

Значения K_0 , α и β найдены по способу наименьших квадратов. Запишем (14) с численными значениями параметров и оценкой их точности

$$K=0,018\pm 0,0323\pm 0,0059 \pm 0,105+0,058h-0,009h^2. \quad (15)$$

При обработке измерений эквивалентные высоты выражали в сотнях метров, что необходимо иметь в виду, используя (15). К сожалению, точность определения коэффициентов α и β низкая. Средние квадратические погрешности составляют примерно половину самих величин. Тем не менее полученные данные выведены из обработки всего материала без какой-либо отбраковки и вполне удовлетворительно согласуются с теоретическими расчетами.

Значения коэффициентов рефракции (K_s), вычисленные по (15), также приведены в таблице. Начиная с высот $h_s=20$ м, K_r и K_s не различаются более чем на 0,03...0,04. Учитывая допущения, сделанные в теоретических расчетах, а также сравнительно низкую точность определения коэффициентов α и β , вряд ли можно было ожидать лучшего совпадения теоретических и экспериментальных коэффициентов рефракции.

Сравнивая результаты, замечаем, что и теоретические и экспериментальные данные указывают на рост коэффициентов рефракции до эквивалентных высот 300 м. При $h>300$ м начинается уменьшение коэффициентов рефракции, что можно объяснить ростом абсолютных высот. Заметим, что при эквивалентных высотах более 50 м последний член формулы (15) фактически отражает влияние абсолютных высот, так как $h^2 \approx H$. Действительно, учитывая, что в (15) h выражено в сотнях метров, и начиная с $h=100$ м и до $h=500$ м имеем абсолютные высоты соответственно 100, 400, 900, 1600 и 2500 м.

Как показала обработка имеющихся данных по Карпаттам, в этом горном районе наблюдаются аналогичные закономерности.

Список литературы: 1. Ващенко В. И., Джуман Б. М., Островский А. Л. Об исследовании зависимости коэффициента рефракции от абсолютной высоты. — Геодезия и картография, 1974, № 10. 2. Назовов А. А., Педяшин Л. П. Исследования земной рефракции и методов геодезического нивелирования. — Тр. ЦНИИГАК, 1955, вып. 102. 3. Островский А. Л. Методы учета атмосферных влияний на геодезические измерения, основанные на решении обратных задач рефракции. — Геодезия, картография и аэрофотоизмерения, 1983, вып. 37. 4. Садовский И. И. О зависимости коэффициента вертикальной рефракции от абсолютной высоты земной поверхности. — Геодезия и картография, 1960, № 11.

Статья поступила в редколлегию 20.04.84

УДК 917.946

Г. А. ПАВЛОВ

ОБ ОДНОМ ОБРАТНОМ ЗАДАЧЕ ТЕОРИИ ПОТЕНЦИАЛА

Для исследования общей планетарной фигуры Земли (геоида) широко используются такие численные характеристики планеты, как распределенные плотности недр Земли, ее стокосовые постоянные геопотенциала. Определение физической поверхности Земли и ее тесно перелетается с основной проблемой физической геодезии [3], в которой постулирована необходимость совместного изучения фигуры Земли и внешнего гравитационного поля, создаваемого различными пластами или блоками поверхностей и тел Земли. Проблема определения поверхности Земли приводит, как известно, к следующей математической задаче.

Пусть вне некоторого тела задана гармоническая функция, стремящаяся к нулю на бесконечности. Требуется найти такое тело с известной или неизвестной плотностью, для которого внешний потенциал был бы равен исходной функции. В работах по обратным задачам теории потенциала [1, 2, 4, 6, 7] рассмотрены различные варианты данной задачи: так, вместо представления гармонической функции в виде потенциала объемных масс тела изучалось представление в виде потенциала слоя, двойного слоя, объемных масс. Отметим, что в поставленном довольно общем виде, как показывают многочисленные примеры [2], задача не имеет решения.

Исходя из этого, рассматриваются различные модификации приведенной выше постановки задачи, одной из которых является так называемая задача «в малом», восходящая к Стоксу, где предполагается, что заданная функция мало отличается от некоторого известного потенциала априори заданного заранее тела. В такой постановке при выполнении не слишком обременительных условий задача имеет единственное решение.

