

Т. Н. ЧАЛЮК

РЕЦЕНЗИЯ НА СТАТЬЮ О. С. МАКАРА «ЗАГАЛЬНА ТЕОРЕТИЧНА ОСНОВА ПОСЕРЕДНІХ МЕТОДІВ ВИМІРЮВАННЯ ВІДДАЛІ»

(Доповіді АН УРСР, 6, 1964)

В статье приводится вывод формулы для вычисления расстояния $s_1 = AO$ (см. рисунок). При этом использован известный в литературе путь решения поставленной задачи. Поступая аналогично В. В. Данилову [1], О. С. Макар находит из треугольников AMO и ANO (рассматривается параллактическая схема AMB) выражения для $\sin \alpha$ и $\sin \beta$, затем переходит от $\sin \alpha$ и $\sin \beta$ к $\operatorname{tg} \alpha$ и $\operatorname{tg} \beta$, использует формулу

$$\operatorname{tg} \varepsilon = \operatorname{tg} (\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{1 - \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta},$$

так как согласно рисунка $\varepsilon = \alpha + \beta$ и после подстановки в формулу для $\operatorname{tg} \varepsilon$ значений $\operatorname{tg} \alpha$ и $\operatorname{tg} \beta$ переходит к квадратному уравнению

$$4 \operatorname{tg} \varepsilon \cdot s_1^2 - 4 (2 y \cos \varphi \operatorname{tg} \varepsilon + b \sin \varphi) s_1 + (4 y^2 - b^2) \operatorname{tg} \varepsilon = 0,$$

из решения которого получает свою формулу (9). Нам не совсем понятно, почему автор приводит формулу для вычисления расстояния s_1 именно в таком виде. После некоторых преобразований легко перейти от формулы (9) к более простой, широко известной в литературе формуле

$$s_1 = \frac{b}{2} \cdot \frac{\sin \varphi \cos \varepsilon + \frac{2y}{b} \sin \varepsilon \cos \varphi + \sqrt{1 - \left(\cos \varphi \cos \varepsilon - \frac{2y}{b} \sin \varepsilon \sin \varphi \right)^2}}{\sin \varepsilon} \quad (9')$$

В таком виде формула для вычисления расстояния s_1 приводится, например, у В. В. Данилова [1].

О. С. Макар называет формулу (9), а следовательно, и более простую ее запись (9'), отдельной, или частной формулой. Для вывода своей «общей» редуцированной формулы (11) О. С. Макар вводит в уравнение (9) или, что более наглядно, в уравнение (9') общую параллактическую функцию

$$\sin \Delta = \frac{2y}{b} \sin \varepsilon \frac{\sin \gamma}{\sin \gamma'} \quad (1)$$

