

Э. М. ШАТАЛОВА

О СМЕЩЕНИИ УРОВЕННОЙ ПОВЕРХНОСТИ (ГЕОИДА) ПОД ВЛИЯНИЕМ ТОПОГРАФИЧЕСКОЙ РЕДУКЦИИ

Любая редукция (кроме редукции Прея) может быть истолкована как воображаемое перемещение или удаление масс. А при любом перемещении масс изменяется их взаимное расположение, что является причиной изменения силы тяжести. Создается так называемый прямой эффект.

В результате таких перемещений масс изменяется также и потенциал притяжения Земли, что не может не отразиться на фигуре геоида, с которой связан этот потенциал. Фигура геоида деформируется. Деформация фигуры геоида или, что то же самое, смещение уровня геоида является вторичной причиной изменения силы тяжести. Создается так называемый косвенный эффект.

Смещение уровня геоида под влиянием различных типов редукций имеет разную величину, но часто последней нельзя пренебрегать.

Согласно подсчетам многих авторов [1, 3, 4, 5], величина смещения уровня геоида под влиянием некоторых типов редукций (Буге, изостатической, топографической) достигает 10 и более метров, что вызывает косвенный эффект 2—3 *мгал*.

Таблица 1

Деформация геоида под влиянием
 топографической редукции пластины

$H_0, м$	$N_T, м$	$H_0, м$	$N_T, м$
200	-1,42	1200	- 8,51
400	-2,84	1400	- 9,93
600	-4,26	1600	-11,35
800	-5,68	1800	-12,77
1000	-7,09	2000	-14,17

В наших подсчетах (табл. 1) смещение уровня геоида под влиянием топографической редукции цилиндрической пластины высотой $H_0 = 1000 м$, радиусом $r = 166,7 км$ для масс плотностью $\delta = 1 г/см^3$ равно $-7,09$. Этот результат практически совпадает со значением N_T , полученным из таблиц Леже [7], при тех же значениях H_0, r, δ .

Косвенный эффект, вызываемый смещением $N_T = -7,09 м$, равен $\Delta_2 g = +2,23 мгал$. При современной точности определений силы тяжести (0,1—0,05 *мгал*) такими величинами пренебрегать нельзя.

Для учета смещения уровня геоида (деформации) и вызываемого косвенного эффекта разными авторами [6, 1, 7] был составлен ряд лиц.

Настоящая работа имеет целью изучить более детально вопрос деформации фигуры геоида под влиянием топографической редукции, составить таблицу деформаций, по возможности более точно учитывая массы, редуцирование которых вызывает смещение уровня геоида. Для плоской Земли (за плоскую Землю нами приняты, согласно другим авторам, буквенные зоны Хейфорда) деформацию уровня геоида вызывает не только пластина радиусом 166,7 км и высотой, равной высоте точки над уровнем моря, но и те массы рельефа, которые дополняют пластину до поверхности действительной Земли (см. рисунок).

Исходя из этого, вместо обычно принятого учета смещения геоида [1, 7] мы разделили весь эффект на три части:

1. Смещение под влиянием топографической редукции пластины радиусом $r=166,7$ км и высотой над уровнем моря H_0 .
2. Смещение под влиянием топографической редукции масс рельефных зон со средней относительной высотой $h_{cp}=H_{cp}-H_0$, где H_{cp} — средняя высота зоны (отсека).
3. Смещение, вызываемое топографической редукцией масс сферических зон (цифровых зон Хейфорда) с высотой H , равной абсолютной высоте сферической зоны (отсека).

Выделение смещения под влиянием топографической редукции масс пластины как главной части позволяет значительно проще и точнее учесть все массы Земли, редуцирование которых деформирует геоид. Для подсчета величины смещения N пользуются известной формулой Брунса.

$$N = \frac{V}{g}, \quad (1)$$

где V нами принят потенциал сферического слоя [2]

$$V = f\delta \int_{\Theta_1}^{\Theta_2} \int_0^H \int_0^{2\pi} \frac{(R+h)^2 \sin \Theta}{r} d\Theta dh d\varphi \quad (2)$$

где g — среднее значение силы тяжести на Земле

$$g = \frac{4}{3} \pi f \delta_0 R. \quad (3)$$

В результате некоторых преобразований и последующего разложения ряд подынтегрального выражения в формуле (2) с учетом формул (1) и (3) получено наиболее общее выражение для смещения N_T уровня геоида под влиянием топографической редукции:

$$N_T = -3 \frac{\delta}{\delta_0} \frac{1}{R} \left[\left(RH + \frac{3}{4} H^2 + \frac{1}{8} \frac{H^3}{R} \right) \left(\sin \frac{\Theta_2}{2} - \sin \frac{\Theta_1}{2} \right) + \frac{1}{24} \frac{H^3}{R} \left(\operatorname{co} \sec \frac{\Theta_2}{2} - \operatorname{co} \sec \frac{\Theta_1}{2} \right) \right], \quad (4)$$

где δ — плотность масс; $\delta_0=5,5168$ г/см³ — средняя плотность Земли; $R=6371,2$ км — средний радиус Земли; H — высота зоны над уровнем моря; $\Theta_1+\Theta_2$ — внутренний и внешний радиусы сферического кольца (отсека).