Рассмотрим вопрос существования решения «в малом» обратной задачи для суммарного потенциала (просто слоя, двойного слоя, а также объемного) в случае, когда они сосредоточены по разным телам; попыткой изучим единственность решения. Пусть этот потенциал

$$W(x; \mu, \nu, \Theta, T_1, T_2, T_3) = \int_{T_1} \frac{\mu(w) dw}{|x-y|} + \int_{T_2} \frac{\nu(y) d\Gamma(y)}{|x-y|} + \int_{T_3} \Theta(y) \frac{\partial}{\partial n_y} \frac{1}{|x-y|} d\Gamma(y), \quad x \notin T_1 \cup T_2 \cap T_3, \quad (1)$$

где ∂T_2 — граница множества T_2 ; T — замыкание T ; n — внешняя нормаль к T_3 . При этом T_1 не обязательно односвязная область. Как и в [2, 6], считаем, что $T_1, T_2, T_3 \in C^{2,1}$. Заданная область T , где $T \in C^{1,1}$, $T \supset T_1 \cup T_2 \cup T_3$. Для областей T_1, T_2, T_3 определим не-которые отображения границ $\partial T_1, \partial T_2, \partial T_3$ — $x^{(1)}, x^{(2)} = x + \xi_n(x) n_n(x)$,

$k=1, 2, 3$, где n_k — нормали к ∂T_k ; $x \in \partial T_k$; ξ_k — функции, определенные на ∂T_k ; $\|\xi_k\| = |\xi_k|$; $\gamma_k(\partial T_k) < \delta_0$ [2]. Пусть $T_{k,t}$ — области, границы которых $\partial T_{k,t}$ получены из ∂T_k отображением $x \rightarrow x^{k,t}$. Вне T задан гармоническую функцию $u(x)$, $u(x) \rightarrow 0$, $x \rightarrow \infty$, для которой

$$\max_{x \in \partial T} |u(x) - W(x; \mu, \nu, \theta, T_1, T_2, T_3)| < \delta_1 \quad (2)$$

и $u(x)$ аналитически продолжается в некоторую окрестность $\partial T_1 \cup \partial T_2 \cup \partial T_3$ функции μ, ν, θ считаются определенными в $\bar{T}, \mu, \nu, \theta \in C^{2,\lambda}(\bar{T})$ (см. рисунок) [2, 6]. Допустим, что $T_0, T_0 \subset \bar{T}, \bigcup_{k=1}^3 T_k$ та область, вне которой гармоническая функция удовлетворяет оценке

$$\max_{x \in T_0} |u(x)| < c_1. \quad (3)$$

Кроме того,

$$|\mu|^{5,\lambda}(\bar{T}) + |\nu|^{5,\lambda}(\bar{T}) + |\theta|^{5,\lambda}(\bar{T}) < c_2. \quad (4)$$

В нашем случае формулировка обратной задачи теории потенциала «в малом» имеет следующий вид [2, 6]*. Если для тел T, T_0, T_1, T_2, T_3 и чисел c_1, c_2 при любых гармонических функциях u и плотностях μ, ν, θ , удовлетворяющих условиям (2)–(4), найдутся числа δ_1, δ_2 , то тогда существуют области $T_{1,\delta}, T_{2,\delta}, T_{3,\delta}$ такие, что

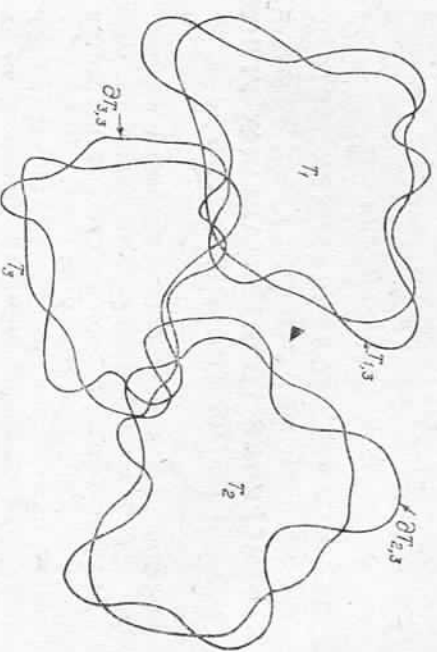
$$u(x) = W(x; \mu, \nu, \theta, T_{1,\delta}, T_{2,\delta}, T_{3,\delta}), \quad x \in \bar{T}. \quad (5)$$

