

АНАЛИЗ ПОСТРОЕНИЯ ПО АЭРОФОТОСНИМКАМ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ МЕСТНОСТИ

Для анализа построения по перекрывающимся аэроснимкам геометрических моделей местности необходимо иметь ковариационные матрицы пространственных координат точек моделей для различных вариантов аэрофотосъемки. Указанные матрицы могут быть получены с помощью методов математического моделирования фотограмметрического процесса построения геометрической модели. Согласно [1], ковариационные матрицы пространственных координат точек — K_X вычисляются по следующим зависимостям

$$K_X = \sigma_0^2 [JJ^T]; \quad (1)$$

$$J = -A'[A^T(BB^T)^{-1}A]^{-1}A^T(BB^T)^{-1}B + B', \quad (2)$$

где A' , B' — матрицы частных производных формул прямой засечки соответственно по элементам взаимного ориентирования и измеренным координатам точек аэроснимков; A , B — матрицы частных производных функций, выражающих условия взаимного ориентирования, соответственно по элементам взаимного ориентирования и измеренным координатам точек аэроснимков; σ_0 — средняя квадратическая ошибка единицы веса, характеризующая точность определения координат точек аэроснимков, принятая в данных исследованиях равной 0,02 мм.

С помощью ЭВМ М-222 для различных вариантов съемки были проведены необходимые вычисления. Ковариационные матрицы вычислены по результатам построения геометрических моделей плоско-равнинной местности по макетным плановым аэроснимкам формата 18×18 см с использованием шести точек, расположенных в стандартных зонах стереопары. Структурные особенности вычисленных матриц были исследованы статистическими методами корреляционного и компонентного анализа. Все вычисленные операции при этом также выполнены на ЭВМ.

С целью установления степени корреляционной зависимости между пространственными координатами точек модели были вычислены корреляционные матрицы. После сравнения полученных матриц для различных вариантов съемки установлено, что корреляция между координатами точек зависит от фокусного расстояния и не зависит от высоты фотографирования. Численные величины элементов корреляционной матрицы пространственных координат шести точек модели, построенной по аэроснимкам с $f=70$ мм (R_{70}), приведены в табл. 1. Средние квадратические ошибки зависимых параметров — пространственных координат моделей для ряда выборочных вариантов съемки приведены в табл. 2. Нумерация пространственных координат точек модели в таблицах дана в соответствии с рисунком. Наличие больших коэффициентов корреляции и различных значений дисперсий (квадратов средних квадратических ошибок) говорит о том, что пространственные координаты точек нельзя рассматривать и использовать в дальнейших работах как независимо измеренные величины с равными весами. Из сравнения корреляционных матриц было установлено, что коэффициенты корреляции возрастают с увеличением фокусного расстояния аэроснимков, причем особенно сильная корреляция наблюдается между вычисленными высотами точек, а для ряда координат — между ординатами и высотами. Со статистической точки зрения учет корреляций и различных значений дисперсий координат при последующем использовании в уравнильных вычислениях коррелированных переменных необходим. Это относится, например,

Таблица 1

Матрица корреляций пространственных координат точек модели при $f=70$ мм (R_{70})

	X_1	Y_1	Z_1	X_2	Y_2	Z_2	X_3	Y_3	Z_3	X_4	Y_4	Z_4	X_5	Y_5	Z_5	X_6	Y_6	Z_6
X_1	1,0	0	-0,53	0	0	-0,52	0,26	-0,22	-0,21	0	-0,28	-0,47	0,26	0,22	-0,21	0	0,28	-0,47
Y_1		1,0	0	0	-0,44	0	0,32	0,28	0,27	0,45	-0,13	0,12	-0,32	0,28	-0,27	-0,45	-0,13	-0,12
Z_1			1,0	0,52	0	0,55	-0,14	0,48	0,59	0,28	0,35	0,50	-0,14	-0,48	0,59	0,28	-0,35	0,50
X_2				1,0	0	0,53	0	0,34	0,43	0,26	0,18	0,23	0	-0,34	0,43	0,26	-0,18	0,23
Y_2					1,0	0	-0,74	-0,22	-0,28	-0,67	0,60	0,06	0,74	-0,22	0,28	0,67	0,60	-0,06
Z_2						1,0	0,28	0,42	0,46	0,14	0,41	0,64	-0,28	-0,42	0,46	0,14	-0,41	0,64
X_3							1,0	-0,07	-0,02	0,60	-0,74	-0,35	-0,57	0,30	-0,34	-0,60	-0,44	-0,16
Y_3								1,0	0,95	0,58	0,24	0,58	-0,30	0,03	0,09	-0,22	-0,29	0,18
Z_3									1,0	0,63	0,20	0,57	-0,04	-0,09	0,19	-0,16	-0,39	0,27
X_4										1,0	-0,19	0,36	-0,60	-0,22	-0,16	-0,57	-0,50	0,03
Y_4											1,0	0,74	0,44	-0,29	0,39	0,50	0,32	0,20
Z_4												1,0	-0,16	-0,18	0,27	0,03	-0,20	0,42
X_5													1,0	0,07	-0,02	0,60	0,74	-0,35
Y_5														1,0	-0,95	-0,58	0,24	-0,58
Z_5															1,0	0,63	-0,20	0,57
X_6																1,0	0,19	0,36
Y_6																	1,0	-0,74
Z_6																		1,0

