

значений масштаба и выработать рекомендации по их использованию.

Задача определения масштаба в космических сетях уже рассматривалась в печати [4, 5], но вопрос о среднем значении масштаба в космических сетях здесь затрагивается впервые.

Поскольку масштаб и средняя квадратическая ошибка обозначаются в геодезии одной и той же буквой m , будем помечать масштаб, как принято в математической картографии, греческой буквой μ . Для удобства будем также обозначать среднее значение



Прямой линейный отрезок для определения средних значений линейных масштабов.

масштаба, определенное по i -й формуле, μ_i , среднего квадратическую погрешность его M_{μ_i} , среднюю квадратическую ошибку масштаба μ_{ij} любой линии — m_{μ_i} .

Для определения среднего значения масштаба предложена формула [3]

$$\mu_1 = [\mu_{ij}] / N, \quad (1)$$

где N — число линий в сети, содержащей n пунктов, причем $N = n(n-1)/2$.

Пусть дан прямолинейный отрезок (см. рисунок), содержащий пункты P_i и P_j , на котором произвольно выбрана точка P_k . Тогда

$$\mu_{\text{ср}} = S'_{ij} / S_{ij} = (S'_{ik} + S'_{kj}) / (S_{ik} + S_{kj}),$$

где S' и S — длины линий в новой и старой системах соответственно. Применяя эту формулу к n пунктам, не лежащим на одной прямой, получаем

$$\mu_2 = \frac{[S'_{ij}]}{[S_{ij}]} = \frac{[\mu_{ij} S_{ij}]}{[S_{ij}]} \quad (2)$$

Среднее весовое значение масштаба предложено находить по формуле [7]

$$\mu_3 = [\mu_{ij} S_{ij}^2] / [S_{ij}^2], \quad (3)$$

и, наконец, среднее весовое значение масштаба можно определить по формуле

$$\mu_4 = [\mu_{ij} P_{ij}] / [P_{ij}], \quad (4)$$

где $P = 1/m_{\mu_i}^2$ — вес масштаба. Если принять $P_{ij} = S_{ij}$ или $P_{ij} = S_{ij}^2$, то получим соответственно (2) и (3). Пользуясь известной формулой

$$m_{\mu}^2 = \sqrt{\left(\frac{\partial F}{\partial X_i}\right)^2 m_{X_i}^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial X_j}\right)^2 m_{X_j}^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial Y_i}\right)^2 m_{Y_i}^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial Y_j}\right)^2 m_{Y_j}^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial Z_i}\right)^2 m_{Z_i}^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial Z_j}\right)^2 m_{Z_j}^2} \quad (5)$$

применительно к функции

$$F = S_{ij} = \sqrt{(X_i - X_j)^2 + (Y_i - Y_j)^2 + (Z_i - Z_j)^2}, \quad (6)$$

найдем зависимость между средней квадратической ошибкой расстояния m_s и средними квадратическими ошибками координат пунктов (m_X, m_Y, m_Z):

$$m_s = \sqrt{\cos^2 \alpha (m_{X_i}^2 + m_{X_j}^2) + \cos^2 \beta (m_{Y_i}^2 + m_{Y_j}^2) + \cos^2 \gamma (m_{Z_i}^2 + m_{Z_j}^2)} = \sqrt{\cos^2 \alpha \cdot m_{\Delta X_{ij}}^2 + \cos^2 \beta \cdot m_{\Delta Y_{ij}}^2 + \cos^2 \gamma \cdot m_{\Delta Z_{ij}}^2} \quad (7)$$

в которой α, β, γ — углы прямой S_{ij} и осей координат.

Зная средние квадратические ошибки линий, определим среднюю квадратическую ошибку масштаба. Для функции вида $\mu = S' : S$ можно записать [1]

$$(m_{\mu} / \mu_{ij})^2 = (m_{S'} / S')^2 + (m_S / S)^2. \quad (8)$$

После преобразования получаем

$$m_{\mu} = \frac{\sqrt{m_{S'}^2 + \mu_{ij}^2 m_S^2}}{S_{ij}} \quad (9)$$

Так как в векторных ходах, а также сетях космической триангуляции и трилатерации масштаб незначительно ($10^{-5} \dots 10^{-6}$) отличается от единицы, а погрешности m_S меньше 1 км, запишем (9) в виде

$$m_{\mu} = \sqrt{m_{S'}^2 + m_S^2} / S. \quad (10)$$

Следовательно, квадрат средней квадратической ошибки масштаба прямо пропорционален сумме квадратов средних квадратических ошибок линий в обеих системах и обратно пропорционален квадрату расстояния.

Координаты пунктов и их погрешности взяты для последующих вычислений из [8], где опубликованы результаты уравнения триангуляции и трилатерации по способу наименьших квадратов в пространственных декартовых координатах.

