

П. В. ПАВЛИВ

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ НАКЛОНА РЕЕК НА ЗНАЧЕНИЕ ОШИБОК, ЗАВИСИМЫХ ОТ ВЕЛИЧИНЫ ПРЕВЫШЕНИЙ

Для целей, связанных с картографированием, а также с решением инженерных задач, высокоточное нивелирование прокладывают часто не только вдоль железных дорог, но и по обочинам автодорог, по берегам рек, в горах, где среднее превышение на одну станцию нивелирного хода выше 1 м. Значительные уклоны по таким трассам нивелирных линий обуславливают сокращение визирных лучей до 25 и менее метров.

Вопрос о влиянии сокращения визирных лучей и увеличения превышений на характер действия и механизм накопления ошибок, зависящих от величины превышений, до сих пор остается еще малоизученным [4, 5].

В ранее опубликованных работах [1, 2, 3] показано, что главными источниками ошибок, зависящих от величины превышений, являются рефракция, температурные влияния на длину нивелирных реек и наклон нивелирных реек.

Наша работа посвящена анализу ошибок, зависящих от наклона нивелирных реек.

Известно [2], что погрешность Δl в отсчете, обусловленную наклоном нивелирной рейки на угол ϵ_n , можно определить по формуле

$$\Delta l = \frac{l\epsilon_n^2}{2\rho^2}, \quad (1)$$

где l — отсчет по рейке.

Ошибка Δh в превышении h на станции нивелирного хода из-за наклона обеих реек на угол ϵ_n составляет

$$\Delta h = \frac{h\epsilon_n^2}{2\rho^2}. \quad (2)$$

Следовательно, ошибка превышения, обусловленная наклоном реек, прямо пропорциональна величине превышения h и углу наклона реек ϵ_n .

Расчеты показали [2], что при нивелировании вдоль железных дорог, где обычно превышение на станции нивелирного хода меньше 1 м и угол наклона не превышает $10'$, Δh является практически неощутимой величиной.

Но сложность вопроса состоит в том, что в момент отсчета наблюдатель не может проверить, находится ли рейка в вертикальном положении, успел ли рабочий уже привести пузырек круглого уровня на нивелирной рейке в нуль-пункт, или под влиянием ветра, усталости рабочего и других факторов пузырек в указанный момент был смещен, а рейка наклонена на соответствующий угол ϵ_n .

Поэтому выяснение механизма накопления ошибок мы произведем на основании специальной обработки материалов нивелирования I класса, выполненного в 1963—1966 гг. по нивелирной линии, проложенной с юга на север длиной 1190,6 км.

Южная часть этой линии проходит по слабоволнистой поверхности, сильно расчлененной на самом юге, сложенной песками и глинами, залегающими на гранитах, гнейсах и песчаниках. Средняя часть нивелирной линии пересекает гольцовые поверхности и платообразные водораздельные пространства, находящиеся на высоте 1000 и более метров. Северная часть линии (длиной 120 км) проложена по правому берегу реки Лены.

Климат рассматриваемого района высокоточного нивелирования резко континентальный: зима суровая и продолжительная, лето короткое и жаркое с большими колебаниями температуры в течение суток.

Указанная нивелирная линия проложена по обочине автодороги. Грунт вдоль нивелирной линии в основном каменистый и только по долине реки Лены песчаный.

Глубина сезонного промерзания равна 3—6 м. Глубина сезонного протаивания составляет 1—5 м. В северной части нивелирной линии распространение мерзлых пород преимущественно сплошное.

Прямые и обратные нивелирные ходы прокладывали участками по одному и тому же месту и по однотипным переходным точкам.

Общее количество станций в прямых нивелирных ходах равно 21037 и в обратных — 21005, то есть в среднем 18 станций на 1 км хода. Следовательно, средняя длина луча составляет 28 м.

Высота визирного луча над почвой была, как правило, не ниже 0,8 м при нормальной длине визирного луча 50 м, а при уменьшении длины визирного луча до 25 и менее метров высота этого луча допускалась до 0,5 м.

Прямые и обратные нивелирные ходы прокладывали в разные половины дня или в одинаковые половины дня при пасмурной погоде.

Нивелирование проводилось согласно инструкции, изданной в 1959 г., семью исполнителями и семью отдельными комплектами инструментов. Для нивелирования были использованы нивелиры Ni 004 со штативами длиной ножек в 160 см и рейки Московского экспериментального оптико-механического завода. Переходными точками служили костыли длиной 35 см с полусферическими головками диаметром 40 мм.