Средние квадратические ошибки пространственных координат моделей

Параметры съёмки	Средние квадратические ошибки пространственных координат точек																	
	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	Y_1	Y_2	Y_3	Y_4	Y_5	Y_6	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	Z_5	Z_6
$f=70$ мм $H=840$ м	0,33	0,33	0,61	0,61	0,61	0,61	0,24	0,44	0,71	0,85	0,71	0,85	0,50	0,60	0,72	0,66	0,72	0,66
$f=70$ мм $H=980$ м	0,38	0,38	0,71	0,71	0,71	0,71	0,28	0,51	0,88	0,99	0,83	0,99	0,70	0,70	0,84	0,77	0,84	0,77
$f=70$ мм $H=1400$ м	0,55	0,55	1,02	1,02	1,02	1,02	0,40	0,72	1,18	1,41	1,18	1,41	1,00	1,00	1,20	1,10	1,20	1,10
$f=70$ мм $H=2100$ м	0,83	0,83	1,52	1,52	1,52	1,52	0,60	1,08	1,77	2,12	1,77	2,12	1,51	1,51	1,80	1,65	1,80	1,65
$f=70$ мм $H=3500$ м	1,38	1,38	2,54	2,54	2,54	2,54	1,00	1,81	2,96	3,53	2,96	3,53	2,51	2,51	3,00	2,75	3,00	2,75
$f=100$ мм $H=1400$ м	0,61	0,61	1,10	1,10	1,10	1,10	0,28	0,82	1,10	1,42	1,10	1,42	1,47	1,47	1,61	1,54	1,61	1,54
$f=100$ мм $H=1800$ м	0,79	0,79	1,43	1,43	1,43	1,43	0,36	1,06	1,42	1,85	1,42	1,85	1,92	1,92	2,10	2,01	2,10	2,01
$f=100$ мм $H=2800$ м	1,22	1,22	2,20	2,20	2,20	2,20	0,56	1,63	2,20	2,84	2,20	2,84	2,94	2,94	3,22	3,08	3,22	3,08

к тем методам пространственной фототриангуляции, в которых координаты точек моделей являются промежуточной информацией. Построение и уравнивание в таких методах фототриангуляции следует выполнять с помощью специально вычисляемых матриц весов, учитывающих и корреляционную зависимость.

Для исследования структурных особенностей ковариационных матриц, как уже говорилось выше, могут быть использованы статистические методы компонентного анализа. В компонентном анализе ставится задача перехода от коррелированных параметров к некоррелированным. Вычисляемые при этом величины, главные компоненты, являются независимыми функциями — линейными комбинациями коррелированных параметров, дисперсии которых обладают особыми статистическими свойствами. Так, первая главная компонента y_1 имеет максимальную дисперсию, вторая главная компонента y_2 — максимальную дисперсию при требовании некоррелированности с y_1 и т. д. Число главных компонент совпадает с числом параметров. Компонентный анализ позволяет выделить минимальное число линейных комбинаций с максимальными дисперсиями и использовать их при интерпретации изучаемого процесса. Главные компоненты могут быть получены после определения собственных значений и принадлежащих им собственных векторов анализируемой ковариационной матрицы.

