

УДК 528. 024.4

С. Г. ВЛАСЕНКО

**ЗАВИСИМОСТЬ ВРЕМЕНИ СДВИГА УТРЕННЕГО МАКСИМУМА  
РЕФРАКЦИОННОЙ КРИВОЙ ОТ СРЕДНЕЙ ВЫСОТЫ  
ЛИНИИ ВИЗИРОВАНИЯ В ГОРНО-ДОЛИННОМ РАЙОНЕ КАРПАТ**

Дневной ход коэффициента рефракции в равнинных и горных районах в настоящее время достаточно изучен, установлена зависимость этого хода от основных метеорологических факторов [1, 3, 4, 5]. Кривую дневного изменения коэффициента рефракции в первом приближении можно назвать косинусоидой с утренним и вечерним максимумами, соответствующими началу и концу светового периода.

Во время наблюдений зенитных расстояний в горно-долинном районе Карпат (Свалявский район Закарпатской области) мы отметили особенность дневного хода вертикальной рефракции — ясно выраженный сдвиг вправо по оси ординат утреннего максимума рефракционной кривой, возрастающий с увеличением средней высоты линии визирования. В некоторой степени подобный сдвиг наблюдается и на графиках рефракции, приведенных в работе И. И. Садовского [6], выполненной в горных условиях Восточной Сибири.

Найдем аналитически зависимость между временем сдвига утреннего максимума и средней высотой линии визирования, используя известные закономерности распределения температуры и влажности в приземном слое

$$A_z = A_0 + b \cdot z^n, \quad (1)$$

где  $A_z$  и  $A_0$  — значение метеорологического элемента на уровне  $z$  и начальном;  $b$  и  $n$  — коэффициенты, определяемые экспериментально.

Учитывая это, зависимость времени утреннего максимума рефракции от средней высоты линии визирования над уровнем моря можно представить формулой

$$T_m = T_0 \cdot e^{ch}, \quad (2)$$

где  $T_m$  — время утреннего максимума рефракции на средней высоте  $h$  км над уровнем моря;  $T_0$  — время утреннего максимума рефракции для линии с наименьшей высотой над уровнем моря;  $e$  — основание натуральных логарифмов;  $c$  — коэффициент, определяемый экспериментально.

Упоминавшиеся измерения зенитных расстояний, выполненные в летний период 1966 года (4 пункта триангуляции, 6 направлений) и в осенний период 1970 года (2 пункта триангуляции, 7 направлений), были использованы для определения неизвестных величин, входящих в формулу (2).

Средние высоты линий визирования над уровнем моря в районе наблюдений колебались в пределах 510—1230 м. Измерения зенитных расстояний по каждому направлению выполнялись оптическими теодолитами ОТ-02 каждый час, 3—7 дней в течение всего светлого периода суток. Вычисленные почасовые значения коэффициентов рефракции осреднялись, затем строились графики дневного изменения, по которым определялось время утреннего максимума рефракции. В качестве примера приведен график

дневного хода  $k$  для двух линий в летний и осенний периоды (рис. 1). В численном виде получены следующие уравнения типа (2) для различных направлений между пунктами:

Лето	Осень
$8 = T_0 \cdot e^{c \cdot 1,223}$	$10 = T_0 \cdot e^{c \cdot 1,236}$
$6 = T_0 \cdot e^{c \cdot 0,517}$	$10 = T_0 \cdot e^{c \cdot 1,236}$
$6 = T_0 \cdot e^{c \cdot 0,554}$	$8 = T_0 \cdot e^{c \cdot 0,937}$
$6 = T_0 \cdot e^{c \cdot 0,517}$	$8 = T_0 \cdot e^{c \cdot 0,904}$
$7 = T_0 \cdot e^{c \cdot 0,554}$	$10 = T_0 \cdot e^{c \cdot 1,224}$
$7 = T_0 \cdot e^{c \cdot 0,974}$	$6 = T_0 \cdot e^{c \cdot 1,647}$
	$6 = T_0 \cdot e^{c \cdot 0,779}$