Вычисленные по формуле Лаллемана средняя квадратическая случайная и систематическая ошибки на 1 км нивелирного хода для всей линии соответственно составляют: $\eta = \pm 0,86$ мм; $\sigma = \pm 0,11$ мм.

При исследованиях обрабатывали результаты нивелирования только тех секций, в которых разности правых и левых, а также прямых и обратных нивелирных ходов не превышали допуска и для которых в отсчете по нивелированию указанной линии была приведена длина секций.

Общее количество разностей превышений секций в прямых и обратных нивелирных ходах составляет 154, а в правых и левых нивелирных ходах — 308.

В связи с тем, что прямое и обратное нивелирование в основном выполняется в разное время суток при разной температуре и разных других метеорологических условиях, в разностях превышений прямых и обратных нивелирных ходов, как подтверждают и предыдущие исследования [1, 2, 3], сказывается действие рефракции и температурных влияний на длину рек.

Одновременность исполнения правого и левого нивелирования обуславливает в их разностях превышений исключение влияния указанных двух источников ошибок. Следовательно, если в разностях превы-

Поэтому выяснение механизма накопления ошибок мы произведем на основании специальной обработки материалов нивелирования I класса, выполненного в 1963—1966 гг. по нивелирной линии, проложенной с юга на север длиной 1190,6 км.

Южная часть этой линии проходит по слабоволнистой поверхности, сильно расчлененной на самом юге, сложенной песками и глинами, залегающими на гранитах, гнейсах и песчаниках. Средняя часть нивелирной линии пересекает гольцовые поверхности и платообразные водораздельные пространства, находящиеся на высоте 1000 и более метров. Северная часть линии (длиной 120 км) проложена по правому берегу реки Лены.

Климат рассматриваемого района высокоточного нивелирования резко континентальный: зима суровая и продолжительная, лето короткое и жаркое с большими колебаниями температуры в течение суток.

Указанная нивелирная линия проложена по обочине автодороги. Грунт вдоль нивелирной линии в основном каменистый и только по долине реки Лены песчаный.

Глубина сезонного промерзания равна 3—6 м. Глубина сезонного протаивания составляет 1—5 м. В северной части нивелирной линии распространение мерзлых пород преимущественно сплошное.

Прямые и обратные нивелирные ходы прокладывали участками по одному и тому же месту и по однотипным переходным точкам.

Общее количество станций в прямых нивелирных ходах равно 21037 и в обратных — 21005, то есть в среднем 18 станций на 1 км хода. Следовательно, средняя длина луча составляет 28 м.

Высота визирного луча над почвой была, как правило, не ниже 0,8 м при нормальной длине визирного луча 50 м, а при уменьшении длины визирного луча до 25 и менее метров высота этого луча допускалась до 0,5 м.

Прямые и обратные нивелирные ходы прокладывали в разные половины дня или в одинаковые половины дня при пасмурной погоде.

Нивелирование проводилось согласно инструкции, изданной в 1959 г., семью исполнителями и семью отдельными комплектами инструментов. Для нивелирования были использованы нивелиры Ni 004 со штативами длиной ножек в 160 см и рейки Московского экспериментального оптико-механического завода. Переходными точками служили костыли длиной 35 см с полусферическими головками диаметром 40 мм.

Вычисленные по формуле Лаллемана средняя квадратическая случайная и систематическая ошибки на 1 км нивелирного хода для всей линии соответственно составляют: $\eta = \pm 0,86$ мм; $\sigma = \pm 0,11$ мм.

При исследованиях обрабатывали результаты нивелирования только тех секций, в которых разности правых и левых, а также прямых и обратных нивелирных ходов не превышали допуска и для которых в отсчете по нивелированию указанной линии была приведена длина секций.

Общее количество разностей превышений секций в прямых и обратных нивелирных ходах составляет 154, а в правых и левых нивелирных ходах — 308.

В связи с тем, что прямое и обратное нивелирование в основном выполняется в разное время суток при разной температуре и разных других метеорологических условиях, в разностях превышений прямых и обратных нивелирных ходов, как подтверждают и предыдущие исследования [1, 2, 3], сказывается действие рефракции и температурных влияний на длину реек.

Одновременность исполнения правого и левого нивелирования обуславливает в их разностях превышений исключение влияния указанных двух источников ошибок. Следовательно, если в разностях превы-

шений правых и левых нивелирных ходов будет выявлена зависимость от величины превышений, то в этом случае проявится действие третьего источника ошибок, зависящих от величины превышений, то есть наклона реек.

Для исследования поставленного вопроса, как и в предыдущих работах [1, 2, 3], применяем корреляционный анализ.

