

Н. А. КУЦЕРИБ

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВРЕМЕНИ ПО НАБЛЮДЕНИЯМ ЗВЕЗД В ЭЛОНГАЦИИ

В настоящей статье дается краткое изложение предложенного автором способа определения времени по наблюдениям звезд в элонгации. Способ позволяет без ущерба точности производить наблюдения как астрономическими инструментами, так и оптическими теодолитами, имеющими точные вертикальные круги.

Сущность данного способа заключается в следующем. Пусть σ — положение звезды в элонгации (рис. 1), Z — астрономический зенит, P — полюс мира, $\sigma\sigma'$ — суточная параллель звезды, ZK — вертикал звезды. Если широта места наблюдения известна, то часовой угол t , местное звездное время s и зенитное расстояние z звезды σ в моменты элонгаций можно определить по формулам:

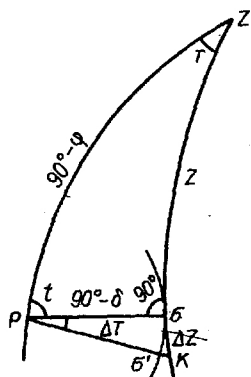


Рис. 1.

$$\cos t = \frac{\operatorname{tg} \varphi}{\operatorname{tg} \delta}, \quad (1)$$

$$s = \alpha \pm t, \quad (2)$$

$$\cos z = \frac{\sin \varphi}{\sin \delta}, \quad (3)$$

где α и δ — видимые прямое восхождение и склонение звезды.

Если теперь в точке наблюдения установить трубу инструмента в вертикале звезды точно по расчетному z (с учетом астрономической рефракции), то звезда пересечет среднюю горизонтальную нить трубы в момент s местного звездного времени, вычисленный по формулам (1) и (2). Чтобы определить поправку хронометра u , потребуется только отметить показание хронометра T в этот же момент. Тогда искомую величину u найдем:

$$u = s - T. \quad (4)$$

Рассмотрим влияние ошибки в широте на точность определения поправки хронометра. Для этого продифференцируем уравнения (1) и (3) по переменным φ , t и z . Ошибки в координатах звезды будем считать пренебрегаемо малыми.

Дифференцирование уравнения (1) дает:

$$-\sin t dt = \frac{d\varphi}{\operatorname{tg} \delta \cos^2 \varphi}.$$

Подставим в это выражение следующие соотношения из треугольника $PZ\sigma$ (рис. 1):

$$\cos r = \sin t \sin \delta \text{ и } \cos \varphi = \frac{\cos \delta}{\sin r},$$

где r — румб звезды. Заменяя дифференциалы ошибками, получим окончательное выражение для систематической ошибки в расчетном значении часового угла звезды:

$$\Delta t = \frac{\sin^2 r}{\cos r \cos \delta} \Delta \varphi. \quad (5)$$

Дифференцируя уравнение (3), получим:

$$- \sin z \, dz - \frac{\cos \varphi}{\sin \delta} d\varphi.$$

Из треугольника $PZ\sigma$ (рис. 1) имеем:

$$\sin \varphi = \cos z \sin \delta, \cos r = \operatorname{tg} z \operatorname{tg} \varphi.$$

Тогда систематическая ошибка в расчетном зенитном расстоянии выражается формулой:

$$\Delta z = - \frac{\Delta \varphi}{\cos r}. \quad (6)$$

Эта ошибка вызовет, естественно, погрешность ΔT в определении момента по хронометру, величину которой можно найти из прямоугольного сферического треугольника $P\sigma K$ (рис. 1):

$$\sin \Delta T = \frac{\sin \Delta z}{\cos(\delta - k)}, \quad (7)$$

где $k = \angle \sigma'K$ — поправка в склонение за кривизну параллели. Пренебрегая величиной k и заменяя синусы малых углов значениями самих углов, получим

$$\Delta T = \frac{\Delta z}{\cos \delta}. \quad (7')$$

С учетом (6) окончательное выражение для ошибки момента по хронометру, вызванной ошибкой в принятой широте, примет вид:

$$\Delta T = - \frac{\Delta \varphi}{\cos r \cos \delta}. \quad (8)$$

Для поправки хронометра, полученной по наблюдению звезды в западной элонгации, с учетом систематических ошибок (5) и (8), можем написать

$$u_w + \Delta u_w = \alpha + (t_w + \Delta t_w) - (T_w + \Delta T_w),$$

откуда

$$\Delta u_w = \Delta t_w - \Delta T_w = \frac{\cos r_w}{\cos \delta_w} \Delta \varphi. \quad (9)$$