(3)

Для определения величин  $T_0$  и  $c$  в уравнениях (3) был использован метод линейной корреляции [7]. Зависимость показательного типа превращается в линейную путем логарифмирования

$$\lg T_m = \lg T_0 + chM. \quad (4)$$

Уравнение (4) решается как уравнение линейной регрессии типа

$$y = \alpha + \beta x. \quad (4')$$

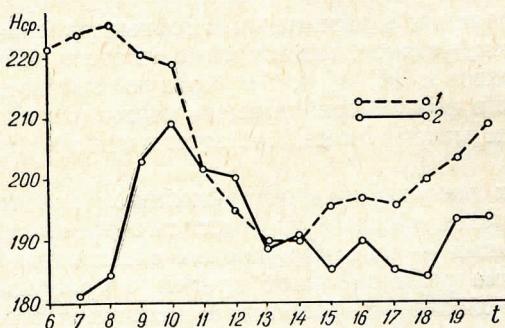


Рис. 1. График дневного хода коэффициента с явно выраженным сдвигом утреннего максимума рефракции:

1 — для линии летних наблюдений 1966 года,  
2 — для линии осенних наблюдений 1970 года.

Коэффициенты  $\alpha$  и  $\beta$  представляют собой соответственно логарифм времени утреннего максимума для линии с наименьшей высотой над уровнем моря и коэффициент  $c$ . Они определяются из выражений:

$$\alpha = \frac{\sum y_i - \beta \sum x_i}{m}; \quad (5)$$

$$\beta = \frac{m \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{m \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}, \quad (6)$$

где  $x_i$  — значение произведения  $hM$  для направления  $i$ ;  $y_i$  — значение логарифма времени утреннего максимума для направления  $i$ ;  $m$  — число уравнений.

Коэффициент корреляции определяется по формуле

$$r = \beta \sqrt{\frac{m \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}{m \sum y_i^2 - (\sum y_i)^2}}. \quad (7)$$

Решив уравнения (3), мы определили коэффициенты  $\alpha$  и  $\beta$  и затем, соответственно, эмпирический коэффициент  $c$  и время утреннего максимума  $T_0$  для линии с наименьшей высотой. Вычисленные значения приведены ниже:

	Число уравнений, $m$	Коэффициент, $c$	Время утреннего максимума, $T_0$	Коэффициент корреляции, $r$
Лето	6	0,342	5,17	0,87
Осень	7	0,673	4,34	0,99

Полученные результаты указывают на значительное сезонное изменение коэффициента  $c$  и на достаточную стабильность времени утреннего максимума  $T_0$ . По методу доверительных интервалов произведем оценку коэффициента регрессии  $\beta$ , выраждающего значение эмпирического коэффициента  $c$ . По теореме Бартлетта [7], для коэффициента истинной регрессии  $\beta_0$  в урав-

нениях типа (4') при доверительной вероятности  $1 - p$  справедливо неравенство

$$\beta - t_{1-p/2} \frac{S_y \sqrt{1-r}}{S_x \sqrt{m-2}} \leq \beta_0 \leq \beta + t_{1-p/2} \frac{S_y \sqrt{1-r}}{S_x \sqrt{m-2}}, \quad (8)$$

где  $S_x, S_y$  — корни квадратные из дисперсий выборок  $x_i$  и  $y_i$  вокруг своих средних  $\bar{x}$  и  $\bar{y}$ ;  $t_{1-p/2}$  — квантили распределения Стьюдента, определяемые по таблицам  $t$ -распределения при числе степеней свободы  $f = m - 2$ .

При доверительной вероятности  $p = 0,90$  значения эмпирического коэффициента  $c$  находятся в следующих пределах: для летнего периода  $-0,188 \leq c \leq 0,497$  ( $c = 0,342$ ); для зимнего  $-0,612 \leq c \leq 0,734$  ( $c = 0,673$ ).