Выше было отмечено, что почти на всем протяжении нивелирной линии длина визирного луча S была короче 50 м, поэтому группирование разностей превышений d правых и левых нивелирных ходов произведено по двум признакам — по величине средних превышений h и средней длине визирного луча S на станции нивелирного хода. Кроме того, на основании общепринятой зависимости для каждой секции определено среднее квадратическое значение ошибки ϵ на одну станцию хода

$$\epsilon = \pm \sqrt{\frac{d \cdot d}{2n}}, \quad (3)$$

где d — разности превышений правых и левых нивелирных ходов. Затем для каждой группы найдено среднее значение средней квадратической ошибки. Результаты таких определений приведены в табл. 1.

Таблица 1

Данные зависимости средней квадратической ошибки на одну станцию хода ϵ от величины превышения h и длины визирного луча S

S, m	$0,00 < h < 0,10$			$0,10 < h < 0,20$			$0,20 < h < 0,40$			$0,40 < h < 0,60$			$0,60 < h < 1,00$			$1,00 < h < 2,00$		
	n	h	ϵ	n	h	ϵ	n	h	ϵ	n	h	ϵ	n	h	ϵ	n	h	ϵ
40	24	0,03	0,20	14	0,15	0,16	10	0,33	0,24	14	0,50	0,15	22	0,75	0,12	4	1,18	0,07
30	4	0,05	0,19	24	0,14	0,19	20	0,30	0,20	10	0,54	0,15	10	0,79	0,12	10	1,13	0,20
25	10	0,06	0,11	6	0,13	0,06	10	0,29	0,19	6	0,55	0,16	12	0,80	0,15	8	1,28	0,14
23	4	0,06	0,08	8	0,13	0,22	12	0,28	0,23	4	0,46	0,15	2	0,68	0,19	4	1,26	0,21
20	2	0,05	0,11	4	0,13	0,26	16	0,32	0,25	8	0,46	0,27	12	0,79	0,21	14	1,66	0,14
	44	0,04	0,16	56	0,14	0,18	68	0,30	0,22	42	0,51	0,17	58	0,77	0,15	40	1,36	0,16

Приведенные в табл. 1 и 2 данные раскрывают интересную закономерность механизма накопления ошибок, зависящих от величины превышений, при нивелировании коротким лучом.

Таблица 2

Данные влияния изменений h на значения ϵ

S, m	$0,00 < h < 0,10$			$0,10 < h < 0,40$			$0,40 < h < 2,00$			$2,00 < h < 4,00$		
	n	h	ϵ	n	h	ϵ	n	h	ϵ	n	h	ϵ
40	24	0,03	0,20	48	0,13	0,20	88	0,39	0,17	40	0,70	0,13
30	4	0,05	0,19	48	0,20	0,19	78	0,44	0,18	30	0,82	0,16
25	10	0,06	0,11	26	0,17	0,13	52	0,53	0,14	26	0,89	0,15
23	4	0,06	0,08	24	0,19	0,20	34	0,38	0,20	10	0,83	0,19
20	2	0,05	0,11	22	0,26	0,24	56	0,77	0,22	34	1,07	0,20
	44	0,04	0,16	168	0,18	0,19	308	0,50	0,18	140	0,86	0,16

Так, при незначительной величине превышений (до 0,1 м), когда действие ошибок, зависящих от превышений, фактически отсутствует, с сокращением длины визирного луча значение средней квадратической ошибки на одну станцию нивелирного хода уменьшается. Следовательно

но, в данном случае действуют только ошибки, зависящие от расстояния.

При среднем значении превышений (до 0,4 м) уже начинает проявляться действие ошибки, зависящей от величины превышений, и с сокращением длины визирного луча, обусловленной увеличением превышений, сначала снижается значение средней квадратической ошибки на одну станцию нивелирного хода, доходит до минимума при длине визирного луча 25 м, а затем возрастает под преобладающим влиянием источников ошибок, зависящих от величины превышений. Данные табл. 1 и 2 показывают, что при таких величинах превышений и длине визирных лучей средние квадратические ошибки на одну станцию нивелирного хода могут достигать максимальных значений.

При значительной величине превышений (большей 0,4 м), как показывают данные табл. 1 и 2, преобладающее влияние оказывают ошибки, зависящие от величины превышений, то есть видна четкая прямая корреляционная связь между величиной h и значением средней квадратической ошибки, выражаемая как

$$\varepsilon = a + bh, \quad (4)$$

где b — коэффициент ошибки, зависящей от величины превышения; a — среднее значение ошибки на одну станцию хода, зависящей от остальных факторов.