Подобным образом найдем выражение для систематической ошибки в поправке хронометра, полученной из наблюдений звезды в восточной элонгации:

$$u_E + \Delta u_E = \alpha - (t_E + \Delta t_E) - (T_E - \Delta T_E),$$

откуда

$$\Delta u_E = - \Delta t_E + \Delta T_E = - \frac{\cos r_E}{\cos \delta_E} \Delta \varphi. \quad (10)$$

Если наблюдать две звезды, одну в западной, а другую в восточной элонгациях, то из-за неточного знания широты в среднем значении поправки хронометра, выведенной по двум звездам, будем иметь ошибку

$$\Delta u = \frac{\Delta u_W + \Delta u_E}{2} = \left(\frac{\cos r_W}{\cos \delta_W} - \frac{\cos r_E}{\cos \delta_E} \right) \frac{\Delta \varphi}{2}$$

или, выражая Δu в секундах времени, а $\Delta \varphi$ в секундах дуги,

$$\Delta u^s = \left(\frac{\cos r_W}{\cos \delta_W} - \frac{\cos r_E}{\cos \delta_E} \right) \frac{\Delta \varphi''}{30}. \quad (11)$$

Из формулы (11) следует, что ошибка Δu стремится к нулю, если наблюдается пара звезд с близкими склонениями.

Помимо рассмотренных выше ошибок в расчетных величинах s и z , вызванных погрешностью $\Delta \varphi$, на точность определения поправки хронометра окажут влияние ошибки в отсчетах по хронометру и вертикальному кругу. Это в основном случайные ошибки. Что касается ошибок учета рефракции, то они исключаются в среднем из наблюдений восточной и западной звезд при условии постоянства этих ошибок в течение времени наблюдения. В самом деле, эти ошибки на одну и ту же величину уменьшат или увеличат зенитные расстояния звезд в восточной и западной элонгациях, что приведет к уменьшению отсчета по хронометру в одной элонгации и увеличению его в другой. В среднем значении поправки хронометра ошибка будет близка к нулю.

Основываясь на изложенном выше, можно сделать следующие общие выводы об условиях применения данного способа:

а) обязательно наблюдение звезд в западной и восточной элонгациях, причем число звезд, наблюдаемых в каждой из элонгаций, должно быть одинаковым;

б) наблюдать звезды со склонениями не более 70° . Отсюда вытекает ограничение для широты — способ может быть применен в широтах не выше 60° ;

в) румбы наблюдаемых звезд не должны быть меньше 25° . Звезды для наблюдений на пункте необходимо подбирать так, чтобы

$$\frac{1}{15n} \left\{ \left[\frac{\cos r_W}{\cos \delta_W} \right] - \left[\frac{\cos r_E}{\cos \delta_E} \right] \right\} \leq 0,01,$$

где n — количество наблюдаемых звезд. В этом случае остаточная систематическая ошибка Δu в окончательном значении поправки хронометра, обусловленная погрешностью в принятой широте, не будет превышать $0,01 \Delta \varphi$.

Чтобы повысить точность определения момента T , участвующего в формуле (5), необходимо наблюдать каждую звезду несколько раз до и после элонгации, а потом редуцировать отсчеты хронометра на момент элонгации. Учитывая это, можно рекомендовать следующий порядок наблюдения звезды. Установив трубу инструмента по эфемеридным z и A , за $5-10^m$ до элонгации, вести ее, не меняя азимута, навстречу звезде до появления последней в поле зрения трубы. Закрепив трубу, зафиксировать моменты прохождения звезды через три горизонтальные нити, после чего взять отсчеты по уровню при алидаде вертикального круга и вертикальному кругу. В случае наблюдения оптическим теодолитом необходимо перед каждым наблюдением прохождения звезды через нити совмещать концы пузырька контактного уровня и отсчеты по уровню не производить. Далее, изменяя микрометрен-

ным винтом положение трубы по высоте, снова ввести звезду в поле зрения трубы таким образом, чтобы ее можно было наблюдать так же, как в предыдущем случае. Таких наблюдений звезды до элонгации следует сделать три, после чего повернуть трубу через зенит и при другом круге инструмента произвести столько же наблюдений после элонгации. Наблюдение звезды при двух кругах необходимо для исключения ошибки в месте зенита, определяемом из наблюдений земного предмета. В случае наблюдения астрономическим инструментом прохождение звезды через нити можно заменить наведениями подвижной нити окулярного микрометра на звезду с отсчетами микрометра и хронометра. Между наблюдениями звезды при КП и КЛ следует отсчитывать барометр и термометр для нахождения поправки за влияние рефракции.