Для оценки надежности коэффициента корреляции вычислим среднюю квадратическую ошибку определения коэффициента по приближенной формуле

$$m_r \approx \frac{1-r^2}{\sqrt{m}}. \quad (9)$$

Средняя квадратическая ошибка определения коэффициента в летний период  $m_r = \pm 0,102$ , в осенний —  $m_r = \pm 0,008$ . Так как  $|r|$  значительно больше  $3|m_r|$ , установленную зависимость можно считать достаточно надежной.

Используя сезонные значения коэффициента  $c$  и времени  $T_0$  утреннего максимума, мы вычислили по формуле (2) значения времени утреннего максимума рефракции для различных средних высот линий визирования в слое 400—1400 м, то есть для наиболее характерного диапазона средних высот в районе Карпат. Применение формулы (2) для больших высот нецелесообразно, так как изменение температуры в свободной атмосфере может значительно отличаться от принятого за основу. В частности, на графиках Бауэрнфейнда, приведенных в работе [1], отсутствует подобный сдвиг, ибо наблюдения выполнены на значительно больших высотах, порядка 2 км над уровнем моря. По вычисленным значениям времени утренних максимумов рефракции составлен график зависимости времени утреннего максимума рефракции от средней высоты луча над уровнем моря (рис. 2). На графике видна значительно меньшая крутизна и значительный сдвиг вправо кривой для осеннего периода на высоте 1000—1400 м, что, несомненно, связано с более низкими температурами в этот период и более медленным прогревом верхних слоев воздуха. Отметим еще, что на малых высотах порядка 400—600 м время утреннего максимума рефракции почти одинаково для обоих сезонов года.

Резюмируя, можно сказать, что эмпирическая формула (2) позволит в примерно одинаковых условиях определять время максимальных значений коэффициентов рефракции, достигающих в районе наблюдений в летний период 0,280 и в осенний — 0,200. При вычислениях с использованием среднего значения коэффициента, равного 0,15, для линий длиной 10 км это вызовет ошибки в превышениях, равные соответственно 0,50 м летом и 0,31 м осенью.

#### ЛИТЕРАТУРА

- Изотов А. А., Пеллинен Л. П. Исследование земной рефракции и методов геодезического нивелирования. Тр. ЦНИИГАиК, вып. 102, Геодезиздат, М., 1955.
- Лайхтман Д. Л. Физика пограничного слоя атмосферы. М., 1969.
- Маслич Д. И. О точности геодезического нивелирования в горных условиях. Львов, 1957.

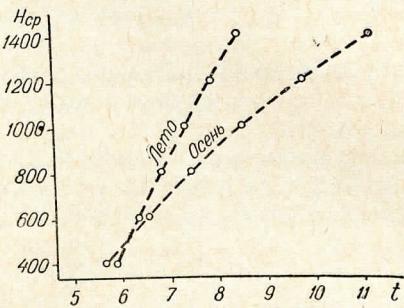


Рис. 2. График зависимости времени утреннего максимума рефракции от средней высоты луча.

4. М а с л и ч Д. И. Некоторые общие закономерности влияния вертикальной рефракции на точность геодезического нивелирования. В сб. «Геодезия, картография и аэрофотосъемка», вып. 9, Изд-во Львов. ун-та, Львов, 1960.

5. М а с л и ч Д. И., Х и ж а к Л. С. Исследование зависимости коэффициента рефракции от периода суток и высоты луча. В сб. «Геодезия, картография и аэрофотосъемка», вып. 7, Изд-во Львов. ун-та, Львов, 1968.

6. С а д о в с к и й И. И. Исследование вертикальной рефракции в горных районах Восточной Сибири. «Геодезия и картография», № 3, 1968.

7. П у с т ы л ь н и к Е. Н. Статистические методы анализа и обработки наблюдений. М., 1968.

Работа поступила 7 апреля 1971 года.  
Рекомендована кафедрой геодезии  
Львовского политехнического института.