

В. П. НОВОСЕЛЬСКАЯ

ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ ЭЛЕМЕНТОВ ЛИНЕЙНО-УГЛОВОГО РЯДА ИЗ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ ПРЯМОУГОЛЬНИКОВ

Возможность применения радио- и светодальномеров позволяет усовершенствовать методы построения геодезических сетей и значительно повысит их точность.

Ниже исследуется вопрос о накоплении ошибок в элементах цепи линейно-угловой триангуляции, состоящей из геодезических прямоугольников с продвигом 0,6—2.

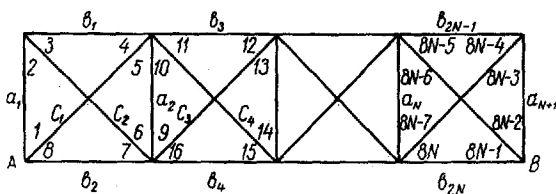


Рис. 1.

В свободном ряду геодезических прямоугольников линейно-угловой триангуляции при уравнивании по методу условных измерений возникает $3N$ условных уравнений фигур (N — число прямоугольников в цепи) вида:

$$(8i - 7) + (8i - 6) + (8i - 5) + (8i - 4) + \omega_{i,1} = 0; \quad (1)$$

$2N$ уравнений сторон вида:

$$\delta_{8i-7} (8i - 7) - \delta_{8i-4} (8i - 4) + (\lg a_i) - (\lg b_{2i-1}) + \omega_{i,4} = 0; \quad (2)$$

$4N$ уравнений сторон вида:

$$-\delta_{8i-7} (8i - 7) + (\lg b_{2i-1}) - (\lg c_{2i-1}) + \omega_{i,5} = 0; \quad (3)$$

где i — порядковый номер геодезического прямоугольника;

$(8i)$, $(\lg a)$, $(\lg b)$, $(\lg c)$ — вероятнейшие поправки к измеренным углам и логарифмам длин сторон;

δ — приращение логарифма синуса угла при изменении угла на $1''$;

ω — свободные члены условных уравнений.

Весовые функции напишем следующим образом:

для дирекционного угла α_i связывающей стороны прямоугольника с номером $i - 1$

$$= (1) - (5) + (9) - (13) + \dots + (8i - 7) - (8i - 3); \quad (4)$$

для длины диагонали АВ (продольный сдвиг)

$$(i \cdot 10^6 \mu) \frac{dL}{L} = (\lg b_2) + (\lg b_4) + (\lg b_6) + \dots + (\lg b_{2i}). \quad (5)$$

Вероятнейшие поправки к измеренным углам и сторонам должны удовлетворять следующему условию:

$$\frac{1}{m_\beta^2} \{ [v_\beta^2] + \frac{1}{q} [v_{lgs}^2] \} = \min,$$

$$q = \frac{1}{P_{lgs}} = \left(\frac{10^6 \mu m_s}{m_\beta \cdot S} \right)^2,$$

v_β и v_{lgs} — вероятнейшие поправки к измеренным углам и логарифмам измеренных сторон;

m_β — средняя квадратическая ошибка измерения углов.

Следовательно, веса при уравнивании можно принять равными

$$P_\beta = 1; \quad P_{lgs} = \frac{1}{q}.$$

Уравняем сеть по методу двух групп. В первую группу отнесем два первых уравнения фигур вида (1), во вторую группу все остальные уравнения. Преобразовывать коэффициенты второй группы будем по способу, описанному в [1].

Коэффициенты в весовых функциях обозначим через f_a , f_L .

Квадратичные коэффициенты нормальных уравнений весовых функций равны

$$[f_a f_a] = \frac{3}{2} N; \quad [f_L f_L] = qN.$$

Вес дирекционного угла конечной стороны цепи определим следующим образом. Обозначим продвиг цепи $v = \frac{b}{a}$; с изменением продвига цепи будут меняться связующие углы прямоугольника A и B (угол A — против стороны a , угол B — против стороны b). Следовательно, будут меняться δ_A и δ_B .

Так как

$$\delta_A = \mu \cdot 10^6 \operatorname{ctg} A \cdot \sin 1'',$$

$$\mu \cdot 10^6 \sin 1'' = K = 2,106,$$

то

$$\delta_A = Kv; \quad \delta_B = \frac{K}{v}.$$

Для определения веса уравненных величин имеем:

$$\frac{1}{P_a} = [f_a f_a] - \left(\frac{1}{P_1} + \frac{1}{P_2} + \frac{1}{P_3} + \frac{1}{P_4} + \frac{1}{P_5} + \frac{1}{P_6} + \frac{1}{P_7} \right),$$

где $\frac{1}{P_1}$, $\frac{1}{P_2}$, $\frac{1}{P_3}$ и т. д. — значения обратных весов, вносимых условными уравнениями фигур и сторон второй группы.

