

Т. Н. ЧАЛЮК

О ТОЧНОСТИ ГЕОДЕЗИЧЕСКОГО ОБОСНОВАНИЯ ДЛЯ КРУПНОМАСШТАБНЫХ СЪЕМОК ГОРОДСКИХ И ПРОМЫШЛЕННЫХ ТЕРРИТОРИЙ

Вопрос о предвычислении требуемой точности геодезического обоснования для крупномасштабных съемок имеет важное практическое значение и поэтому давно уже привлекает внимание многих геодезистов.

Большие заслуги в разработке этого вопроса принадлежат Н. Н. Лебедеву. В своих последних работах [1, 2, 3] он предложил и обосновал оригинальные принципы, позволяющие просто и в то же время строго выполнить расчеты требуемой точности геодезического обоснования. Однако следует отметить, что в изложении своих принципов Н. Н. Лебедев местами допускает неясности, которые затрудняют правильное восприятие его суждений и выводов. Подтверждением этого мнения может служить, например, статья К. С. Брякова [4].

По нашему мнению, в отмеченных выше работах Н. Н. Лебедева неясности имеются в трактовке отдельных ошибок $m_1, m_2, m_3, \dots$, в выяснении их влияния на положение пункта последней стадии развития геодезического обоснования, в объяснении выбора принятого соотношения между ошибками в соседних стадиях и т. д.

В настоящей статье с целью большей ясности изложения приводится несколько иное решение вопроса о предвычислении точности геодезического обоснования для крупномасштабных съемок.

Пусть принята следующая схема построения планового обоснования городской территории:

1. Триангуляция 3 класса.
2. Триангуляция 4 класса.
3. Полигонометрия I разряда.
4. Полигонометрия II разряда.
5. Теодолитные ходы.

При расчете необходимой точности плановой основы поставим требование, чтобы средняя ошибка в положении наиболее слабо определяемого пункта съемочного обоснования (на рисунке это будет точка K — середина теодолитного хода EF) не превышала ± 10 см, что соответствует 0,2 мм на плане масштаба 1 : 500.

Ошибка m_K пункта K съемочного обоснования обусловлена совместным влиянием ошибок угловых и линейных измерений m_{EK} в тео-

долитном ходе EK и ошибок m_E в положении пункта E полигонометрии II разряда, т. е.

$$m_K^2 = m_{EK}^2 + m_E^2. \quad (1')$$

При этом будем считать, что ошибка m_E складывается из ошибок m_{CE} угловых и линейных измерений в полигонометрическом ходе CE II разряда и ошибок m_C в положении пункта C полигонометрии I разряда. В свою очередь ошибка m_C обусловлена влиянием ошибок m_{AC} угловых и линейных измерений в ходе AC полигонометрии I разряда и ошибок m_A в определении пункта A триангуляции 4 класса. Точно так же ошибка m_A складывается из ошибок m_2 измерений в триангуляции 4 класса и ошибок m_1 исходных данных, т. е. ошибок во взаимном положении смежных пунктов триангуляции 3 класса.

