

В. А. ПЕРВАГО

О ТОЧНОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ МОДУЛЯ ПОКАЗАТЕЛЯ ПРЕЛОМЛЕНИЯ В ПРИЗЕМНОМ СЛОЕ

Как известно, при использовании импульсных радионавигационных систем возникает необходимость введения поправок за влияние атмосферных условий. Эти поправки могут быть представлены в виде

$$\Delta_v = \int_0^D (\Delta n_0 - \Delta n) dD, \quad (1) \quad \Delta_r = -\frac{D^3}{24\rho^2}, \quad (2)$$

где Δ_v — поправка за непостоянство скорости распространения радиоволн в атмосфере; Δ_r — поправка за кривизну траектории радиоволны; Δn_0 — постоянная величина.

Для определения поправки Δ_v по формуле (1) необходимо знать значения модуля коэффициента преломления в каждой точке траектории радиолуча, что практически не осуществимо.

Поэтому была разработана [1] полуэмпирическая теория, позволяющая с необходимой точностью и достаточно просто находить поправку за скорость распространения радиоволн. Согласно этой теории,

$$\Delta_v = D, \text{ км} \cdot 10^{-3} \left(\Delta n_0 - \frac{\Delta n_a + \Delta n_b}{2} \right), \quad (3)$$

где Δn_a и Δn_b — модули показателя преломления траектории радиолуча в точках а и б, отстоящих от его концов на $1/4$ расстояния. Определение этих величин производится по номограмме, полученной в результате обработки большого количества зондирований атмосферы в различных точках земной поверхности.

Однако для приземного слоя воздуха кривые номограммы получены экстраполированием, хотя именно в приземном слое воздуха происходят самые большие изменения как во времени, так и в пространстве модуля показателя преломления. Поэтому возникает вопрос: насколько справедлива указанная полуэмпирическая теория для приземного слоя воздуха. В настоящей статье сделана попытка решить этот вопрос хотя бы в первом приближении.

Материал по зондированию атмосферы в приземном 600-метровом слое воздуха мы собирали на протяжении нескольких лет (1950, 1952, 1954) для летнего (июль, август) и зимнего (январь) периодов. Зондирование производилось в основном на десяти высотах (0,50, 100, 150, 200, 250, 300, 400, 500, 600 м) Центральной аэрологической обсерваторией в поселке Долгопрудная Московской области.

Место подъемов привязных аэростатов для фиксации метеорологических элементов на указанных высотах представляло собой ровное

поле с травянистым покровом летом и снежным зимой. Всего было произведено для летнего периода 108 и зимнего 87 зондирований. Значения модуля показателя преломления для этих зондирований вычислялись по формуле Смита и Вейнтруба

$$\Delta n = \frac{77,6}{273,2+t} \left(p + 4810 \frac{e}{273,2+t} \right). \quad (4)$$

Результаты вычислений в виде осредненных значений модуля коэффициента преломления приведены в таблице.

Изменение модулей показателя преломления в различные периоды времени

Месяц и год	Число использо- ванных зон- дирований	Значение Δn на высотах зондирования, м									
		0	50	100	150	200	250	300	400	500	600
Январь 1952 г.	40	307	306	303	301	300	298	296	291	287	283
Июль 1952 г.	30	331	323	322	318	315	312	313	306	302	298
Август 1952 г.	23	334	328	325	319	315	312	310	305	301	297
Январь 1954 г.	37	309	309	306	304	301	298	296	291	286	282
Июль 1954 г.	25	329	324	321	319	316	314	312	307	302	299
Август 1954 г.	30	330	325	322	318	314	312	309	305	301	297

Анализ материалов таблицы позволяет сделать следующие выводы о стратификации изучаемого слоя атмосферы. Низкие среднемесячные температуры в утренние часы наблюдаются в январе во всем 600-метровом слое, наиболее высокие — в июле. Зимой же преобладания приземных инверсий не наблюдается даже утром. Для исследуемого периода времени сверхadiaбатические градиенты имеют место в утренние и дневные часы, в том числе и над снежным покровом и в пасмурные дни.

Большая повторяемость сверхadiaбатических градиентов отмечена в слое до 100 м (порядка 90%). На больших высотах она резко падает, а в отдельные холодные дни января, начиная с высоты 150—300 м, и вовсе отсутствует.

Относительная влажность, как правило, с высотой несколько растет, причем в летние месяцы это наблюдается во всем исследуемом слое атмосферы. В зимние месяцы возрастание влажности с высотой имеет место только в слое 100—400 м. Наиболее высокая относительная влажность приходится на утренние сроки.

В дальнейшем нами были вычислены средние интегральные значения модуля показателя преломления для всех результатов зондирования по формуле

$$\frac{1}{D} \int_0^D \Delta n dD \approx \frac{1}{D} \sum_1^k \Delta n_i dD_i, \quad (5)$$

где k — количество интервалов зондирования; Δn_i — значения модуля показателя преломления в интервале dD_i (в нашем случае $k=9$).

Исходя из (1) и (3), не трудно показать, что

$$\frac{1}{D} \int_0^D \Delta n dD = \frac{\Delta n_a + \Delta n_6}{2}. \quad (6)$$

Отсюда, если Δn_a и Δn_6 получать по номограмме, то величину

$$\delta = \frac{1}{D} \int_0^D \Delta n dD - \frac{\Delta n_a + \Delta n_6}{2} \quad (7)$$

при некоторых несущественно влияющих на результат предположениях можно принять за истинную ошибку определения среднеинтегрального значения модуля показателя преломления. Следует заметить, что при такой постановке вопроса будут внесены некоторые погрешности в δ . Эти погрешности объясняются, во-первых, тем, что среднеинтегральное значение заменяется конечной суммой, и, во-вторых, тем, что суммирование производится не вдоль луча, а вдоль хорды. Кроме того, при такой оценке δ мы рассматриваем частный случай, когда радиолуч проходит вертикально вниз, хотя его можно распространить и на случай, когда луч проходит и в других направлениях.

