

ОПРАЦЮВАННЯ ТА ПЕРЕТВОРЕННЯ ВИМІРЮВАЛЬНИХ СИГНАЛІВ

УДК 621.317.3

ДОСЛІДЖЕННЯ ЕФЕКТИВНОСТІ ВІКОННОГО ЗГЛАДЖУВАННЯ ДЛЯ ПОКРАЩЕННЯ ТОЧНОСТІ ЧАСТОТНОГО АНАЛІЗАТОРА ІМПЕДАНСУ

Ї Стадник Богдан, Хома Юрій, 2012

Національний університет “Львівська політехніка”, кафедра інформаційно-вимірювальних технологій,
вул. С. Бандери, 28а, 79013, Львів, Україна

Проаналізовано особливості квадратурного розділення за алгоритмом одночастотного перетворення Фур'є. Досліджено вплив застосування згладжувальних вікон на дійсну та уявну складові спектра досліджуваного сигналу. Оцінено ефективність застосування косинусних та параметричних вікон для підвищення точності квадратурного розділення в частотних аналізаторах імпедансу.

Проанализированы особенности квадратурного разделения по алгоритму одночастотного преобразования Фурье. Исследовано влияние взвешивающих окон на действительную и мнимую составляющие спектра исследуемого сигнала. Оценено эффективность применения взвешивающих окон для повышения точности квадратурного разделения в частотных анализаторах импеданса.

Specifics of quadrature conversion based on single-point Fourier transform are analyzed in the article. Windowing impact on signal spectra real and imaginary components is investigated. Windows application efficiency for increasing accuracy of network analyzer quadrature conversion is estimated.

1. Аналіз стану проблеми та постановка задачі.

Побудова частотних аналізаторів імпедансу (ЧАІ) пов'язана із вирішенням непростого завдання – забезпеченням стабільності квадратурного розділення складових комплексного сигналу в діапазоні частот. Задля цього квадратурне розділення доцільно реалізувати в цифровому вигляді, застосувавши, наприклад, алгоритм одночастотного перетворення Фур'є [1, 2]. Проте за некратності часу перетворення і періоду досліджуваного сигналу виникає явище перетікання спектра, внаслідок чого результати квадратурного розділення спотворюються.

Для зменшення дестабілізуючого впливу ефекту перетікання спектра у техніці цифрового оброблення сигналів застосовують віконне згладжування [1–3]. Ефективність цього підходу оцінюють насамперед за впливом на амплітудний спектр досліджуваного сигналу, але для квадратурного розділення важливо дослідити, як накладання згладжувального вікна впливає на дійсну та уявні складові спектра.

Мета статті – оцінити ефективності віконного згладжування для підвищення точності квадратурного

розділення за алгоритмом одночастотного перетворення Фур'є, оскільки огляд літературних джерел результатів подібних досліджень не виявив.

На рис. 1 наведено структуру ЧАІ та показано місце квадратурного перетворення.

Джерело зондувального сигналу на засадах цифрового синтезу формує гармонічну напругу $U_0(f)$ заданої частоти f , під дією якої імпеданс Z досліджуваного об'єкта перетворюється на пропорційну комплексну напругу $U_Z(f)$. У пристрої квадратурного розділення оцифровані вибірки цієї напруги упродовж часу перетворення T_0 перемножуються на миттєві значення ортогональних сигналів ($\sin$ та $\cos$) [4, 5].

Акцентуючи увагу на точності квадратурного розділення, ідеалізуємо моделі ДЗС і ПІН, тому зв'язок вимірювальної напруги зі складовими імпедансу описується виразом:

$$\begin{aligned} \mathcal{U}_Z(f) &= \frac{Z(f)}{R_0} \mathcal{U}_0(f) = \operatorname{Re}(Z) \frac{\mathcal{U}_0}{R_0} + \\ &+ j \cdot \operatorname{Im}(Z) \frac{\mathcal{U}_0}{R_0} = R + jX, \end{aligned} \quad (1)$$

де R_0 – опір зразкового резистора; R , X – унормовані значення активної та реактивної складових імпедансу.