В матричной записи вектор главных компонент определяется по формуле

$$y = U^T x, \quad (3)$$

где y — вектор главных компонент, $y = (y_1, y_2, \dots, y_{3n})^T$; x — вектор параметров, в нашем случае вектор пространственных координат точек геометрической модели, $x = (X_1, Y_1, Z_1, \dots, X_n, Y_n, Z_n)^T$; n — число точек геометрической модели; U^T — матрица нормированных собственных векторов, принадлежащих собственным значениям ковариационной матрицы.

Нормирование собственных векторов выполняется при условии

$$u_1^T u_1 = 1, u_2^T u_2 = 1, \dots, u_{3n}^T u_{3n} = 1,$$

где $u_1^T, u_2^T, \dots, u_{3n}^T$ — собственные векторы-строки матрицы U^T .

В подробной записи выражение (3) может быть записано так:

$$\begin{aligned} y_1 &= u_1^{(1)} X_1 + u_1^{(2)} Y_1 + u_1^{(3)} Z_1 + \dots + u_1^{(3n)} Z_n, \\ &\dots\dots\dots \\ y_{3n} &= u_{3n}^{(1)} X_1 + u_{3n}^{(2)} Y_1 + u_{3n}^{(3)} Z_1 + \dots + u_{3n}^{(3n)} Z_n. \end{aligned} \quad (4)$$

Так как матрица U ортогональна, то параметры геометрической модели выражаются через главные компоненты

$$x = Uy, \quad (5)$$

или в подробной записи

$$\begin{aligned} X_1 + u_1^{(1)} y_1 + u_2^{(1)} y_2 + \dots + u_{3n}^{(1)} y_{3n}, \\ \dots \\ Z_n = u_1^{(3n)} y_1 + u_2^{(3n)} y_2 + \dots + u_{3n}^{(3n)} y_{3n}. \end{aligned}$$

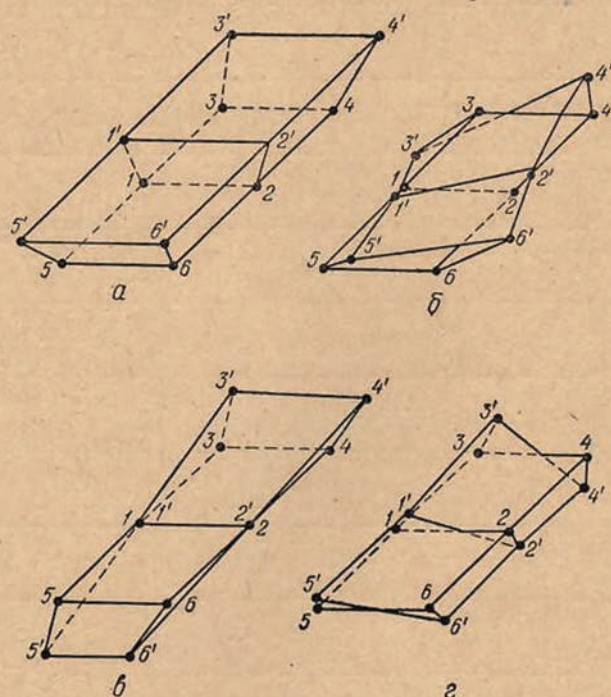
После счета на ЭВМ собственные значения ковариационных матриц или дисперсии главных компонент, расположенные в порядке убывания для различных выборочных вариантов съемки ($n=6$), приведены в табл. 3.

Как видно из табл. 3, основные ошибки построения геометрической модели наблюдаются у первых четырех главных компонент; для вариан-

