_{\text{Л}}} d\kappa_{\text{Л}} + \frac{\partial \varphi}{\partial \alpha_{\text{П}}} d\alpha_{\text{П}} + \frac{\partial \varphi}{\partial \omega_{\text{П}}} d\omega_{\text{П}} + \frac{\partial \varphi}{\partial \kappa_{\text{П}}} d\kappa_{\text{П}}. \quad (3)$$

Обозначим частные производные соответственно через a, b, c, d, e и отыщем их, используя известные формулы трансформирования координат:

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= \frac{f}{f_a} (x_2 \cos \alpha + f \sin \alpha), \\ y_1 &= \frac{f}{f_a} y_2, \text{ где } f_a = f \cos \alpha - x_2 \sin \alpha, \end{aligned} \right\} \quad (4')$$

$$\left. \begin{aligned} x_2 &= \frac{f}{f_{\omega}} x_1, \text{ где } f_{\omega} = f \cos \omega - y_1 \sin \omega, \\ y_2 &= \frac{f}{f_{\omega}} (y_1 \cos \omega + f \sin \omega). \end{aligned} \right\} \quad (4'')$$

$$x_1 = x \cos \kappa - y \sin \kappa \quad y_1 = y \cos \kappa + x \sin \kappa. \quad (4''')$$

После подстановки (4''') и (4'') в (4') для y_1 определим:

$$y_1 = f \frac{y_1 \cos \omega + f \sin \omega}{(f \cos \omega - y_1 \sin \omega) \cos \alpha - x_1 \sin \alpha}, \quad (5)$$

$$y_1 = f \frac{(y \cos \kappa + x \sin \kappa) \cos \omega + f \sin \omega}{\{f \cos \omega - (y \cos \kappa + x \sin \kappa) \sin \omega\} \cos \alpha - (x \cos \kappa - y \sin \kappa) \sin \alpha}. \quad (6)$$

Дифференцируя уравнение (4') по переменному углу α , находим

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \alpha} = \frac{\partial y_1}{\partial \alpha} = \frac{x_1 y_1}{f}. \quad (7)$$

Продифференцируем уравнение (5) по ω и выполним преобразования так, чтобы избежать деления на величины, которые могут принимать нулевые значения (при делении на нуль разрядная сетка ЭЦВМ переполняется). Получим

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \omega} = \frac{\partial y_i}{\partial \omega} = \frac{f^2}{f_a} + \frac{y_i^2}{f} \cos \alpha. \quad (8)$$

Аналогично из (6) имеем

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x} = \frac{\partial y_i}{\partial x} = \frac{x_i (f \cos \omega + y_i \cos \alpha \sin \omega) - y_i y_i \sin \alpha}{f \cos \alpha - x_i \sin \alpha}. \quad (9)$$

Подставляя в формулы (7—9) углы $\alpha_n, \omega_n=0, x_n$ и координаты точки на левом снимке, определяем коэффициенты a, b , а по углам α_n, ω_n, x_n и координатам точки на правом снимке находим коэффициенты c, d, e .

Таким образом, формулы (7—9) и (4'—4''') являются рекуррентными.

Окончательное уравнение взаимного ориентирования примет вид

$$\frac{x_{in} y_{in}}{f} \Delta \alpha_n + \frac{f x_{in} - y_{in} \sin \alpha_n \cdot y_{in}}{f \cos \alpha_n - x_{in} \sin \alpha_n} \Delta x_n - \frac{x_{in} y_{in}}{f} \Delta \alpha_n - \left(\frac{f^2}{f \alpha_n} - \frac{y_{in}^2 \cos \alpha_n}{f} \right) \Delta \omega_n - \frac{x_{in} (f \cos \omega_n + y_{in} \cos \alpha_n \sin \alpha_n) - y_{in} y_{in} \sin \alpha_n}{f \omega_n \cos \alpha_n - x_{in} \sin \alpha_n} \Delta x_n + l = 0, \quad (10)$$

где $l = y_{in} - y_{in}$, $\Delta \alpha_{n,p}$, $\Delta \omega_n$, $\Delta x_{n,p}$ — поправки к начальным значениям ЭВО. При малых углах из (10) имеем известное уравнение взаимного ориентирования

$$\frac{x_n y_n}{f} \alpha_n + x_n x_n - \frac{x_n y_n}{f} \alpha_n - \left(f + \frac{y_n^2}{f} \right) \omega_n - x_n x_n + q = 0. \quad (11)$$

Решение задачи по формуле (10) ведется обычным итеративным путем.

