

УЧЕТ НЕРАВНОТОЧНОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ ПРИ АПРИОРНОЙ ОЦЕНКЕ ТОЧНОСТИ НЕКОТОРЫХ МОДЕЛЕЙ ТРИЛАТЕРАЦИИ

Вывод формул априорной оценки точности сетей трилатерации обычно осуществляют, предполагая равноточность измерений. На самом деле линейные измерения не являются равноточными. Среднюю квадратическую ошибку измерения m_s стороны s часто определяют по формуле

$$m_s = c + k \cdot s \cdot 10^{-6}. \quad (1)$$

Неучет неравноточности измерений может существенно ухудшить качество априорной оценки проекта. В [2] на примере простой цепи трилатерации из геодезических квадратов (см. рисунок)

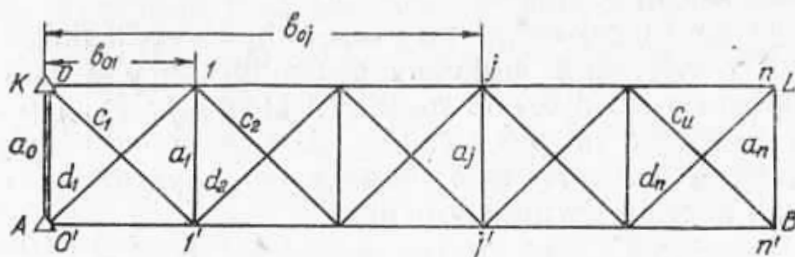


Схема рядов трилатерации.

показана возможность сведения задачи предрасчета точности от неравноточного случая к случаю с равноточными измерениями. Для оценки точности продольного и поперечного сдвигов пункта i в цепи трилатерации, изображенной на рисунке, получено выражение

$$1/P_n = 1/P_p \cdot 1,21^{a \frac{k}{c}}. \quad (2)$$

Здесь $1/P_p$ и $1/P_n$ — обратные веса оцениваемых элементов, соответствующие равно- и неравноточным измерениям; c и k — коэффициенты уравнения регрессии прибора; a — сторона квадрата, км. При вычислении средних квадратических сдвигов m_i и m_u следует принять $\mu_s = c$.

Рассмотрим две модели трилатерации из квадратов, звенья диагоналей AB и KL (см. рисунок) которых измеряются соответственно в комбинациях (т. е. измеряются стороны b_{0j} , $j = \overline{1, n}$) и во всех комбинациях (т. е. измеряются стороны b_{ij} , $i = \overline{0, n-1}$, $j = \overline{1, n}$). Первую из указанных моделей будем называть сети вида II, вторую — сети вида III. В обеих моделях, кроме указанных сторон, измеряются также стороны a_j , c_j , d_j , $j = \overline{1, n}$.

Выполним оценку точности указанных моделей в предположении неравноточности измерений.

Для определения искомых формул была выполнена сплошная оценка точности указанных моделей при $n=7, 9, 12$; $a=0,4, 1$ км и разных значениях c и k . Оценку выполнили на ЭВМ с помощью Фортран-программы «Сетка», в которой реализован параметрический метод.

В результате аппроксимации полученных данных были определены искомые функции для оценки j -го элемента в сетях вида II и n -го элемента в сетях вида III. Эти формулы имеют вид:

для модели II

$$1/P_{t_n} = 1/P_{t_p} \cdot (0,008 \cdot j^2 + 0,174 \cdot j + 1,104)^{\beta(r)},$$

где

$$r = 0,94 - 0,040 \cdot j, \quad 1/P_{t_p} = 0,900; \quad (3)$$

$$1/P_{u_n} = 1/P_{u_p} \cdot (0,026 j^2 + 0,060 \cdot j + 1,13)^{\beta(r)},$$

где

$$r = 0,90 - 0,011 j, \quad 1/P_{u_p} = 3 \cdot j - 1,31; \quad (4)$$

$$1/P_{a_n} = 1/P_{a_p} \cdot (0,085 \cdot j^2 + 0,163 \cdot j + 0,832)^{\beta(r)},$$

где

$$r = 0,075 - 0,025 j, \quad 1/P_{a_p} = 2 \frac{\rho^2}{a^2}; \quad (5)$$

для модели III

$$1/P_{t_n} = 1/P_{t_p} \cdot (0,010 n^2 - 0,036 n + 1,682)^{\beta(r)},$$

где

$$r = 0,737 - 0,001 n, \quad 1/P_{t_p} = 1,99/(n + 1,17); \quad (6)$$

$$1/P_{u_n} = 1/P_{u_p} \cdot (0,055 n + 1,28)^{\beta(r)},$$

где

$$r = 0,865 - 0,015 n, \quad 1/P_{u_p} = 2,98 n - 1,47; \quad (7)$$

$$1/P_{a_n} = 1/P_{a_p} \cdot (0,008 n^2 - 0,028 n + 1,394)^{\beta(r)},$$

где

$$r = 0,522 + 0,180 n, \quad 1/P_{a_p} = \frac{4}{n + 1} \frac{\rho^2}{a^2}. \quad (8)$$

В приведенных формулах для сокращения записи принято

$$\beta(r) = \frac{1 - r^{ak/c}}{1 - r}. \quad (9)$$

В результате сравнения приближенных значений обратных весов оцениваемых элементов, полученных с помощью (3) — (8), и точных значений этих же величин, полученных из строгого решения систем нормальных уравнений, видно (см. табл. 1, 2), что погрешность найденных формул не превышает 5%.