Обработка статистических рядов разностей δ для зимы и лета заключалась в исследовании на нормальность распределения этих разностей, а также в определении числовых характеристик с последующей оценкой их точности [2].

Для этого оба статистических ряда разбивали на определенное количество интервалов. Для зимы интервалы в единицах шестого знака Δn следующие: —8; —6; —6; —4; —4; —2; —2; 0,0; 2,2; 4,4; 6,6; 8,8; 10; для лета соответственно: —12; —8; —8; —4; —4; 0,0; 4,4; 8,8; 12,12; 16; 16; 20; 20; 24; 24; 28. Дальше подсчитывали в каждом интервале теоретическое и практическое количество разностей δ , причем теоретическое количество разностей определяли по формуле

$$m_i = P_i n,$$

$$P = \Phi\left(\frac{\alpha - m_\delta}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{\beta - m_\delta}{\sigma}\right), \quad (8)$$

где m_i — теоретическое количество разностей в i -том интервале; P_i — вероятность попаданий δ в i -тый интервал получена по формуле (8); α и β — границы интервалов; m_δ — математическое ожидание; σ — среднее квадратическое отклонение.

Величины m_δ и σ находили по формулам

$$m_\delta = \sum_{i=1}^k \Delta_i P_i^*, \quad (9) \quad \sigma = \sqrt{D_\delta}, \quad (10) \quad D_\delta = \sum_{i=1}^k (\Delta_i - m_\delta)^2 \cdot P_i^*, \quad (11)$$

где $i=1, 2, \dots, k$ — количество интервалов, P — частота появления δ в i -том интервале, Δ_i — середина i -того интервала.

Результаты этих вычислений приведены на рисунке а, б.

Как видно из графиков, эмпирическое распределение значительно отличается от теоретического. Для проверки, насколько случайны эти расхождения, мы воспользовались критерием Пирсона χ^2 [2]

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(m_i^* - nP_i)^2}{nP_i}, \quad (12)$$

где m_i^* — экспериментальное количество δ в i -том разряде.

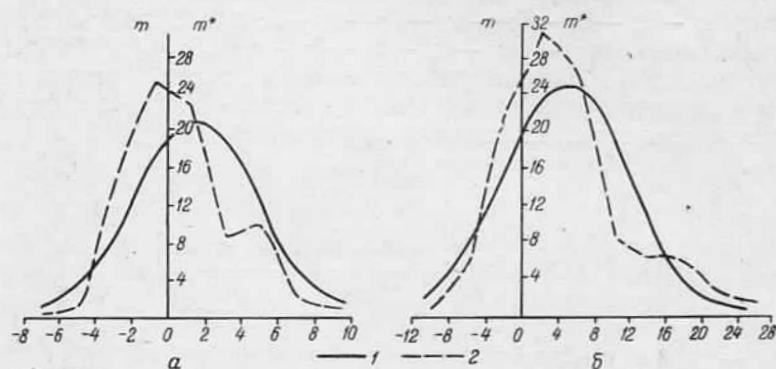
Величины χ^2 для зимы и лета оказались равными 19,8; 19,7, что соответствует доверительной вероятности, при наших условиях примерно равной 0,01. Эта вероятность, естественно, является малой, отсюда гипотезу о том, что наши разности подчиняются нормальному закону, необходимо отбросить.

Последнее, по-видимому, можно объяснить превалирующим влиянием одного из факторов на величины разностей. Вопрос об отыскании этого фактора и его учета подлежит дальнейшему исследованию.

Ниже приведены значения математических ожиданий m_δ , средних квадратических отклонений σ , количество разностей $\delta-n$ и значения доверительных интервалов ε для m_δ и σ , отдельно для зимы и лета:

	Лето	Зима
m_δ	+4,4	+1,4
σ	± 8	$\pm 3,6$
n	108	87
ε_m	$4,4 \pm 1,3$	$1,4 \pm 0,7$
ε_σ	$8 \pm 1,0$	$3,6 \pm 0,5$

Анализируя приведенные данные, можно заметить, что в зимних условиях в приземном слое воздуха наши исследования подтверждают выводы относительно точности получения среднеинтегрального модуля показателя преломления по номограмме.



Распределение ошибок определения модуля показателя преломления:
а — зима, б — лето, 1 — теоретическое, 2 — эмпирическое распределение.

Так, общая средняя квадратическая ошибка, которая равна корню квадратному из суммы квадратов σ и m_δ , составляет 3,6 единиц шестого знака. Для летних условий она значительно больше и составляет 8 единиц шестого знака, выходя за пределы точности, предусмотренной методикой построения номограммы.

Однако следует заметить, что для результатов, полученных по номограмме [3], характерны систематические ошибки (см. m_δ для зимы и лета, табл. 2), причем для зимы они незначительные (порядка 1—2 единиц шестого знака), а для лета довольно ощутимые (порядка 5 единиц шестого знака). Естественно, что это ошибки только для данного пункта наблюдений. Для других пунктов они могут быть иными.

Возникает вопрос о причине появления указанных ошибок и методике их учета. Для ответа на него и установления среднеинтегрального значения модуля показателя преломления от высоты важное значение имеет исследование приземного слоя атмосферы в различных точках земной поверхности, равномерно расположенных по всей территории страны.

ЛИТЕРАТУРА

1. Вентцель С. Теория вероятностей. М., 1958.
2. «Геодезия и картография», 1962, № 5.
3. Сборник таблиц и номограмм для обработки материалов радиогеодезических измерений РИО ВТС. М., 1959.