После наблюдения одной звезды приступают к наблюдению другой, ближайшей по времени элонгации. Таким образом, очередность наблюдения звезд будет диктоваться временем прохождения их через элонгацию. Количество наблюдаемых звезд зависит от требуемой точности поправки хронометра.

Приведем формулы для вычисления поправки хронометра. Обозначим: R , L — отсчеты по вертикальному кругу при КП и КЛ; M_z — место зенита; i — поправка за уровень; ρ — поправка за влияние рефракции; δz — поправка за влияние суточной аберрации.

С учетом этих обозначений истинные зенитные расстояния звезды для каждого из наблюдений вычислим при КП и КЛ по следующим формулам:

$$\left. \begin{aligned} z_R &= M_z - R - i_R + \rho_R + \delta z \\ z_L &= L - M_z + i_L + \rho_L + \delta z \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

Поправка в зенитное расстояние за суточную аберрацию вычисляется по формуле ([1], стр. 218):

$$\delta z_{w,E} = \mp 0,32 \cos \varphi \cos z_{w,E} \sin r_{w,E}.$$

Поправку за уровень независимо от порядка подписи на ампуле найдем из выражения:

$$i = (l - n) \frac{\tau}{2}, \quad (13)$$

где τ — цена деления уровня. При этом крайние симметричные штрихи ампулы необходимо считать нулевыми и вести счет делений от этих штрихов к левому концу пузырька слева направо (отсчет l), к правому — справа налево (отсчет n).

Определив расчетное значение зенитного расстояния звезды в элонгации по формуле (3), вычислим разности зенитных расстояний для каждого наблюдения

$$\Delta z_{R,L} = z - z_{R,L} \quad (14)$$

где z — расчетное зенитное расстояние звезды в элонгации, $z_{R,L}$ — зенитные расстояния звезды, полученные из наблюдений.

По разностям $\Delta z_{R,L}$ найдем редукции ΔT отсчетов хронометра на момент элонгации. Для определения этих редукций воспользуемся формулой (7), которую преобразуем следующим образом. Разложим $\sin \Delta T$, $\sin \Delta z$ и $\cos(\delta - k)$ в ряд, тогда (7) примет вид:

$$\frac{\Delta z}{\rho} - \frac{\Delta z^3}{6\rho^3} = \left(\frac{\Delta T}{\rho} - \frac{\Delta T^4}{6\rho^3} \right) \left(\cos \delta + \frac{k}{\rho} \sin \delta \right)$$

или

$$\Delta z - \frac{\Delta z^3}{6\rho^2} = \Delta T \cos \delta + \frac{\Delta T \cdot k}{\rho} \sin \delta - \frac{\Delta T^3}{6\rho^2} \cos \delta - \frac{\Delta T^3 \cdot k}{6\rho^3} \sin \delta. \quad (15)$$

Последний член формулы (15) по малости может быть отброшен. Тогда (15) можно переписать так:

$$\Delta T = \frac{\Delta z}{\cos \delta} - \frac{\Delta T \cdot k \cdot \operatorname{tg} \delta}{\rho} - \frac{\Delta z^3}{6\rho^2 \cos \delta} + \frac{\Delta T^3}{6\rho^2}. \quad (16)$$