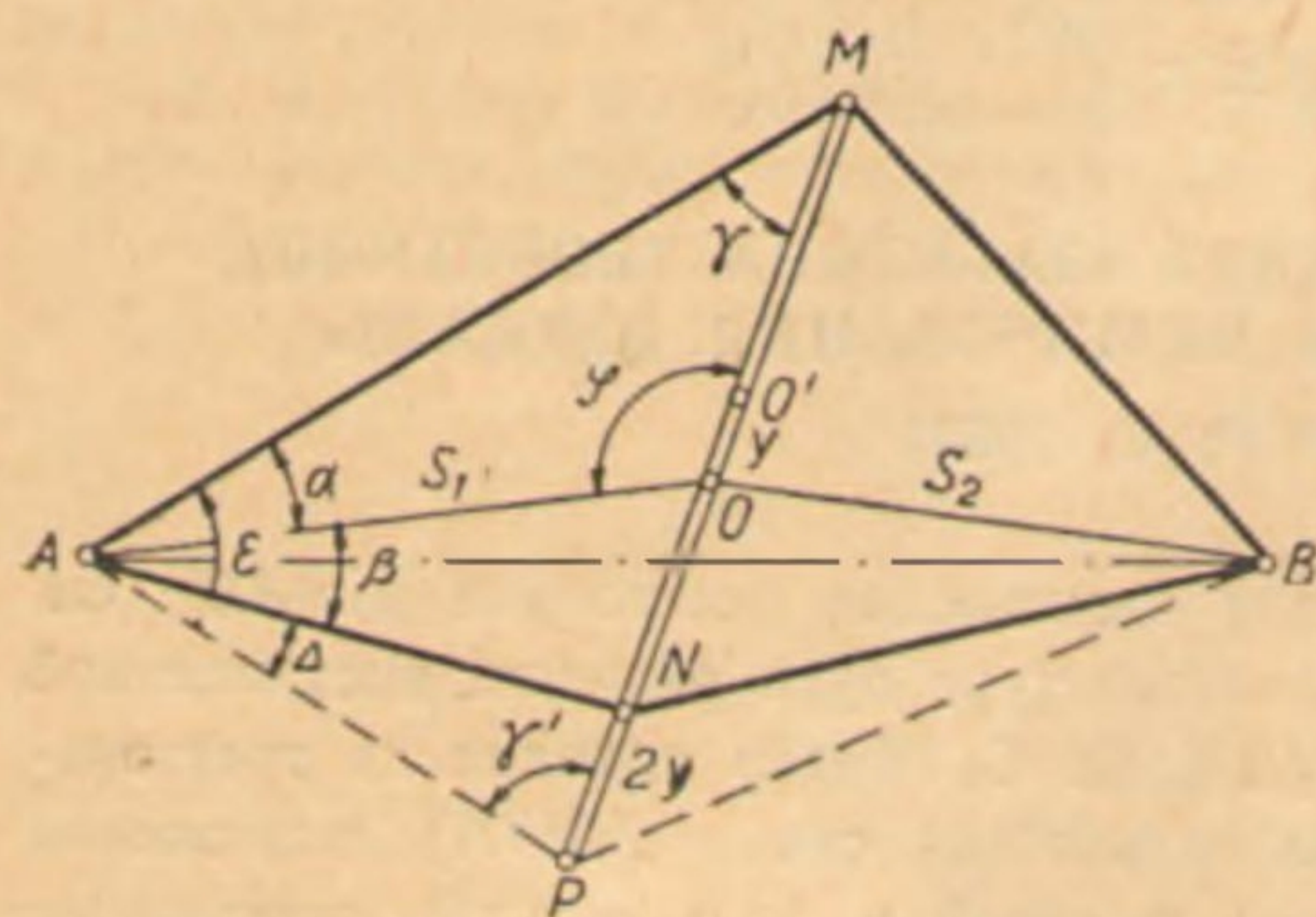
Делает он это чисто механически. К известной параллактической схеме AMB пристраивает треугольник ANP путем продолжения базиса MN вниз на величину двойной асимметрии $2y$, находит из решения треугольников AMN и ANP приведенное выше выражение (1) для $\sin \Delta$, затем из (1) получает

$$\sin \varepsilon = \frac{b}{2y} \sin \Delta \frac{\sin \gamma}{\sin \gamma'} \quad (10)$$

■ подставляет в числитель формулы (9) или, что тоже, формулы (9') вместо $\sin \varepsilon$ его значение согласно (10). Общая редукционная формула (11) имеет вид

$$s_1 = \frac{b}{2} \cdot \frac{\sin \varphi \cos \varepsilon + \cos \varphi \sin \Delta \frac{\sin \gamma}{\sin \gamma'} + \sqrt{1 - \left(\cos \varphi \cos \varepsilon - \sin \varphi \sin \Delta \frac{\sin \gamma}{\sin \gamma'} \right)^2}}{\sin \varepsilon} \quad (11)$$

Входящие в эту формулу обозначения показаны на рис. 1. Собственно формулой (11) и завершается «общая теоретическая основа» посредственных методов измерения



расстояния, изложению которой посвящена рецензируемая статья. Автор утверждает, что в отличие от других известных в литературе «частных» формул для вычисления расстояния s_1 , его формула (11) является более общей, что она получена из общей параллактической схемы $AMB P$ и наличие в ней параллактической функции $\sin \Delta$ создает широкие возможности для всестороннего анализа всех существующих параллактических схем и вытекающих из этих схем формул для вычисления s_1 . В действительности это далеко не так.