Анализ полученных формул показал, что (6) и (8) можно также использовать и для оценки внутренних элементов сетей. В этом случае погрешность формул не превышает 10%. Сравнение фор-

Результаты проверки формул (3)—(5)

	$1/P_t$		$1/P_u$		$1/P_a (a^2/\rho^2)$	
	Строгое решение	По формуле (3)	Строгое решение	По формуле (4)	Строгое решение	По формуле (5)
$m_D = 1,0 + 1,0 \cdot s \cdot 10^{-6}$						
2	1,16	1,15	6,0	5,9	2,38	2,38
4	1,53	1,52	15,1	15,1	3,24	3,24
6	1,93	1,94	26,5	26,4	4,23	4,23
8	2,38	2,40	40,3	40,3	5,36	5,36
$m_D = 1,0 + 2,0 \cdot s \cdot 10^{-6}$						
2	1,56	1,53	7,4	7,2	2,72	2,70
4	2,44	2,44	20,4	19,4	4,50	4,53
6	3,48	3,49	39,0	38,8	6,72	6,81
8	4,68	4,60	64,5	61,3	9,39	9,64
$m_D = 1,0 + 3,0 \cdot s \cdot 10^{-6}$						
2	2,03	1,97	9,1	8,7	3,03	2,95
4	3,56	3,50	26,6	26,1	5,73	5,72
6	5,46	5,20	54,4	53,4	9,28	9,22
8	7,72	6,78	95,2	93,1	13,68	13,50
$m_D = 0,5 + 2,0 \cdot s \cdot 10^{-6}$						
2	2,55	2,45	10,8	10,1	3,31	3,14
4	4,88	4,11	33,7	32,4	6,90	6,73
6	7,86	6,82	72,5	69,7	11,80	11,17
8	11,50	8,56	132,4	127,7	18,00	13,66

Таблица 2

Результаты проверки формул (6)—(8)

$a, \text{ км}$	n	Коэффициенты уравнений регрессии		$1/P_t$		$1/P_u$		$1/P_a (a^2/\rho^2)$	
		c	k	Строгое решение	По формуле (6)	Строгое решение	По формуле (7)	Строгое решение	По формуле (8)
0,4	9	1,0	0,0	0,197	0,196	25,3	25,3	0,400	0,400
		1,0	1,0	0,284	0,275	32,9	31,9	0,536	0,521
		1,0	2,0	0,378	0,370	41,0	40,1	0,662	0,663
		1,0	3,0	0,478	0,482	49,6	50,5	0,780	0,792
		0,5	2,0	0,585	0,607	58,6	63,5	0,891	0,934
		2,0	5,0	0,427	0,424	45,3	45,0	0,722	0,716
1,0	7	1,0	0,0	0,245	0,244	19,3	19,4	0,500	0,500
		1,0	1,0	0,476	0,468	31,8	32,2	0,808	0,795
		1,0	2,0	0,746	0,753	45,9	47,4	1,066	1,073
		1,0	3,0	1,056	1,066	61,9	63,7	1,287	1,304
		0,5	2,0	1,405	1,374	79,6	79,6	1,477	1,477
		2,0	5,0	0,896	0,908	53,7	55,7	1,181	1,196

мул (3)—(8) с (2) показывает, что для моделей II и III обратные веса оцениваемых элементов с увеличением отношения k/c возрастают быстрее и пренебрежение неравноточностью измерений может привести к более значительным ошибкам. Так, при создании сети вида III электронным дальномером с уравнением регрессии

$$m_s = 1,0 + 2,0 \cdot s \cdot 10^{-6} \quad (10)$$

и стороной квадратов $a = 1$ км пренебрежение неравноточностью измерений вызывает погрешность в прогнозе величин $1/P_t$, $1/P_u$, $1/P_\alpha$ элементов сетей, удаленных от ее края на пять фигур, соответственно 360, 211, 272, а на десять фигур — 745, 342, 625%.

Сравнение результатов оценки точности моделей I [2, 3], II, III (см. табл. 1, 2) показывает, что и при неравноточных измерениях жесткость моделей II и III значительно бóльшая, чем жесткость модели I [2]. Причем, это справедливо как при равно- так и неравноточных измерениях. Поэтому вывод о том, что при равноточных измерениях выгодней измерять возможно длинные стороны, можно обобщить на случай неравноточных измерений [1].

Список литературы: 1. Бутлер С. А. Уравнивание тригонометрических сетей, определенных длинами сторон. — *Геодестист*, 1939, № 8, 9. 2. Виленский В. А. Вопросы применения приближенных формул для оценки точности геодезических сетей. — *Геодезия, картография и аэрофотосъемка*, 1982, вып. 35. 3. Кутузов И. А. Накопление погрешностей в рядах триангуляции с измеренными сторонами. — *Изв. вузов. Геодезия и аэрофотосъемка*, 1957, вып. 72.