Знак (—) означает, что удаление масс опускает геоид вниз, как и при редукции Буге.

Выражение (4) несколько отличается от формулы, полученной С. В. Евсеевым [1]. В формуле (4) учтено большее число членов разложения. Она дает возможность вычислить смещение с учетом величины второго порядка малости. От выражения (4) нетрудно перейти к выражению для потенциала V [5] в искомой зоне.

Как было сказано, главную часть смещения составляет смещение, вызванное топографической редукцией масс пластины. Для вычисления его величины формулу (4) можно преобразовать. Для этого в (1) вместо потенциала сферического слоя (2) надо подставить потенциал плоского цилиндрического кольца [2]

$$V = f\delta \int_0^r \int_0^H \int_0^{2\pi} \frac{l}{\sqrt{z^2 + l^2}} dl dz d\varphi. \quad (5)$$

После интегрирования (5) и подстановки ее в (1) получаем формулу для смещения, вызванного топографической редукцией масс в виде плоской цилиндрической пластины конечного радиуса

$$N_T = -\frac{3}{4} \frac{\delta}{\delta_0} \cdot \frac{1}{R} \left[H_0 \sqrt{r^2 + H_0^2} - H_0^2 + r^2 \ln \frac{H_0 + \sqrt{r^2 + H_0^2}}{r} \right], \quad (6)$$

где H_0 — высота над уровнем моря; $r = 166,7$ км — радиус пластины.

На основании формулы (6) нами составлена табл. 1, где величины смещений вычислены до 1 см с интервалом высот 200 м для масс с плотностью $\delta = 1$ г/см³.

При вычислении смещения уровня геоида под влиянием топографической редукции масс рельефа плоских зон можно пользоваться формулой (6), заменив высоту H_0 на среднюю относительную высоту плоской зоны $h_{cp} = H_{cp} - H_0$. В таком случае формула (6) дает выражение для смещения, вызванного топографической редукцией масс рельефа в виде плоских цилиндрических пластин со средней относительной высотой h_{cp} .

На самом же деле в близкой окрестности точки наблюдения цилиндрическая пластина отражает рельеф довольно грубо. Целесообразнее и точнее рельеф в ближайшей окрестности точки (в радиусе 3—5 км) представлять в виде конической поверхности с вершиной в этой точке.

На рисунке дано вертикальное сечение рельефа одного сектора с вершиной в точке А (горизонтальный масштаб 1:100 000). Нетрудно заметить, что цилиндрический сектор со средней высотой H_{cp} (вертикальная штриховка) представляет рельеф гораздо грубее, чем конический сектор со средним углом наклона α_{cp} и соответствующей ему высотой $H_{\alpha_{cp}}$ (горизонтальная штриховка).

Учитывая изложенное, в выражении для потенциала плоского цилиндрического кольца (5) мы заменили переменную z на

$$z = r \cdot \operatorname{tg} \alpha. \quad (7)$$

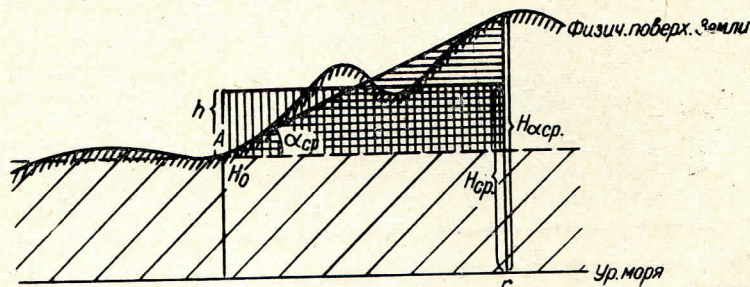
Поменяли соответственно пределы интегрирования и нашли для потенциала следующее выражение:

$$V = 2\pi f\delta \int_0^r \int_0^\alpha \frac{r^2}{\cos^2 \alpha \sqrt{r^2 \operatorname{tg}^2 \alpha + r^2}} dr d\alpha. \quad (8)$$