В соответствии с этим

$$m_E^2 = m_{CE}^2 + m_C^2, \quad (2')$$

$$m_C^2 = m_{AC}^2 + m_A^2, \quad (3')$$

$$m_A^2 = m_2^2 + m_1^2. \quad (4')$$

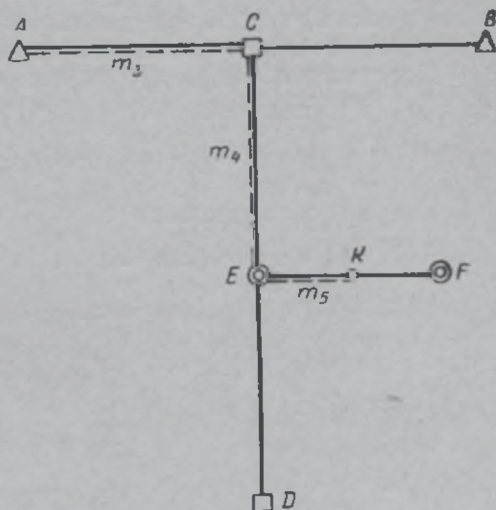
Заметим, что для наглядности и простоты рассуждений мы допустили в своих выкладках (в соответствии с рисунком) некоторые упрощения, полагая, что в каждой стадии развития обоснования (теодолитный ход, ход полигонометрии II разряда, ход полигонометрии I разряда, триангуляция 4 класса) ошибки m_K , m_E , m_C в положении наиболее слабо определяемых пунктов K , E , C зависят от ошибок измерений по одиночным висячим ходам EK , CE , AC и от ошибок m_E , m_C , m_A в положении только одного из исходных пунктов в каждом из перечисленных ходов. В действительности же как теодолитный ход EF , так и ходы CD и AB полигонометрии I и II разряда (см. рисунок) прокладываются каждый в отдельности между двумя опорными пунктами и результаты измерений уравниваются. Поэтому в формулах (1'), (2'), (3'), (4') и (5') необходимо принять:

m_{EK} — влияние ошибок угловых и линейных измерений на положение средней точки K теодолитного хода EF , проложенного между двумя пунктами E и F полигонометрии II разряда;

m_{CE} — влияние ошибок угловых и линейных измерений на положение средней точки E хода CD полигонометрии II разряда, проложенного между двумя пунктами C и D полигонометрии I разряда;

m_{AC} — влияние ошибок угловых и линейных измерений на положение средней точки C хода AB полигонометрии I разряда;

m_E — ошибка исходных данных, т. е. ошибка во взаимном положении смежных пунктов E и F полигонометрии II разряда (с учетом



К расчету точности геодезического обоснования для крупномасштабных съемок.

влияния ошибок в пунктах последующих стадий развития обоснования, т. е. в пунктах полигонометрии I разряда, триангуляции 4 и 3 класса);

m_C — ошибка исходных данных, т. е. ошибка во взаимном положении смежных пунктов C и D полигонометрии I разряда (с учетом влияния ошибок в пунктах последующих стадий развития обоснования, т. е. в пунктах триангуляции 4 и 3 класса);

m_A — ошибка исходных данных, т. е. ошибка во взаимном положении смежных пунктов триангуляции 4 класса (с учетом влияния ошибок в пунктах триангуляции 3 класса).

Подставляя в формулу (1') вместо m_E его значение согласно (2'), (3') и (4'), получим

$$m_K^2 = m_{EK}^2 + m_{CE}^2 + m_{AC}^2 + m_2^2 + m_1^2. \quad (5')$$

Введем обозначения:

$$m_5 = m_{EK}; \quad m_E = m_{исх\ 5};$$

$$m_4 = m_{CE}; \quad m_C = m_{исх\ 4};$$

$$m_3 = m_{AC}; \quad m_A = m_{исх\ 3}.$$

Тогда

$$m_K^2 = m_5^2 + m_{исх\ 5}^2, \quad (1)$$

$$m_{исх\ 5}^2 = m_4^2 + m_{исх\ 4}^2, \quad (2)$$

$$m_{исх\ 4}^2 = m_3^2 + m_{исх\ 3}^2, \quad (3)$$

$$m_{исх\ 3}^2 = m_2^2 + m_1^2, \quad (4)$$

$$m_K^2 = m_5^2 + m_4^2 + m_3^2 + m_2^2 + m_1^2. \quad (5)$$

Так как объекты инженерных сооружений, связанных между собой общим технологическим процессом строительства, и проектируемые по планам масштаба 1 : 500 размещаются на площадях размерами не более 1 км², то следует поставить условие, чтобы точность определения взаимного расположения пунктов геодезического обоснования удовлетворяла требованиям масштаба 1 : 500 только для пунктов, удаленных один от другого в пределах до 1 км [1, 2, 3]. Другими словами расчеты будем вести для расстояний $EK=1$ км, $CE=1$ км, $AC=1$ км и т. д. (см. рисунок).