Для изучения силы корреляционной связи, выражающейся величиной и знаком коэффициента корреляции r , а также параметров a и b , характеризующих степень влияния изучаемого фактора на величину ошибок, нами использован способ обработки, идентичный способу, примененному в работе [1]. Чтобы более четко проявлялось влияние изучаемого фактора, в обработку включали только те разности, которые соответствуют превышениям, большим 0,4 м на одну станцию нивелирного хода.

Коэффициент корреляции r определяли на основании зависимости

$$r = \frac{[n \delta h \delta \varepsilon]}{N \sigma h \sigma \varepsilon}, \quad (5)$$

где n — количество секций в группе; δh , $\delta \varepsilon$ — отклонения соответственно от общего среднего значения превышения $\bar{h}$ и средней квадратической ошибки на одну станцию нивелирного хода ε ; N — общее количество секций, включенных в обработку; σh , $\sigma \varepsilon$ — стандартные отклонения соответственно от $\bar{h}$ и ε .

Параметры a и b выражаются следующими зависимостями:

$$b = \frac{[n \delta h \cdot \delta \varepsilon]}{[n \cdot \delta h^2]}; \quad (6)$$

$$a = \bar{\varepsilon} - \bar{h} b. \quad (7)$$

Средние квадратические ошибки определения r и b (m_r , m_b) можно выразить так:

$$m_r = \sqrt{\frac{1 - r^2}{N - 2}}; \quad (8)$$

$$m_b = \sqrt{\frac{[n v^2]}{(N - 2)[n \delta h^2]}}; \quad (9)$$

где v — величина, определяемая зависимостью

$$v = a + bh - \varepsilon. \quad (10)$$

В результате соответствующих вычислений на основании приведенных выше формул получено: $r=0,892$, $b=0,139$, $a=0,04$ мм, $m_r=\pm 0,046$, $m_b=\pm 0,008$. Эти данные свидетельствуют о том, что преобладающее влияние на механизм накопления ошибок в рассматриваемом случае оказывают ошибки, зависящие от величины превышений.

Из приведенных выше данных следует, что главным источником в ошибке, зависимой от величины превышений, в этом случае является наклон реек. Следовательно, среднее значение ошибки, зависящей от превышения, на одну станцию нивелирного хода ϑ_h при $b=0,139$ и $h=1$ м составит $\vartheta_h=bh=0,139$ мм.

Из формулы (2) имеем

$$\varepsilon_n = \pm \sqrt{\frac{2\Delta h p^2}{h}}. \quad (11)$$

Таким образом,

$$\vartheta_h \approx \Delta h.$$

Подставляя полученное значение ϑ_h в формулу (11), находим

$$\varepsilon_n = \pm 57',$$

то есть среднее квадратическое значение угла наклона нивелирной рейки в данных условиях нивелирования во время отсчета может достигать 1° . Следовательно, при нивелировании линий со значительными однообразными уклонами, в которых по нивелирному ходу сумма превышений может достигать сотни метров, ошибка из-за исследуемого фактора может достигать более десяти миллиметров, что и подтверждается разностями превышений правых и левых ходов при нивелировании в рассматриваемых условиях.

Для избежания накопления ошибок при нивелировании в таких условиях необходимо особо строго следить за вертикальностью нивелирных реек.

Следует отметить, что самым верным средством в данных условиях могли бы служить подпорки для реек, то есть, пока рейка не приведена (при помощи подпорок) в строго вертикальное положение, наблюдатель не сможет взять отсчет, и после окончания наблюдений также можно проверить, находилась ли рейка в вертикальном положении во время отсчета и если условие было нарушено, не уходя со станции, наблюдения можно повторить.

ЛИТЕРАТУРА

1. Павлив П. В. Исследование ошибок, зависящих от превышений, при нивелировании вдоль рек. В сб. «Геодезия, картография и аэрофотосъемка», вып. 5. Изд-во Львовского ун-та, Львов, 1966.
2. Павлив П. В. Исследование механизма накопления ошибок, зависящих от величины превышения. В сб. «Инженерная геодезия», вып. 5. «Будівельник», Киев, 1968.
3. Павлив П. В. Исследование ошибок геометрического нивелирования, зависящих от величины превышения. В сб. «Геодезия, картография и аэрофотосъемка», вып. 8. Изд-во Львовского ун-та, Львов, 1969.
4. Чеботарев А. С. Оценка точности результатов нивелирования. Труды ЦНИИГАиК, вып. 85. Геодезиздат, М., 1951.
5. Энтин И. И. Высоточное нивелирование, Труды ЦНИИГАиК, вып. 111. Геодезиздат, М., 1956.

Работа поступила
9 декабря 1970 г.