На основании (9) получим выражения для средних квадратических ошибок средних масштабов

$$M_{\mu_1} = \frac{1}{n} \sqrt{[m_{\mu}^2]} = \frac{1}{n} \sqrt{\left[\frac{m_{S'}^2 + m_S^2}{S_{ij}^2} \right]}; \quad (11)$$

$$M_{\mu_2} = \frac{1}{[S_{ij}]} \sqrt{[S_{ij}^2 m_{\mu}^2]} = \frac{1}{[S_{ij}]} \sqrt{[m_{S'}^2 + \mu_{ij}^2 m_S^2]}; \quad (12)$$

$$M_{ij} = \frac{1}{[S_{ij}^2]} \sqrt{[S_{ij}^2(m_s^2 + \mu_{ij}^2 m_s^2)]}; \quad (13)$$

$$M_{ij} = \frac{1}{[P_{ij}]} \sqrt{\left[\frac{S_{ij}^2}{m_s^2 + \mu_{ij}^2 m_s^2} \right]} = \frac{1}{\sqrt{[P_{ij}]}}. \quad (14)$$

Легко видеть, что

$$M_{ij}/M_{ij} = M_{ij} \sqrt{[P_{ij}]}. \quad (15)$$

Подставляя в (11) — (14) некорректированные погрешности линейных масштабов, можем априори определить ошибки преобразования

Результаты вычислений средних квадратических ошибок по (11) — (14)

Число N элементов в сумме	Средние квадратические ошибки $M \cdot 10^5$ и помера непользуемых формул				
	M_{μ_1} (11)	M_{μ_2} (12)	M_{μ_3} (13)	M_{μ_4} (14)	$M_{\mu_5} = M_{\mu_6}$ (15)
3	0,4629	0,6646	0,8347	0,2907	1,5925
5	0,4651	0,5030	0,6741	0,1922	2,4204
7	0,3480	0,4120	0,6054	0,1660	2,0957
9	0,3024	0,3668	0,5692	0,1593	1,8987
11	0,3170	0,3351	0,4742	0,1515	2,0925
13	0,2711	0,2813	0,3972	0,1245	2,1768
15	0,2547	0,2189	0,2006	0,0704	3,6175
17	0,2273	0,1921	0,1768	0,0635	3,5779
19	0,2038	0,1529	0,1308	0,0492	4,1451
21	0,1846	0,1381	0,1181	0,0436	4,2374

зованных координат, вызываемые ошибками средних значений масштаба.

Часть результатов вычислений по сравнению средних квадратических ошибок средних значений масштаба, определенных по различным формулам, приведена в таблице. Исходные данные взяты из [8].

На примере космических геодезических сетей экспериментально установлено, что точность среднего масштаба μ_1 (при $N \geq 15$) ниже точности других средних (средневесовых) масштабов, а погрешности масштабов μ_2 и μ_3 незначительно (10...15%) отличаются друг от друга.

Погрешности преобразованных прямоугольных координат (в космической геодезии), вызываемые только ошибками масштабов, могут достигать нескольких десятков метров. Для уменьшения их следует вычислить средние, используя максимальное число исходных масштабов.

Список литературы: 1. Бойшиков В. Д., Гайдаев П. А. Теория математической обработки геодезических измерений. — М.: Недра, 1977. 2. Булгакев А. В., Кирпичев В. Г. Об определении параметров преобразования пространственных прямоугольных координат. — Геодезия, картография и аэрофотогеодезия, 1982, вып. 35. 3. Журилин И. Г. Об одном алгоритме преобразования координат в задачах фотограмметрии. — Изв. вузов. Геодезия и аэрофотогеодезия, 1980, № 5.

4. Кирпичев В. Г. Характер линейных искажений при преобразовании координат в трехмерном пространстве. — Геодезия, картография и аэрофотогеодезия, 1979, вып. 30. 5. Крылов В. И. Определение масштаба сети космической триангуляции по фотографическим и лазерным наблюдениям ИСЗ: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. — М., 1978. 6. Машинков М. М. Космическая геодезия и во-просы теории в геодезии. — Изв. вузов. Геодезия и аэрофотогеодезия, 1980, вып. 35. 7. Фотограмметрия с применением электронной цифровой вычислительной машины. — М.: Недра, 1975.

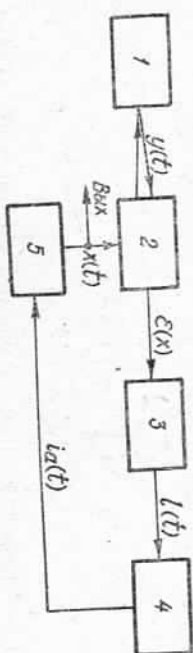
Статья поступила в редакцию 08.12.83

УДК 528:62—52

Ю. В. КОЛОДЕЖ, Ю. Л. ФАНВУЖИНСКИЙ

СЛЕДЯЩАЯ УГЛОИЗМЕРИТЕЛЬНАЯ СИСТЕМА (ВОПРОСЫ ОПТИМИЗАЦИИ ПАРАМЕТРОВ)

В настоящее время актуальной проблемой является разработка инженерно-геодезических систем (ИГИС) для измерения геодезических координат стохастически перемещающихся объектов. Поскольку геодезические координаты объекта будут меняться случайным образом, ИГИС необходимо проектировать для ведения непрерывных измерений в реальном масштабе времени и она долж-



Функциональная схема ИГИС для измерения углового положения объекта:

1 — миллиметр, расположенная на объекте, на которую падает и отражается луч лазера; 2 — измерительное устройство, обрабатывающее входной сигнал $y(t)$, снимаемый с объекта; 3 — формирователь сигнала $e(t)$, снимаемый с объекта; 4 — усилитель, выходящий сигнал $i_a(t)$ которого — ток управления электроприводом; 5 — электронный привод, с которого снимается информация о значении угла поворота (выходной сигнал $x(t)$).

на быть оптимальной для заданных условий измерений. При этом критерием оптимальности следует выбрать критерий минимума средней квадратической погрешности, который широко применяется в геодезии как универсальный [1].

Покажем порядок оптимизации однокординатной системы. В качестве примера возьмем ИГИС, измеряющую угловое положение объекта посредством определения отклонения отраженного от него лазерного пучка, поступающего на объект от системы. Функциональная схема такой ИГИС показана на рисунке.