Выполнив некоторые преобразования, проинтегрировав (8) и подставив его в (1), получили формулу для смещения уровня геоида, вызванного топографической редукцией масс рельефа, ограниченных снизу плоскостью радиусом r , а сверху — наклонной поверхностью с углом наклона α .

$$N_T = -\frac{3}{4} \frac{\delta}{\rho_0} \cdot \frac{1}{R} \cdot r^2 \ln \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\alpha}{2} \right). \quad (9)$$

На практике обычно принято делить зоны на n отсеков. Понятно, что каждый n -ый отсек (сектор) будет иметь свой средний угол наклона $\alpha_{\text{ср}}$ и соответствующую ему среднюю относительную высоту $h_{\text{ср}}$. По формуле (9) нами рассчитаны значения смещений для зон с радиусами 0,59; 1,28; 2,29; 3,52; 5,24 км; то есть для объединенных плоских зон Хейфорда: А—D; А—Е; А—F; А—G; А—Н.



Вертикальное сечение рельефа в секторе радиусом 5 км.

Как видно из табл. 2, смещение, вызванное топографической редукцией масс рельефа в виде конического сектора радиусом $r=5,24$ км и высотой $h_{\text{ср}}=600$ м, равно — 0,07 м. Смещение при тех же значениях $h_{\text{ср}}$ и r , подсчитанное обычным способом, то есть для цилиндрического сектора, примерно в два раза больше — $N_T=-0,12$ м.

Таблица 2

Деформация геоида под влиянием топографической редукции масс рельефа плоских зон

Зоны	$h_{\text{ср}}, \text{ м}$					Зоны	$h_{\text{ср}}, \text{ м}$				
	200	400	600	800	1000		200	400	600	800	1000
А—D	0	0	-0,01	-0,01	-0,01	Н	-0,01	-0,03	-0,04	-0,06	-0,07
А—Е	0	-0,01	-0,01	-0,02	-0,02	І	-0,03	-0,05	-0,08	-0,11	-0,13
А—F	-0,01	-0,02	-0,03	-0,04	-0,05	Ј	-0,03	-0,07	-0,10	-0,14	-0,17
А—G	-0,01	-0,03	-0,04	-0,06	-0,07	К	-0,06	-0,11	-0,16	-0,22	-0,27
А—Н	-0,02	-0,04	-0,07	-0,09	-0,11	Л	-0,09	-0,17	-0,26	-0,35	-0,43
Е	0	-0,01	-0,02	-0,02	-0,02	М	-0,25	-0,51	-0,77	-1,12	-1,27
F	-0,01	-0,02	-0,02	-0,03	-0,04	О	-0,34	-0,68	-1,02	-1,37	-1,72
G	-0,01	-0,02	-0,03	-0,04	-0,05		-0,58	-1,16	-1,73	-2,32	-2,89

Таким образом, ближайшие плоские зоны (до радиуса $r=5,24$ км) целесообразнее учитывать как конические, остальные плоские зоны (до радиуса $r=166,7$ км) — как цилиндрические. С учетом данного положения нами составлена табл. 2, в которой в объединенных зонах смещение выбирается по аргументу $h_{\text{ср}}$ — по средней относительной высоте на конце радиуса сектора (отсека), соответствующей среднему углу наклона $\alpha_{\text{ср}}$. В остальных плоских зонах смещение выбирается по аргументу $h_{\text{ср}}$ — по средней относительной высоте цилиндрического сектора.

Таблица 3

Деформация геоида под влиянием топографической редукции масс сферических зон, *м*