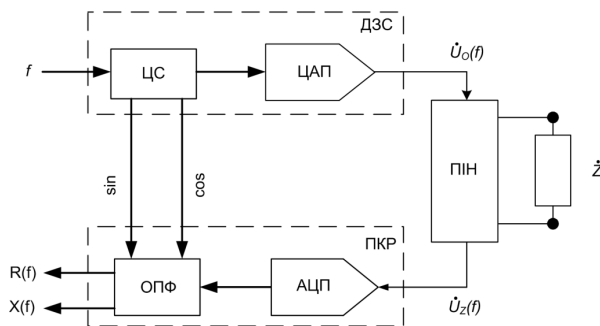


Рис. 1. Структура частотного аналізатора імпедансу на основі цифрового опрацювання сигналів:

ДЗС – джерело зондувального сигналу; ЦС – цифровий синтезатор; ПІН – перетворювач імпедансу на напругу;

ПКР – пристрій квадратурного розділення;

ОПФ – одночастотне перетворення Фур'є

Як випливає з виразу (1), синфазна і квадратурна компоненти вимірювальної напруги пропорційні відповідно до активної та реактивної складових імпедансу досліджуваного об'єкта.

2. Особливості застосування одночастотного перетворення Фур'є для квадратурного розділення комплексної напруги в діапазоні частот. Одночастотне перетворення Фур'є (ОПФ) є частковим випадком загальнішого дискретного перетворення Фур'є і описується виразом [2, 3]:

$$\mathcal{U}(f) = \sum_{i=1}^N u(i) \cdot \left[\cos\left(\frac{2\pi k}{N} i\right) - j \cdot \sin\left(\frac{2\pi k}{N} i\right) \right], \quad (2)$$

$$k = N \frac{f}{f_s} = \frac{T_o}{T}, \quad (3)$$

де $u(i)$ – i -та вибірка досліджуваного сигналу; N – кількість вибірок, які застосовуються у одночастотному перетворенні Фур'є (розмір блока); f_s – частота дискретизації; $T_o = N/f_s$ – час спостереження; f і T – відповідно частота та період досліджуваного сигналу; k – коефіцієнт кратності частот досліджуваного сигналу на інтервалі одночастотного перетворення Фур'є; $U(f)$ – інтенсивність спектра сигналу на частоті f ; $\cos$ та $\sin$ – ортогональні сигнали (база розкладу ОПФ).

Результат перетворення $U(f)$ є комплексною величиною, дійсна та уявна складові якого пропорційні до синфазної та квадратурної компонент досліджуваного сигналу. В унормованому вигляді ці величини мають вигляд:

$$R_M = \frac{2}{N} \operatorname{Re}\{\mathcal{U}(f)\} = \frac{2}{N} \sum_{i=1}^N u(i) \cdot \cos\left(\frac{2\pi k}{N} i\right), \quad (4)$$

$$X_M = \frac{2}{N} \operatorname{Im}\{\mathcal{U}(f)\} = \frac{2}{N} \sum_{i=1}^N u(i) \cdot \sin\left(\frac{2\pi k}{N} i\right). \quad (5)$$

Основним недоліком застосування ОПФ для розкладу на складові імпедансу на різних частотах є чутливість до перетікання спектра. Явище перетікання зумовлене не кратністю періоду досліджуваного сигналу T та часу спостереження T_o і проявляється у вигляді додаткових паразитних гармонік у спектрі досліджуваного сигналу. При цьому змінюються параметри основної гармоніки, відтак активна та реактивна компоненти імпедансу визначаються з похибками:

$$d_R = \frac{100\%}{4\pi k} \cdot \left[\frac{X}{R} - \frac{X}{R} \cos(4\pi k) + \sin(4\pi k) \right], \quad (6)$$

$$d_X = \frac{100\%}{4\pi k} \cdot \left[\frac{R}{X} - \frac{R}{X} \cos(4\pi k) - \sin(4\pi k) \right]. \quad (7)$$