Из решения нормальных уравнений получим:

$$\frac{1}{P_1} = 0,5N;$$

$$\frac{1}{P_2} = \frac{N}{2,5(1+v^4) + v^2(1+1,797q)};$$

$$\frac{1}{P_3} = \frac{0,55v^2(1+5v^2+1,797q)^2}{10q(1+v^4) + 2v^2(q+2,6953q^2+6,6778)} \cdot \frac{1}{P_2}.$$

Выражения для $\frac{1}{P_4}$ и $\frac{1}{P_5}$ получаются очень громоздкими, и лучше их выразить через $\frac{1}{P_2}$ и $\frac{1}{P_3}$.

При продвиге 0,6—2, $\frac{1}{500\,000} < \frac{m_S}{m_p S} < \frac{1}{100\,000}$ и при любом N с малой погрешностью соблюдается равенство:

$$\frac{1}{P_4} + \frac{1}{P_5} = 2\left(\frac{1}{P_2} + \frac{1}{P_3}\right).$$

$$\frac{1}{P_6} = \frac{1}{P_7} = 0.$$

Следовательно,

$$\begin{aligned} \frac{1}{P_a} = N - \frac{3N}{2,5(1+v^4) + v^2(1+1,797q)} \left(1 + \right. \\ \left. + \frac{0,55v^2(1+5v^2+1,797q)^2}{10q(1+v^4) + 2v^2(q+2,6953q^2+6,6778)}\right). \end{aligned} \quad (6)$$

Определим продольный сдвиг ряда.

В работе [1] была получена формула для оценки продольного сдвига, когда $v=1$.

Для продвигов цепи 0,6—2,

$$\frac{1}{500\,000} < \frac{m_S}{m_p \cdot S} < \frac{1}{100\,000}$$

и любом N формула для обратного веса $\frac{1}{P_L}$ имеет вид:

$$\begin{aligned} \frac{1}{P_L} = \left(0,1259q + 3,559 + \frac{0,958}{q+3,339} - \frac{24,1737}{q+7,737} + \frac{0,013}{q+0,721} - \right. \\ \left. - \frac{1,152}{q+1,977} + \frac{0,187}{q+0,856}\right) \frac{0,9}{N \cdot v^{1/2}} \left(\frac{L}{10^6 \mu}\right)^2. \end{aligned} \quad (7)$$

С целью проверки формул (6) и (7) были решены численные примеры по схеме Гаусса. В таблице приведены значения обратных весов $\frac{1}{P_a}$ (Г), $\frac{1}{P_L}$ (Г), полученных из решения схемы Гаусса, и $\frac{1}{P_a}$ (6),

$\frac{1}{P_L}$ (7), полученные по формулам (6) и (7), где $\frac{1}{P_L} = \left(\frac{10^6 \mu N}{L}\right)^2 \cdot \frac{1}{P_L}$.

Как видно из приведенных вычислений, погрешности в определении обратных весов по формулам (6) и (7) невелики и этими формулами вполне можно пользоваться при оценке точности проектируемых сетей указанного вида.

Значения обратных весов $\frac{1}{P_a}(\Gamma)$, $\frac{1}{P_L}(\Gamma)$, $\frac{1}{p_a}(6)$, $\frac{1}{p_L}(7)$.

Обознач. величин	1	2	3	4	5	6	7	8
v	0,61	1	1,42	2,0	1	1,73	2,0	2,0
m_S	1	1	1	1	1	1	1	1
$m_{\beta} \cdot S$	$\frac{1}{200000}$	$\frac{1}{200000}$	$\frac{1}{200000}$	$\frac{1}{200000}$	$\frac{1}{200000}$	$\frac{1}{200000}$	$\frac{1}{200000}$	$\frac{1}{400000}$
N	1	5	5	5	1	1	1	3
$\frac{1}{P_a}(\Gamma)$	2,20	3,40	4,06	4,48	0,68	0,86	0,90	1,93
$\frac{1}{P_a}(6)$	2,06	3,46	4,16	4,55	0,69	0,81	0,91	2,07
погреш. %	6,3	1,7	2,4	1,5	1,4	5,8	1,1	7,2
$\frac{1}{P_L}(\Gamma)$	13,53	9,76	7,92	6,83	1,91	1,42	1,34	1,37
$\frac{1}{P_L}(7)$	12,28	9,58	8,03	6,77	1,95	1,45	1,24	1,25
погреш. %	9,2	1,8	1,3	0,8	2,0	2,1	7,4	8,7

ЛИТЕРАТУРА

1. В. П. Новосельская. Точность цепи линейно-угловой триангуляции. Республиканский межведомственный научно-технический сборник «Геодезия, картография и аэрофотосъемка», вып. I, Изд-во Львовского ун-та, 1964.

Работа поступила
23 апреля 1965 г.