Для проверки правильности вывода уравнения (10) была составлена программа на ЭЦВМ «Минск-22» и обработана макетная пара перспективных снимков. Результаты подтвердили строгость формулы (10).

Для исследования полученного уравнения взаимного ориентирования проведена серия экспериментальных работ, аналогичная исследованиям В. Б. Дубинского [3]. В ходе эксперимента выявлено влияние количества точек и учета весов параллаксов на точность решения задачи, а также прослежено влияние начальных значений ЭВО на продолжительность итеративного процесса. Чтобы провести сравнительную оценку формулы (10), составлены программы определения ЭВО по способу А. Н. Лобанова и способу ЛПИ.

В качестве исходной информации было подобрано 120 стереопар различных участков и выполнено определение ЭВО на ЭЦВМ «Минск-22». Оказалось, что полученные результаты по двум способам дают почти абсолютное совпадение. Этого и следовало ожидать, так как оба метода базируются на условии компланарности.

Для анализа влияния количества точек на точность решения задачи мы взяли одни и те же стереопары и выполнили определение ЭВО при 6, 9, 12, 16 точках. За истинные значения условно были приняты ЭВО, определенные по 16 точкам; по расхождениям «истинных» и вычисленных значений ЭВО получены средние квадратические

ошибки элементов. Для всего массива стереопар они приведены в табл. 1.

Из табл. 1 следует, что точность решения задачи повышается в 2—2,5 раза при увеличении числа точек от 6 до 12. Кроме того, расхождения средних квадратических ошибок для обоих способов не превосходят 5", что является практически пренебрегаемой величиной (при точности определения ЭВО — 30").

Таблица 1

Средние квадратические ошибки определения ЭВО при решении задачи по различному количеству точек, сек

Вид ошибки	Способ Лобанова				Способ ЛПИ			
	6	9	12	16	6*	9	12	16
$m \alpha_d$	28	22	10	0	30	24	14	0
$m \alpha_n$	48	28	16	0	48	22	14	0
$m \omega_n$	40	10	6	0	42	14	9	0
$m \kappa_d$	33	24	12	0	30	20	14	0
$m \kappa_n$	50	35	22	0	46	30	20	0

*Цифрами 6, 9, 12, 16 обозначено количество точек.

Распределение ошибок ЭВО по интервалам 0—30, 30—60 и 60—90", приведенное в табл. 2, показывает, что качество решения задачи повышается с увеличением числа точек. Кроме того, еще раз подтверждается идентичность двух способов.

Таблица 2

Распределение ЭВО по интервалам, %

ЭВО	К-во точек	Способ Лобанова			Способ ЛПИ		
		0—30*	30—60*	60—90*	0—30*	30—60*	60—90*
$\alpha_{д.п}$	12	97	3	—	96	4	—
	9	92	8	—	91	9	—
	6	75	25	—	75	25	—
Средний процент		88	12	—	87	13	—
ω_n	12	100	—	—	100	—	—
	9	75	25	—	75	25	—
	6	67	25	8	67	25	8
Средний процент		81	16	3	81	16	3
$\kappa_{д.п}$	12	88	12	—	88	12	—
	9	76	12	12	76	12	12
	6	40	30	30	40	40	20
Средний процент		68	18	14	68	21	11

Если судить формально по данным табл. 2, то точность определения углов α по способу А. Н. Лобанова несколько выше, чем по способу ЛПИ, точность определения угла ω одинаковая, а углов κ — выше по способу ЛПИ. Однако это различие на самом деле пренебрегаемо мало, о чем мы уже упоминали выше.

Поскольку измеренные поперечные параллаксы не являются равноточными величинами, закономерно требовать учета весов при решении задачи взаимного ориентирования. По этому вопросу имеются несколько противоречивые мнения. И. Т. Антипов [1] теоретически и моделированием на ЭЦВМ доказывает, что веса можно знать весьма грубо, то есть для центральных точек брать вес 2, а для боковых — 1;

Таблица 3
Распределение по интервалам средних квадратических ошибок ЭВО при учете и без учета весов параллаксов, %

Кол-во точек	С учетом весов				Без учета весов			
	0—30"	30—60"	60—90"	более 90"	0—30"	30—60"	60—90"	более 90"
6	63	28	8	1	60	27	12	1
9	79	17	3	1	76	18	5	1
12	93	7	—	—	93	7	—	—
16	100	—	—	—	100	—	—	—

Ф. Ф. Лысенко на экспериментальном материале показывает [5], что использование предложенной им формулы (12) для вычисления весов параллаксов приводит к повышению точности пространственной фототриангуляции.