Одержані вирази засвідчують пряму залежність значень похибок від співвідношень складових імпедансу. Несприятливими з погляду точності є випадки домінування однієї із складових, тому домінуюча складова визначається із вищою точністю, ніж супутня (не домінуюча). Крім того, похибки зменшуються із зростанням відношення часу спостереження до періоду досліджуваного сигналу, тому найістотніший вплив відзначатиметься у першій декаді:

$$\frac{T_o}{T} \in [1 \div 10]. \quad (8)$$

Тому на рис. 1 наведено похибки квадратурного розділення в межах першої декади за десятикратного домінування реактивної складової.

Як впливає з графіків, похибки, зумовлені перетіканням спектра, є недопустимо великими. Загальноприйнятим інструментом зменшення деструктивного впливу перетікання спектра є віконне згладжування [3].

3. Дослідження суті віконного згладжування у часовій та частотній областях. Процедура віконного згладжування полягає у перемноженні вибірок вікна і досліджуваного сигналу:

$$\mathcal{U}_w(i) = \mathcal{U}(i) \cdot \mathcal{W}(i) = [u_R(i) + j \cdot u_X(i)] \cdot [w_R(i) + j \cdot w_X(i)], \quad (9)$$

де $u(i)$ – i -та вибірка досліджуваного сигналу; $w(i)$ – i -та вибірка віконної функції.

Вплив віконного згладжування на синусоїдний досліджуваний сигнал проілюстровано на прикладі вікна Ханна (рис. 3).

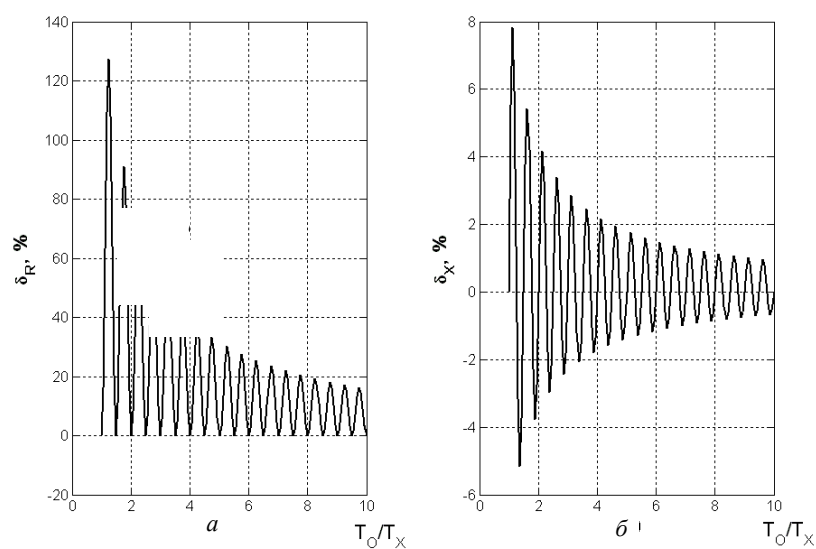


Рис. 2. Похибки виділення активної (а) та реактивної (б) складових імпедансу, зумовлені перетіканням спектра