Исследуем вопросы единственности и существования решения поставленной проблемы. В такой постановке задача не имеет, вообще говоря, решения**. Приведем необходимые и достаточные условия существования решения задачи в зависимости от расположения тел T_1, T_2, T_3 . Так, если T_1 односвязная область (в дальнейшем мы будем это предполагать) $\bar{T}_1 \cap \bar{T}_2 = \emptyset, \bar{T}_1 \cap \bar{T}_3 = \emptyset, T_2 \cap T_3 = \emptyset$, то для того, чтобы существовало решение, заданная функция u должна иметь вид $u_1(x) + u_2(x) + u_3(x)$, где $u_k, k=1, 2, 3$ аналитически продолжаются через ∂T_k . Если мы ищем решение задачи «в малом», то $u_k, k=1, 2, 3$ должны быть близкими к соответствующим потенциалам областей T_k . Укажем, что не всякая гармоническая функция u , близкая к $W(x; \mu, \nu, \theta, T_1, T_2, T_3)$, имеет такое представление и этим ограничивается класс допустимых функций u . Проблема представления функции u в виде суммы трех функций тесно переплетается с так называемым потенциалографическими задачами [5], в которых рассматриваются задачи представления внешнего потенциала в виде суммы потенциалов некоторой поверхности, несущей рассматриваемые слои или один из них.

* Обратные задачи теории потенциала в такой общей постановке ранее не рассматривались. В [6] рассмотрены частные постановки проблемы.
** В опубликованных работах, за исключением [6], изучался только случай $T_1 = T_2 = T_3$, и задача имела только единственное решение.

В случае, когда для функции u будет справедливо представление в данном виде, решение задачи существует и единственное. Заметим, что такое представление будет иметь место, если

$$u(x) - \int_{\partial T_2} \frac{\nu(y) d\Gamma(y)}{|x-y|} - \int_{\partial T_3} \Theta(y) \frac{\partial}{\partial n_y} \frac{1}{|x-y|} d\Gamma(y) \quad (6)$$



Области задания потенциалов.

аналитически продолжается через ∂T_1 . Аналогично рассматривается случай $\bar{T}_1 \cap \bar{T}_2 \neq \emptyset, \bar{T}_1 \cap \bar{T}_3 = \emptyset, \bar{T}_2 \cap \bar{T}_3 = \emptyset$ и подобные ему. Случай $\bar{T}_1 \cap \bar{T}_2 \neq \emptyset, \bar{T}_1 \cap \bar{T}_3 \neq \emptyset, \bar{T}_2 \cap \bar{T}_3 \neq \emptyset$ [6] рассматривается по аналогии. Отметим только, что условия типа (6) можно выполнить не только для тел T_2, T_3 . Выражение

$$u(x) - \int_{T_1} \frac{\mu(y) dy}{|x-y|} - \int_{\partial T_3} \Theta(y) \frac{\partial}{\partial n_y} \frac{1}{|x-y|} d\Gamma(y) \quad (7)$$

также может аналитически продолжаться через ∂T_2 , следовательно, решение задачи в этом случае может иметь единственное решение. Аналогично представляем рассматриваются случаи, когда T_1, T_2, T_3 не являются областями.

Список литературы: 1. Навои В. К. Обратная задача для тела, близкого к диполю. — Изв. АН СССР, 1956, т. 20, № 6. 2. Исков В. М. О существовании решений обратных задач теории потенциала. — ДАН СССР, 1978, т. 240, № 4. 3. Мецгерков Г. А. Об определении физической поверхности Земли с использованием параметров геопотенциала, определенных методами космической геодезии. — В кн.: Использование наблюдений ИСЗ для геодезии и геофизики: тез. докт. Междунар. конф. «Интеркосмос», Суздаль, 1982. 4. Мецгерков Г. А. Об одной обратной задаче теории потенциала. — Вестн. Львов. политехн. ин-та, 1983, № 172. 5. Мецгерков Г. А. Обратные задачи теории геопотенциала: Мек-

дународная школа «Теоретические и экспериментальные вопросы планетарной геодинамики». — К., 1983 (Препринт/Ин-т теоретической физики АН УССР). 6. *Паатов Г. А.* Разрешимость обратных задач теории потенциала. — Дифференциальные уравнения, 1982, т. 18, № 10. 7. *Прилико А. С.* О разрешимости обратной задачи объемного потенциала переменной плотности. — Сиб. мат. журн., 1970, т. 11, № 6.