Соотношения между ошибками измерений и ошибками исходных данных в каждой отдельной стадии развития геодезического обоснования — в нашем случае в формулах (1), (2), (3) и (4) — можно устанавливать до некоторой степени произвольно.

Например, можно принять

$$1) m_{исх} = m_{изм}, \quad 2) m_{исх} = \frac{m_{изм}}{2}, \quad 3) m_{исх} = \frac{m_{изм}}{\sqrt{2}}.$$

В первом случае измеренные величины в процессе уравнивания могут получить искажения за счет исходных данных, а во втором, наоборот, к точности построения главной геодезической основы, т. е. триангуляции, предъявляются весьма высокие, иногда трудно выполнимые требования.

Более целесообразно принять, как это рекомендует Н. Н. Лебедев [1, 2, 3],

$$m_{\text{исх}} = \frac{m_{\text{изм}}}{\sqrt{2}}. \quad (6)$$

Применяя соотношение (6) к выражениям (1), (2), (3) и (4) получим

$$\begin{aligned} m_{\text{исх } 5} &= \frac{m_5}{\sqrt{2}}, \\ m_{\text{исх } 4} &= \frac{m_4}{\sqrt{2}}, \\ m_{\text{исх } 3} &= \frac{m_3}{\sqrt{2}}, \\ m_1 &= \frac{m_1}{\sqrt{2}}. \end{aligned} \quad (7)$$

На основании выражений (1), (2), (3), (4) и (7) можно вывести следующие соотношения между ошибками измерений в смежных стадиях развития геодезического обоснования:

$$\begin{aligned} m_2 &= m_1 \sqrt{2}, \\ m_3 &= m_2 \sqrt{3} = \sqrt{6} m_1, \\ m_4 &= m_3 \sqrt{3} = 3\sqrt{2} m_1, \\ m_5 &= m_4 \sqrt{3} = 3\sqrt{6} m_1. \end{aligned} \quad (8)$$

Заменяя в (5) величины m_2 , m_3 , m_4 и m_5 их значениями, согласно (8), получим

$$m_k^2 = m_1^2 + 2m_1^2 + 6m_1^2 + 18m_1^2 + 54m_1^2 = 81m_1^2,$$

откуда

$$m_k = 9m_1. \quad (9)$$

При $m_k = 10$ см находим среднюю квадратическую ошибку во взаимном положении пунктов триангуляции 3 класса, отнесенную к расстоянию между ними в 1 км.

$$m_1 = \frac{m_k}{9} = \frac{10}{9} = 1,1 \text{ см.}$$

Теперь нетрудно подсчитать по формулам (8) величины ошибок m_2 , m_3 , m_4 и m_5 .

Имеем:

$$\begin{aligned} m_2 &= m_1 \sqrt{2} = 1,1 \times 1,41 = 1,6 \text{ см}, \\ m_3 &= \sqrt{6} m_1 = 2,45 \times 1,1 = 2,7 \text{ см}, \\ m_4 &= 3\sqrt{2} m_1 = 4,24 \times 1,1 = 4,7 \text{ см}, \\ m_5 &= 3\sqrt{6} m_1 = 7,35 \times 1,1 = 8,2 \text{ см}. \end{aligned}$$

Напомним, что здесь

m_2 — средняя квадратическая ошибка взаимного положения пунктов триангуляции 4 класса, отнесенная к расстоянию в 1 км;

а m_3 , m_4 , и m_5 — средние квадратические ошибки определения положения пунктов C , E , K , расположенных в середине ходов полигонометрии I разряда (m_3), полигонометрии II разряда (m_4) и теодолитных ходов (m_5), обусловленные влиянием только ошибок угловых и линейных измерений в этих ходах и отнесенные к расстоянию в 1 км (от указанных пунктов C , E , K , до соответствующих жестких пунктов).

Вычислим предельные относительные ошибки для теодолитного хода и ходов полигонометрии I и II разряда.