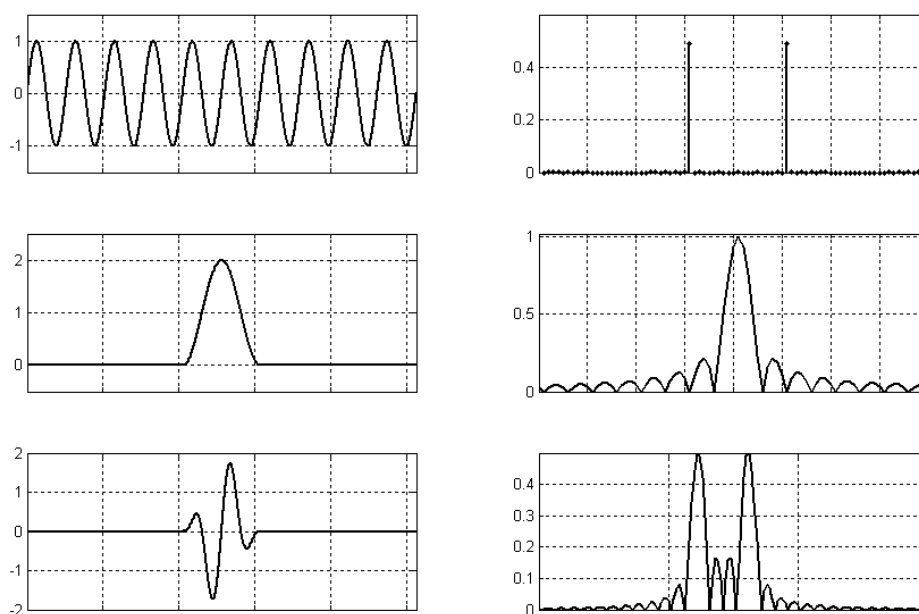


Рис. 3. Ілюстрація ефекту віконного згладжування у частотній та часовій областях

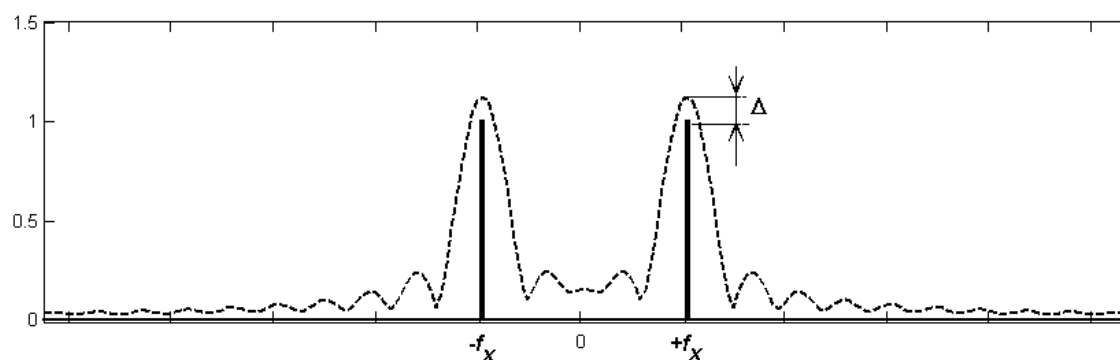


Рис. 4. Спотворення амплітуди основної гармоніки, зумовлене накладанням вікна

Значення віконної функції в центрі є максимальним, але у міру наближення до початку і до кінця плавно зменшується. По суті, накладання вікна зважає вибірки досліджуваного сигналу, внаслідок чого відбувається згладжування стрибкоподібних переходів сигналу на краях вікна.

Перемноження досліджуваного сигналу і віконної функції в часовій області означає згортку їхніх спектрів у частотній. Як видно із наведених графіків, спектральна функція $W(f)$ згладжувального вікна має характер згасаючих коливань. Накладання вікна на синусоїдний сигнал частоти f_X призводить до появи в його спектрі довкола основних гармонік на частотах та $-f_X + f_X$ аналогічних коливань, що описуються виразом

$$H_W(i) = A_0 W(f - f_X) + A_0 W(f + f_X). \quad (10)$$

Колівання спектральної функції згладженого сигналу, пік якого припадає на частоту $+f_X$, проникає в область від'ємних частот і навпаки. Взаємне накладання коливань може істотно вплинути на амплітуду та фазу основної гармоніки (рис. 4). Ступінь цього впливу, тобто похибка квадратурного розділення складових за алгоритмом ОПФ, залежить від співвідношення тривалості вікна та періоду досліджуваного сигналу. Оскільки коливання спектральної функції мають згасаючий характер, то за збільшення відстані між основними гармоніками їх взаємний вплив слабшатиме. Інакше кажучи, похибка, зумовлена накладанням вікна, матиме частотозалежний характер і зменшуватиметься зі зростанням частоти досліджуваного сигналу.