Во-первых, формула (11) не является общей по сравнению с известной в литературе формулой (9'). В силу того, что произведение $\sin \Delta \frac{\sin \gamma}{\sin \gamma'}$ всегда тождественно равно $\frac{2y}{b} \sin \varepsilon$, формула (11) может быть заменена формулой (9'), то есть между ними фактически нет различия (это разные формы записи одной и той же формулы).

Во-вторых, при выводе формулы (11) О. С. Макара пользовался известной параллактической схемой $AMBN$, а не «созданной» им «общей параллактической схемой $AMB P$, как он утверждает. Пристройка $ANBP$ к схеме $AMBN$ используется только для геометрической интерпретации искусственно введенной в формулу (9') произвольной параллактической функции $\sin \Delta$. К тому же следует отметить, что «общая» параллактическая схема $AMB P$ по существу не является общей, так как по самому своему построению она всегда симметрична ($MO = OP$).

В-третьих, из «частной» формулы (9') можно получить с таким же успехом, как и из «общей» формулы (11), все частные формулы для любой из возможных частных параллактических схем. Да иначе и быть не может, поскольку формулы (11) и (9') взаимозаменяемы.

Заменяя в (9') $\sin \varepsilon$ равным ему выражением $\sin \Delta \frac{\sin \gamma}{\sin \gamma'}$, О. С. Макара вводит в формулу дополнительные величины, а именно углы γ и γ' при точках M и P (см. рис. 1). Однако примененный здесь прием введения в расчетные формулы этих углов не является единственным. Например, можно было бы проще поступить следующим образом. В параллактической схеме $AMBN$ не делать пристройки $ANBP$, а измерить угол γ' непосредственно при точке N и угол γ при точке M и заменить в формуле (9') в числителе правой части $\sin \varepsilon$ равным ему значением $\sin(\gamma + \gamma')$, так как $\varepsilon = 180 - (\gamma + \gamma')$.

С чисто практической точки зрения формула (11) О. С. Макара едва ли может найти применение, так как построение на местности дополнительной точки P и измерение дополнительных углов Δ , γ и γ' ведет к значительным и совершенно не оправданным дополнительным затратам труда, времени и средств. Вполне очевидно, что расстояние s_1 надо вычислять по более простой формуле (9'), не требующей постро-

ения точки P и измерения на местности дополнительных углов Δ , γ и γ' . Автор статьи допускает ошибку, утверждая, что равенство

$$\sin \Delta \frac{\sin \gamma}{\sin \gamma'} = \frac{2y}{b} \sin \varepsilon = \sin \Delta_1 \quad (12)$$

имеет место лишь при $\gamma = \gamma'$ и что по этой причине формула (11) принимает частное значение

$$s_1 = \frac{b}{2} \frac{\sin \varphi \cos \varepsilon + \cos \varphi \sin \Delta_1 + \sqrt{1 - (\cos \varphi \cos \varepsilon - \sin \varphi \sin \Delta_1)^2}}{\sin \varepsilon} \quad (13)$$

Равенство (12) справедливо при любых значениях углов γ и γ' и поэтому формула (13) является не частным значением формулы (11), а лишь другой формой ее записи. Фактически между (11) и (13) нет никакого различия. В «общей» формуле (11) выражение $\sin \Delta \frac{\sin \gamma}{\sin \gamma'}$ есть «теоретически постоянной редукционной величиной для всех возможных параллактических схем». Поэтому О. С. Макара из «общей редукционной» формулы (11) выводит «окончательную нередукционную общую» формулу для вычисления расстояния s_1 , прибегая при этом к следующим рассуждениям. Повернем, говорит О. С. Макара, продленный параллактический базис $MP = B = b + 2y$ вокруг точки O (стояния инструмента на базисе) до перпендикулярного к AO положения. При $MP \perp AO$ углы $\gamma = \gamma'$, $\sin \Delta = \sin \Delta_1 = \frac{2y}{b} \sin \varepsilon$ и формула (11) переходит в отдельную формулу (13). А теперь обратным вращением вокруг той же точки O возвратим базис MP в исходное произвольное положение в общей параллактической схеме $AMBP$. В этом случае отдельная параллактическая функция