Собственные значения ковариационных матриц

Параметры съемки	Дисперсии главных компонент, м ²																	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
$f=70$ мм $H=840$ м	2,41	2,02	1,12	0,44	0,26	0,21	0,17	0,14	0,05	0,04	0,03	0,03	0,02	0,02	0,02	0,02	0,01	0,01
$f=70$ мм $H=980$ м	3,28	2,74	1,15	0,59	0,36	0,28	0,24	0,19	0,07	0,05	0,04	0,04	0,03	0,03	0,03	0,02	0,02	0,02
$f=70$ мм $H=1400$ м	6,70	5,60	3,11	1,21	0,73	0,58	0,48	0,39	0,14	0,10	0,08	0,08	0,07	0,07	0,05	0,04	0,04	0,04
$f=70$ мм $H=2100$ м	15,07	12,60	7,00	2,73	1,64	1,30	1,08	0,88	0,32	0,23	0,19	0,18	0,16	0,16	0,12	0,09	0,09	0,08
$f=70$ мм $H=3500$ м	41,88	35,00	19,45	7,58	4,56	3,60	2,43	2,30	0,89	0,64	0,52	0,50	0,43	0,43	0,33	0,26	0,25	0,22
$f=100$ мм $H=1400$ м	15,03	6,38	2,08	1,46	0,50	0,50	0,39	0,34	0,07	0,06	0,04	0,04	0,04	0,04	0,03	0,03	0,03	0,02
$f=100$ мм $H=1800$ м	25,75	10,77	3,47	2,47	0,83	0,78	0,65	0,56	0,12	0,10	0,06	0,06	0,06	0,06	0,05	0,04	0,04	0,04
$f=100$ мм $H=2800$ м	60,10	25,52	8,33	5,83	2,00	1,88	1,56	1,35	0,29	0,23	0,16	0,16	0,14	0,14	0,12	0,10	0,10	0,10

та с $f=70$ мм и $H=840$ м на долю первой компоненты падает 34,3% общей дисперсии, второй — 28,6%, третьей — 16,8%, четвертой — 6,3%, а на долю пятой компоненты приходится только 3,7%. Аналогичная картина наблюдается для других вариантов с $f=70$ мм. Для вариантов с $f=100$ мм процент общей дисперсии для первой и третьей компоненты по сравнению с рассмотренными вариантами ($f=70$ мм) увеличивается. Так, при $f=100$ мм и $H=-1800$ м на долю первой компоненты прихо-



Графическая интерпретация влияния нагрузок первых четырех главных компонент на пространственные координаты точек модели.

дится 55,9%, второй — 23,5%, третьей — 7,6%, четвертой — 5,4%, а на долю пятой — только 1,8% общей дисперсии.

Для изучения раздельного влияния ошибок главных компонент на построение модели необходимо вычислить матрицу нагрузок главных компонент

$$W = U\Lambda^{1/2}, \quad (7)$$

где Λ — диагональная матрица собственных значений или дисперсий главных компонент.

Заметим, что для контроля вычислений матрицы W можно использовать следующие равенства

$$W^T W = \Lambda; \quad W W^T = K_X,$$

где K_X — ковариационная матрица пространственных координат точек геометрической модели.

Графическая интерпретация влияния значений нагрузок первых четырех главных компонент на пространственные координаты точек модели для варианта с $f=70$ мм и $H=-840$ м представлена на рисунке. Как видно из рисунка, ошибки первой главной компоненты в геометрической модели аналогичны ошибкам масштаба, поэтому компонента в терминах фотограмметрии может быть названа фактором масштаба, на которую падает максимальный процент общей дисперсии. Ошибки

второй компоненты аналогичны влиянию ошибок поворота геометрической модели в горизонтальной плоскости — фактор поворота, ошибки третьей компоненты представляют собой фактор поперечного наклона модели, а ошибки четвертой — фактор продольного наклона. Последующее геодезическое ориентирование геометрической модели, как это следует из рисунка, позволит значительно ослабить влияние указанных факторов, так как этот процесс включает в себя масштабирование и три последовательных поворота.

Для других вариантов съемки основные закономерности искажений геометрической модели остаются такими же, как и для рассмотренного варианта.

Проведенный анализ построения геометрической модели показал, что определяемые параметры — пространственные координаты точек не могут быть приняты и использованы в дальнейших фотограмметрических процессах как некоррелированные величины. В случае, если в фотограмметрических построениях используется только часть вычисленных координат точек, то с помощью корреляционных матриц вычисляются и условные корреляционные матрицы, элементами которых являются коэффициенты частной корреляции. Компонентный анализ ковариационных матриц пространственных координат точек позволил выделить четыре главные компоненты с максимальными дисперсиями, а последующая графическая интерпретация этих компонент с помощью матриц нагрузок показала, что влияние ошибок этих компонент после геодезического ориентирования модели может быть значительно ослаблено.

ЛИТЕРАТУРА

1. Тюфлин Ю. С. Определение ковариационной матрицы пространственных координат точек геометрической модели. — «Геодезия, картография и аэрофотосъемка», 1972, вып. 15.

Работа поступила 19 апреля 1974 года.
Рекомендована Центральным научно-исследовательским институтом геодезии, аэрофотосъемки и картографии (ЦНИИГАиК).