Відзначимо також періодичний характер похибки. У випадку, якщо тривалість вікна H кратна до періоду коливань досліджуваного сигналу, то значення спектральної функції вікна на частотах, кратних частоті досліджуваного сигналу, дорівнює нулю, а отже, вплив на основну гармоніку відсутній. Крім того, як випливає з виразу (10), для збереження рівня основної гармоніки складова вікна $W(0)$ повинна дорівнювати одиниці.

Зазвичай в техніці цифрового оброблення сигналів обмежуються аналізом впливу віконного згладжування на амплітудний спектр [3]. В задачах розкладу комплексного сигналу на складові важливо дослідити вплив накладання вікна на дійсну та уявну компоненти спектра.

Підставивши вираз (9) у (4) і (5), отримаємо:

$$R_M = \frac{2}{N} \sum_{i=1}^N [u_R(i) \cdot w_R(i) - u_X(i) \cdot w_X(i)] \cdot \cos\left(\frac{2\pi k}{N} i\right), \quad (11)$$

$$X_M = \frac{2}{N} \sum_{i=1}^N [u_R(i) \cdot w_X(i) + u_X(i) \cdot w_R(i)] \cdot \sin\left(\frac{2\pi k}{N} i\right). \quad (12)$$

Як випливає з наведених виразів, у разі застосування ОПФ для розділення імпедансу на складові очікується взаємний вплив синфазної та квадратурної компонент досліджуваного сигналу. Найбільша похибка очікується при виділенні активної складової на фоні домінуючої реактивної і навпаки.

Аналіз виразів (11) та (12) і рис. 3 дає підстави для такого висновку: для оцінки впливу віконного згладжування на точність розділення імпедансу на складові у діапазоні частот потрібно враховувати характер дійсної та уявної компонент спектральної функції вікна в діапазоні $2f_{MIN} \div 2f_{MAX}$, де f_{MIN} та f_{MAX} – мінімальна та максимальна частота, на яку може переналаштовуватися вимірювальний канал.

4. Оцінка ефективності застосування косинусних вікон для зменшення впливу перетікання спектра на точність виділення складових

До класу косинусних вікон належать вікна, часова функція яких подається багаточленом з косинусами кратних частот [3]:

$$w(i) = a_0 + a_1 \cos\left(2\pi \frac{i-1}{N-1}\right) + a_2 \cos\left(4\pi \frac{i-1}{N-1}\right) + a_3 \cos\left(6\pi \frac{i-1}{N-1}\right), \quad (13)$$

де $w(i)$ – i -та вибірка віконної функції; N – кількість відліків; a_0 – a_3 – коефіцієнти багаточлена. У табл. 1 наведено дані зі значеннями коефіцієнтів косинусних вікон різних порядків.

Як видно з табл. 1, коефіцієнти унормовані так, що стала складова (коефіцієнт a_0) віконних функцій на проміжку i від 0 до N дорівнює одиниці (див. пункт 3).

Основними параметрами, які застосовують для оцінки ефективності згладжувальних вікон, є ширина основної та рівень бічних пелюсток спектральної функції (табл. 2).

Дослідження ефективності застосування вибраних вікон проведемо в діапазоні частот від 1 кГц до 10 кГц. Частоту дискретизації вибираємо $f_s = 1,024$ МГц, час спостереження T_0 , кількість вибірок за час спостереження $N = 1024$.

Як зазначено вище, з погляду точності найнесприятливішим для ОПФ є випадок істотного домінування однієї із складових. Тому дослідження ефективності згладжувальних вікон проведемо, наприклад, для співвідношення $R/X = 0,1/1,0$.