Зоны	<i>H, м</i>									
	200	400	600	800	1000	1200	1400	1600	1800	2000
18	-0,18	-0,36	-0,53	-0,71	-0,89	-1,07	-1,25	-1,42	-1,60	-1,78
17	-0,22	-0,43	-0,65	-0,86	-1,08	-1,30	-1,52	-1,73	-1,94	-2,16
16	-0,27	-0,54	-0,81	-1,08	-1,35	-1,61	-1,88	-2,15	-2,42	-2,69
15	-0,35	-0,69	-1,04	-1,38	-1,73	-2,08	-2,43	-2,77	-3,11	-3,46
14	-0,46	-0,93	-1,39	-1,85	-2,32	-2,78	-3,24	-3,71	-4,17	-4,64
13	-1,20	-2,41	-3,61	-4,81	-6,02	-7,22	-8,42	-9,63	-10,84	-12,04
12	-1,38	-2,76	-4,14	-5,52	-6,90	-8,28	-9,66	-11,04	-12,43	-13,81
11	-1,97	-3,94	-5,92	-7,89	-9,86	-11,84	-13,81	-15,78	-17,76	-19,73
10	-2,72	-5,44	-8,16	-10,88	-13,60	-16,34	-19,06	-21,76	-24,48	-27,20
9	-3,22	-6,45	-9,67	-12,89	-16,12	-19,34	-22,56	-25,79	-29,02	-32,24
8	-6,13	-12,26	-18,39	-24,51	-30,64	-36,77	-42,89	-49,03	-55,17	-61,30
7	-5,57	-11,15	-16,72	-22,29	-27,87	-33,44	-39,03	-44,58	-50,16	-55,74
6	-8,48	-16,96	-25,44	-33,93	-42,41	-50,89	-59,37	-67,86	-76,35	-84,83
5	-13,30	-26,60	-39,90	-53,21	-66,51	-79,81	-93,11	-106,42	-119,73	-133,03
4	-17,21	-34,43	-51,64	-68,86	-86,08	-103,30	-120,52	-137,73	-154,95	-172,18
3	-22,65	-45,30	-67,96	-90,61	-113,27	-135,92	-158,58	-181,24	-203,90	-226,56
2	-18,53	-37,07	-55,60	-74,14	-92,68	-111,22	-129,76	-148,30	-166,84	-185,38
1	-3,48	-6,96	-10,44	-13,92	-17,40	-20,88	-24,36	-27,84	-31,33	-34,81

Смещение уровня геоида под влиянием топографической редукции масс сферических зон вычислено по формуле (4) (табл. 3).

Плотности пород, слагающих различные участки Земли, в настоящее время детально изучаются, а в некоторых районах изучены достаточно хорошо. Поэтому при вычислении смещения уровня геоида следует учитывать плотность масс конкретного района.

Исходя из этого, все таблицы смещений составлены для масс с плотностью $\delta=1 \text{ г/см}^3$. Чтобы узнать, каково будет смещение, вызванное топографической редукцией масс с любой другой плотностью или масс морских участков, достаточно табличное значение смещения умножить на плотность реальных масс в случае суши; в случае моря — на величину 1,643, равную разности общепринятой плотности масс осадочных пород и плотности морской воды.

Величина смещения для моря берется с обратным знаком.

Значения смещений в таблицах вычислены для полных зон. При делении зон на n отсеков (как это обычно делается) табличное значение смещения N_T должно быть уменьшено в n раз.

Как видно из таблиц, топографическая редукция больших масс вызывает большие смещения, достигающие десятков метров, а в антиподах даже сотен метров. Очевидно, что при учете компенсации топографических масс величина смещения будет гораздо меньше, так как смещение, вызванное редукцией компенсационных масс, имеет обратный знак.

Таким образом:

1. Для удобства и большей точности учета величины смещения уровня геоида под влиянием топографической редукции целесообразно весь эффект смещения делить на три части: а) под влиянием топографической редукции пластины; б) под влиянием топографической редукции масс рельефа плоских зон; в) и от топографической редукции масс сферической Земли.

2. Главную часть величины смещения, вызванную топографической редукцией масс пластины, достаточно точно можно вычислить по формуле (6), в которой Землю принимаем за плоскость.

3. Смещение под влиянием топографической редукции масс рельефа ближайшей окрестности точки наблюдения (3—5 км) лучше вычислено по формуле (9), учитывающей средний угол наклона местности.

4. Редукция Буге так же, как и топографическая, вызывает сильную деформацию фигуры геоида. Поэтому при ее использовании нельзя упускать тот факт, что она нуждается в введении дополнительных поправок порядка десятых и даже целых миллигал.

ЛИТЕРАТУРА

- Сеев С. В. Вычисление изостатических редукций на Урале и в Поволжье. ЦНИИГПИК, 1939, № 17.
- Гельсон Н. И. Теория потенциала и ее приложение к вопросам геофизики. М., 1932.
- Хайлов А. А. Курс гравиметрии и теории фигуры Земли. М., 1939.
- Мейнес. Гравиметрические наблюдения на море. М., 1940.
- Hambert W. D. The reduction of observed values of gravity to sea level. Bul. geod. 1930, № 26.
- Hambert W. D. and F. W. Darling. Tables for determining the form of the geoid and its indirect effect on gravity USCGS Spec. Publ. 1936.
- Jay R. P. Pierre. Tables pour le calcul de l'effet indirect et la déformation du géoïde. Bul. géod. N. S. 1948, № 8.

Работа поступила
17 мая 1970 года