$$\sin \Delta_1 = \frac{2y}{b} \sin \varepsilon \quad (5)$$

в перпендикулярной параллактической схеме переходит снова в общую параллактическую функцию

$$\sin \Delta = \frac{2y}{b} \sin \varepsilon \frac{\sin \gamma'}{\sin \gamma} \quad (1)$$

в общей параллактической схеме $AMBP$, и, таким образом, отдельная формула (13) переходит в «упрощенную нередукционную общую формулу»

$$s_1 = \frac{b}{2} \cdot \frac{\sin \varphi \cos \varepsilon + \cos \varphi \frac{2y}{b} \sin \varepsilon \frac{\sin \gamma'}{\sin \gamma} + \sqrt{1 - \left(\cos \varphi \cos \varepsilon - \sin \varphi \frac{2y}{b} \sin \varepsilon \frac{\sin \gamma'}{\sin \gamma} \right)^2}}{\sin \varepsilon} \quad (14)$$

Подставляя в числитель формулы (14) вместо $\sin \Delta$ правую часть формулы (10), О. С. Макара получает «окончательную нередукционную общую формулу»:

$$s_1 = \frac{b}{2} \cdot \frac{\sin \varphi \cos \varepsilon + \cos \varphi \sin \Delta + \sqrt{1 - (\cos \varphi \cos \varepsilon - \sin \varphi \sin \Delta)^2}}{\sin \varepsilon} \quad (15)$$

При этом он особо подчеркивает, что параллактическая функция $\sin \Delta$, входящая в (15), должна вычисляться только по общей формуле (1), то есть

$$\sin \Delta = \frac{2y}{b} \sin \varepsilon \frac{\sin \gamma'}{\sin \gamma} \quad (1)$$

Формулы (14) и (15) получены О. С. Макаром неверно. Автор статьи даже не заметил, что он в своих рассуждениях пришел к парадоксальным выводам — переходя от «общей» формулы (11), соответствующей общей параллактической схеме $AMBP$, к «частной» формуле (13), соответствующей перпендикулярной параллактической

ской схеме, и возвращаясь затем от перпендикулярной схемы к общей параллактической схеме AMB , он из частной формулы (13) уже не получил исходной общей редукционной формулы (11). Вместо (11) появились новые «нередукционные» формулы (14) и (15). Как же это произошло? Причина весьма простая. При обратном переходе от перпендикулярной схемы к общей параллактической схеме надо было подставить в формулу (13) вместо $\sin \Delta_1$ не $\sin \Delta$, как это делает О. С. Макара, а

$$\sin \Delta_1 = \sin \Delta \frac{\sin \gamma}{\sin \gamma'},$$

как это следует из формул (5) и (1).

В этом случае формула (13) переходит в формулу (11), как и должно быть. Таким образом, деление формул для вычисления расстояния s_1 на «редукционные» и «нередукционные» является следствием допущенных автором статьи ошибок.

Сделанное в конце статьи заключение О. С. Макара о том, что вывод автором окончательной нередукционной общей формулы (15) из общей редукционной формулы (11) доказывает правильность вывода формулы (11), говорит само за себя.

Такова сущность изложенной в рецензируемой статье «общей теоретической основы» посредственных методов измерения расстояния.

ЛИТЕРАТУРА

В. В. Данилов. Точная полигонометрия. Изд-во геод. литер., М., 1953.

Рецензия поступила
7 декабря 1966 г.