Теодолитный ход. Для средней точки K теодолитного хода EF (см. рисунок) мы получили $m_5 = 8,2$ см. Эта ошибка, как уже отмечалось, отнесена к расстоянию в 1 км. Согласно инструкции [5], при съемке в масштабе 1:500 в застроенной части городов максимальная длина теодолитного хода не должна превышать 0,8 км. Поэтому, если полученную ошибку m_5 отнести к фактическому расстоянию $EK \approx 0,5$ км, то получим

$$m'_5 = m_5 \times 0,5 = 8,2 \times 0,5 = 4,1 \text{ см.}$$

Для конечной точки теодолитного хода, рассматривая его как висячий, найдем (принимая во внимание известное соотношение между ошибками в середине и в конце хода)

$$m_{\text{изм.}} = m'_5 \times 2,5 = 10,3 \text{ см.}$$

С учетом ошибок исходных данных получим следующее значение общей ошибки M теодолитного хода

$$M = 1,2m_{\text{изм.}} = 1,2 \times 10,3 = 12,6 \text{ см.}$$

Предельная относительная ошибка теодолитного хода будет

$$\frac{1}{T} = \frac{2M}{L} = \frac{25,2}{80\,000} \approx \frac{1}{3000}.$$

Полигонометрия II разряда. Принимая предельную длину хода полигонометрии II разряда 2,5 км и повторяя аналогичные выкладки, найдем

$$m'_4 = m_4 \times 1,25 = 4,7 \times 1,25 = 5,9 \text{ см,}$$

$$m_{\text{изм.}} = m'_4 \times 2,5 = 5,9 \times 2,5 = 14,8 \text{ см,}$$

$$M = 1,2m_{\text{изм.}} = 1,2 \times 14,8 = 18,1 \text{ см,}$$

$$\frac{1}{T} = \frac{2M}{L} = \frac{36}{250\,000} \approx \frac{1}{6000}.$$

Полигонометрия I разряда. Для полигонометрии I разряда предельная длина хода, согласно [5], не должна превышать 3,5 км (при съемке в масштабе 1:500 в застроенной части городов).

Поэтому

$$m'_3 = m_3 \times 1,75 = 2,7 \times 1,75 = 4,8 \text{ см,}$$

$$m_{\text{изм.}} = m'_3 \times 2,5 = 4,8 \times 2,5 = 11,9 \text{ см,}$$

$$M = 1,2m_{\text{изм.}} = 1,2 \times 11,9 = 14,6 \text{ см,}$$

$$\frac{1}{T} = \frac{2M}{L} = \frac{29,2}{350\,000} \approx \frac{1}{12\,000}.$$

Относительные ошибки в триангуляции 3 и 4 класса для удовлетворения съемки в масштабе 1:500, согласно полученным нами значениям m_1 и m_2 , будут:

для триангуляции 3 класса

$$\frac{m_1}{S} = \frac{1,1}{100\,000} \approx \frac{1}{90\,000},$$

для триангуляции 4 класса

$$\frac{m_2}{S} = \frac{1,6}{100\,000} = \frac{1}{62\,500}.$$

Результаты наших расчетов в основном хорошо согласуются с требованиями инструкции [5].

ЛИТЕРАТУРА

1. Н. Н. Лебедев. Расчет необходимой точности геодезического обоснования для крупномасштабных съемок городских и промышленных территорий. «Геодезия и картография», № 10, М., 1958.
2. Н. Н. Лебедев. Особенности геодезических работ на городских территориях. Геодезиздат, М., 1958.
3. Н. Н. Лебедев. Инженерная геодезия. Геодезические работы при планировке и строительстве городов, часть V. Геодезиздат, М., 1960.
4. К. С. Бряков. О точности геодезического обоснования для крупномасштабных съемок. «Геодезия и картография», № 4, 1960.
5. Инструкция по топографо-геодезическим работам для городского, поселкового и промышленного строительства СН 212-62, М., 1962.

Работа поступила
18 ноября 1964 г.