Подставив в (16) вместо k его значение ([2], стр. 184):

$$k = \frac{\Delta T^2}{4\rho} \sin 2\delta$$

и заменив ΔT в правой части его приближенным выражением (7'), получим

$$\begin{aligned} \Delta T &= \frac{\Delta z}{\cos \delta} - \frac{\Delta z^3 \sin 2\delta \operatorname{tg} \delta}{4\rho^2 \cos^3 \delta} - \frac{\Delta z^3}{6\rho^2 \cos \delta} + \frac{\Delta z^3}{6\rho^2 \cos^3 \delta} = \\ &= \frac{\Delta z}{\cos \delta} - \frac{\Delta z^3 \operatorname{tg}^2 \delta}{2\rho^2 \cos \delta} + \frac{\Delta z^3}{6\rho^2 \cos \delta} \left(\frac{1}{\cos^2 \delta} - 1 \right) = \frac{\Delta z}{\cos \delta} - \frac{\Delta z^3 \operatorname{tg}^2 \delta}{3\rho^2 \cos \delta}. \end{aligned}$$

Окончательно имеем

$$\Delta T^s = \frac{\Delta z''}{15 \cos \delta} - \delta \Delta T^s, \quad (17)$$

где

$$\delta \Delta T^s = \frac{(\Delta z'')^3 \operatorname{tg}^2 \delta}{45 (\rho'')^2 \cos \delta}.$$

Величину $\delta \Delta T^s$ можно табулировать.

По точным значениям $\Delta T_{w,E}$ и отсчетам хронометра в моменты наблюдений звезды найдем ряд показаний хронометра $T_{w,E}$, редуцированных на расчетный момент элонгации, по формуле

$$T_{w,E} = T'_{w,E} \pm \Delta T_{w,E},$$

здесь $T'_{w,E}$ — среднее значение из трех отсчетов по хронометру при наблюдении звезды.

Вероятнейшее значение показания хронометра в момент элонгации наблюдаемой звезды получим как среднее арифметическое из редуцированных отсчетов хронометра, а поправка хронометра найдется по формуле (5).

Если наблюдения отдельной звезды расположены не симметрично относительно элонгации, то в значение u следует ввести поправку за ход хронометра ω :

$$\Delta u_\omega = [\Delta T] \omega.$$

При определении времени для нахождения долготы ход хронометра проще всего получить из приемов сигналов времени.

Подсчитаем ожидаемую точность поправки хронометра, полученной из наблюдений одной пары звезд. Нами установлено, что на точность поправки хронометра влияют, главным образом, ошибки собственно измерений. К ошибкам измерений следует отнести ошибки в отсчетах по хронометру и вертикальному кругу; величина этих ошибок зависит, в основном, от скорости движения звезд, точности инструмента и увеличения трубы.

Допустим, что проводятся наблюдения звезд с предельно допускаемыми склонениями $\delta = 70^\circ$. Примем случайную ошибку в отсчете по вертикальному кругу равной $\pm 1,5$, а случайную ошибку в среднем значении из трех отсчетов по хронометру — $\pm 0^s,15$. Погрешность $\pm 1,5$ в зенитном расстоянии, согласно формуле (7'), соответствует ошибке в часовом угле $\pm 0''30$. Общая ошибка в показании хронометра, полученном из одного наблюдения звезды, равна

$$\mp \sqrt{(0^s,15)^2 + (0'',30)^2} = \mp 0^s,33,$$

а ошибка в среднем из всех шести наблюдений звезды будет

$$\frac{\mp 0^s,33}{\sqrt{6}} = \mp 0^s,14.$$

Ошибка среднего значения поправки хронометра из наблюдения пары звезд будет равна:

$$\frac{\pm 0^s,14}{\sqrt{2}} = \pm 0^s,10.$$

С целью проверки приведенных формул на астропункте I класса с известной долготой были произведены наблюдения восьми звезд вблизи элонгации. Наблюдения выполнены двухсекундным вертикальным кругом Гильдебранда. По каждой звезде вычислялась долгота астропункта. Колебание полученных значений долгот составляет $0^s,20$. Расхождение среднего значения долготы, полученного из наблюдений восьми звезд, с каталожным значением долготы астропункта равно $0^s,02$. В вычисленных долготах не учтены поправки к программным моментам передач сигналов времени из-за отсутствия к настоящему времени бюллетеня «Эталонное время», а также не введена личная разность наблюдателя.

Учитывая простоту, незначительный объем вычислений и сравнительно хорошую точность способа, можно надеяться, что он найдет применение в производстве.

ЛИТЕРАТУРА

1. С. Н. Блажко. Курс сферической астрономии. Гос. изд-во технико-теоретической литературы, М., 1954.
2. К. А. Цветков. Практическая астрономия. Геодезиздат, М., 1951.

Работа поступила
8 мая 1965 г.