Статья поступила в редакцию 14.03.84

УДК 528.33:522.92

Р. М. ТАРТАЧНИНСКИЙ

ИССЛЕДОВАНИЕ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ОПРЕДЕЛЕНИЯ МОМЕНТОВ НУЛЕВЫХ РЕФРАКЦИИ ПРИ ИЗМЕРЕНИИ ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ УГЛОВ В СЕТЯХ ТРИАНГУЛЯЦИИ

Для повышения точности угловых измерений в сетях триангуляции важное значение имеет выбор наилучшего времени их измерения. Выбор времени обусловлен систематическим влиянием на результаты измерений боковой рефракции. Поскольку боковая рефракция имеет явно выраженный суточный ход, поставленная задача сводится к определению моментов времени, когда рефракция нет или когда она меняется по знаку. Такие моменты времени принято называть моментами нулевых рефракций, которые наступают в периоды изотермии атмосферы. В результате многочисленных исследований [3—11] сформулированы следующие методы определения моментов нулевых рефракций:

- по колебаниям изображений визирных целей;
- по вертикальному градиенту температуры, определяемому по вертикальной разности температуры на пунктах наблюдения;
- по значению радиационного баланса, измеряемого на пункте наблюдения;
- по отклонению измеряемого зенитного расстояния от его теоретического значения.

Каждый из указанных методов проверяли экспериментально в определенных физико-географических условиях, присущих только данному месту, времени, погоде и, естественно, наблюдателю. Каждый метод имеет свои преимущества и недостатки. Определение изотермии по колебаниям изображений визирных целей в значительной степени зависит от опытности наблюдателя, неоднородности затухания колебаний по всем измеряемым направлениям, запоминания наблюдателем изображений предыдущих целей, увеличения трубы, формы и цвета визирной цели. Амплитуда колебаний изображений характеризуется состоянием атмосферы на всем протяжении визирного луча.

Второй и третий методы отличаются своей простотой и на равнинной или слегка возвышенной местности дают хорошие результаты. В сильно пересеченной местности с большими перепадами

высот вертикальный градиент температуры и радиационный баланс не отображают действительной картины состояния атмосферы на всем протяжении визирного луча. Показания приборов в значительной степени зависят от репрезентативности пунктов наблюдения, порывов ветра, передвижения облаков и других факторов. Этот недостаток устранен в четвертом методе, в котором моменты изотермии определяют по разности измеренных и теоретических зенитных расстояний. Благодаря этому, в процессе наблюдения мы получаем интегральное значение вертикального градиента температуры по всей линии визирования. Однако для этого нужно одновременно с горизонтальными углами измерять и зенитные расстояния и иметь отметки наблюдаемых пунктов. Определив моменты наступления изотермии, можно в дальнейшем так строить программу (измерения) углов, чтобы в значительной степени исключить влияние рефракции.

Таким образом, возникает необходимость в одновременном экспериментальной проверке всех методов определения моментов минимальных искажений углов в одних и тех же физико-географических условиях, что позволит выявить преимущества и недостатки каждого из них и определить наиболее оптимальный.

Для экспериментальных работ был выбран район озера в г. Бережаны Тернопольской обл. В качестве пунктов наблюдения взяты четыре пункта спелецети, расположенные на берегу озера. Расстояния между пунктами по диагонали четырехугольника составили 2,0...2,5 км, минимальные расстояния — 0,95...1,0 км. Схема сети представлена на рис. 1.

Направление I—II проходило вдоль довольно крутого берега озера, обращенного к югу, и следовательно, должно находиться в области значительных рефракционных влияний. Направление II—III пролетало почти параллельно дамбе и также должно быть подвержено температурным влиянием дамбы. Остальные направления проходили над водной поверхностью озера и не должны сильно искажаться влиянием рефракции.

Наблюдения на пунктах I, II, III выполняли в августе при солнечной и слегка облачной погоде, а на пункте IV — при пасмурной циклонической погоде. Горизонтальные углы и зенитные расстояния измеряли теодолитом OT-02 со штатива. Визирными целями служили марки полигонометрического комплекта, также устанавливаемые на штативах. Теодолит и штатив тщательно закаливали от воздействия солнечных лучей. В ночное время ни теодолит, ни марки со штативов не снимали.

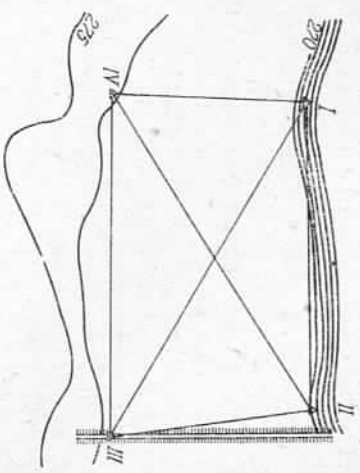


Рис. 1. Схема экспериментальной сети.