Таблица 4
Средние значения средних квадратических ошибок построения сетей фототриангуляции с учетом и без учета весов поперечных параллаксов при определении ЭВО, см

№ участка	С учетом весов			Без учета весов			Кол-во контрольных точек	Кол-во маршрутных сетей
	m_x	m_y	m_z	m_x	m_y	m_z		

О д и н о ч н ы е с е т и

1	35	31	18	36	31	18	102	8
2	50	55	19	51	54	20	100	8
3	43	40	22	44	40	23	116	8
4	67	72	25	67	72	25	110	8
5	15	15	8	16	16	9	55	6
6	33	30	9	35	31	9	50	6

Б л о ч н ы е с е т и

1	29	22	12	29	22	12	102	8
2	48	50	14	49	51	14	100	8
3	37	28	16	38	28	16	116	8
4	67	70	19	67	70	20	110	8
5	11	12	6	12	12	6,5	55	6
6	24	21	6,5	25	22	7	50	6

Примечание. Для участка 1—4 $f=100$ мм, $H=800$ м; для участков 5—6 $f=100$ мм, $H=400$ м.

Мы исследовали влияние весов поперечных параллаксов на определение ЭВО для искомого способа и способа А. Н. Лобанова, при чем ограничились двумя случаями:

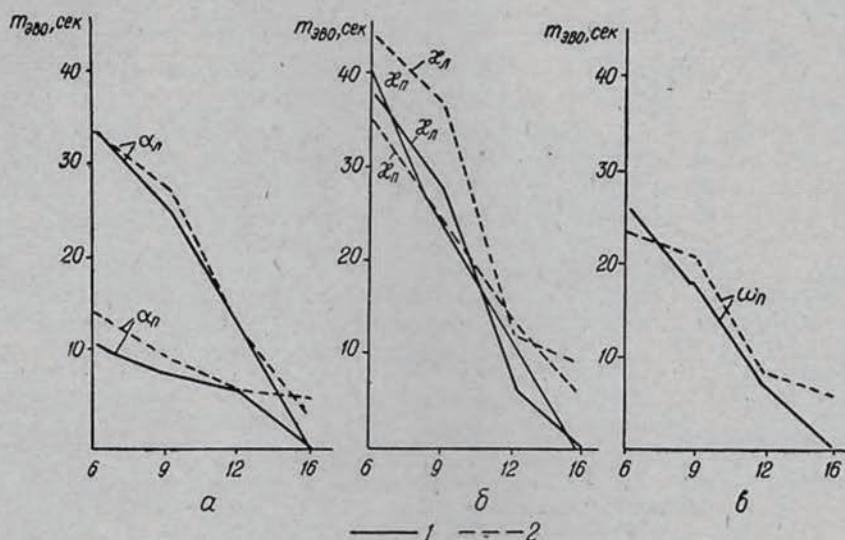
а) веса вычислялись по формуле Ф. Ф. Лысенко [5]

$$p = \frac{\cos(\alpha_n + \gamma_1) \cos(\omega_n + \gamma_2) \cos(\alpha_n + \gamma_1') \cos(\omega_n + \gamma_2')}{x_{n1}^2 + y_{n1}^2 + y_{n1}^2 + x_{n1}^2}; \quad (12)$$

б) веса для всех точек приняты равными.

Исследования были выполнены на том же материале, по которому устанавливался характер влияния количества точек на определение ЭВО.

В табл. 3 приведены полученные средние квадратические ошибки ЭВО, причем за истинные условно принимались ЭВО, найденные из решения задачи по 16 точкам с учетом весов по формуле (12). Поскольку данные для обоих способов полностью совпали, ограничимся одной таблицей. Зависимость точности определения ЭВО от учета весов показана на рисунке а, б, в.



Зависимость точности определения ЭВО от учета весов параллакса:
1 — определение ЭВО с учетом весов параллакса; 2 — без учета.

Приведенные данные показывают, что веса параллакса существенно не влияют на точность решения задачи взаимного ориентирования: максимальное расхождение в определении элемента κ не превышало $15''$.

Однако выявлено, что при неучете весов параллакса по формуле (12) происходит незначительное перераспределение остаточных параллакса. Если одновременно с решением задачи взаимного ориентирования работает алгоритм отбраковки точек [2], то это перераспределение (в границах $0,01-0,03$ мм) может привести к отбраковке фактически надежных точек. Вполне ясно, что при такой ситуации понижается точность определения ЭВО и как следствие — падает точность построения сети. Нами замечено, что при такой обработке снимков точность сгущения сети понижалась в 1,3 раза. Но если изменить допуски для отбраковки так, чтобы при учете весов и без их учета браковалось одинаковое число точек, то существенного повышения точности сгущения в маршрутных и блочных сетях не наблюдается (табл. 4).

Известно, что выбор начальных значений ЭВО существенно влияет на продолжительность решения задачи (количество приближений). При испытании нашего способа мы наблюдали то же явление. Для перспективных снимков количество итераций достигало иногда 8—12, а при ошибке в начальных значениях ЭВО в 1° сокращалось до 3—4. Не менее интересное явление замечено при обработке стереопар, для которых углы $\alpha_{д,п}$ и $\omega_{п}$ не превышали 2° , а углы $\kappa_{д,п}$ достигали $20-25^\circ$. После первой итерации мы получали элементы κ с ошибкой 20%, а α , ω принимали значения 4—6°, то есть ошибка их определения равнялась 200—300%. Проиллюстрируем это явление на следующем примере.

Предположим, что имеется стереопара, для которой все ЭВО равны нулю, кроме $\kappa_n \neq 0$. На левом снимке точки располагаются стандартно с ординатой y_{ct} и абсциссой $x=b$. В результате влияния угла κ_n координаты точек смещаются от стандартного положения и их новые значения вычисляются по формулам (4'''). Поперечные параллаксы для некоторых стандартных точек A и B равны:

$$\begin{aligned} q_A &= y_A - y'_A = y_{ct} - y_{ct} \cos \kappa_n + x'_A \sin \kappa_n > 0, \\ q_B &= y_B - y'_B = -y_{ct} + y_{ct} \cos \kappa_n + x'_B \sin \kappa_n > 0. \end{aligned} \quad (13)$$

Так как в начальной итерации все ЭВО принимаются равными нулю, то решение выполняется по формуле (11). При шести стандартно расположенных точках для α_n , например, имеем

$$\alpha_n = \frac{fp}{2by} (q_6 - q_4) = \frac{fp}{2by} (y_6 - y'_6 - y_4 + y'_4).$$

Так как разность ординат для точек 6 и 4 равна

$$y_6 - y'_6 = -y_{ct} + y_{ct} \cos \kappa_n,$$

$$y_4 - y'_4 = y_{ct} - y_{ct} \cos \kappa_n,$$

то

$$\alpha_n \approx \frac{fp}{b} (\cos \kappa_n - 1).$$

Нетрудно заметить, что при $\kappa_n = 0^\circ$ элемент $\alpha_n = 0$, а при $\kappa_n = 30^\circ$, $b \approx f$ получим $\alpha_n \approx -9^\circ$.

При детальном изучении материалов вычислений для различных случаев оказался наиболее целесообразным следующий порядок решения задачи. Допустим, что начальные значения ЭВО равны нулю, и выполним 1-ю итерацию. Если полученные ЭВО не превысят $5-6^\circ$, то эти значения принимаются как начальные для следующей итерации, то есть вычисления идут обычным путем. Если же хотя бы один из элементов превысил $5-6^\circ$, то всем элементам, кроме максимального, присваивается нулевое значение и по этим данным выполняется следующая итерация. Таким способом мы резко ограничим влияние «больших» элементов на «малые». Если же два идентичных элемента, например κ_l и κ_n , соизмеримы, но значительно превосходят остальные, то полученные для них значения считаем исходными для последующей итерации, а все остальные принимаем равными нулю. При решении задачи взаимного ориентирования было замечено, что введение в алгоритм такого усовершенствования привело к сокращению числа итераций примерно в два раза.

ЛИТЕРАТУРА

1. Антипов И. Т. Об учете весов измерений при решении задачи взаимного ориентирования. — «Геодезия, картография и аэрофотосъемка», 1970, вып. 11.
2. Дорожнинский А. Л. Усовершенствование алгоритма отбраковки точек при решении задачи взаимного ориентирования на ЭЦВМ. — «Геодезия, картография и аэрофотосъемка», 1972, вып. 14.
3. Дубиновский В. Б. Определение элементов взаимного ориентирования аэроснимков с применением электронной вычислительной машины. — «Изв. вузов. Геодезия и аэрофотосъемка», 1963, № 5.
4. Лобанов А. Н. [и др.]. Фототриангуляция с применением электронной цифровой вычислительной машины. М., «Недра», 1967.
5. Лысенко Ф. Ф., Финько В. В. Фототриангуляция с учетом весов измеренных координат. — «Геодезия и картография», 1968, № 11.