Моделювання виконано у програмному пакеті MatLab, а його результати зображено на рис. 5–7.

Наведені графіки дають змогу зробити такі висновки щодо характеру похибок квадратурного розділення у разі застосування косинусних вікон:

- незважаючи на накладання вікон, зберігається взаємний дестабілізувальний вплив активної та реактивної компонент;
- накладання вікна прискорює зменшення похибок зі зростанням частоти.

Похибка квадратурного розділення складових не перевищує $\pm 1\%$ за таких відношень T_W/T_X : для вікна Ханна $T_W/T_X > 6$, для вікна Блекмена $T_W/T_X > 4$, для вікна Блекмена–Харріса $T_W/T_X > 2$.

Отримані результати можна пояснити за допомогою аналізу спектрів застосованих віконних функцій

(див. рис. 8 і табл. 2). Початкові значення та швидкість згасання похибок квадратурного розділення визначаються відповідно шириною основної пелюстки та рівнем бічних. Так, вікно Блекмена–Харріса має найширшу основну пелюстку і, як наслідок, найбільші значення похибок на початку частотного діапазону. Разом з тим, рівень бічних пелюсток є найнижчим, тому швидкість згасання похибок – найвища. Натомість вікно Ханна має найвужчу основну пелюстку і найвищий рівень бічних, тому початкові значення похибок є найменшими, однак швидкість їх згасання – найнижчою. Вікно Блекмена займає проміжну позицію як у плані параметрів спектральної функції, так і за ефективністю зменшення впливу перетікання спектра.

Таблиця 1

Коефіцієнти косинусних вікон

Вікно	a_0	a_1	a_2	a_3
Ханна	1	-1	0	0
Блекмена	1	-1,190476	0,190476	0
Блекмена–Харріса	1	-1,361087	0,393812	-0,0325575

Таблиця 2

Параметри косинусних вікон

Вікно	Ширина основної пелюстки, π *рад/вибірку	Рівень бічних пелюсток, дБ
Ханна	0,15	-31,5
Блекмена	0,2	-58,2
Блекмена–Харріса	0,25	-92,0

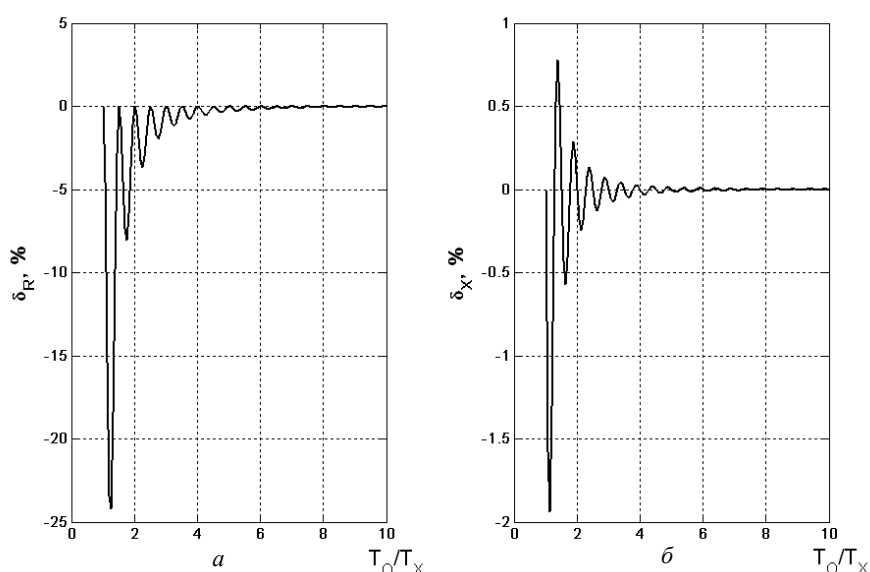


Рис. 5. Похибки розділення активної (а) та реактивної (б) складових імпедансу при згладжуванні вікном Ханна

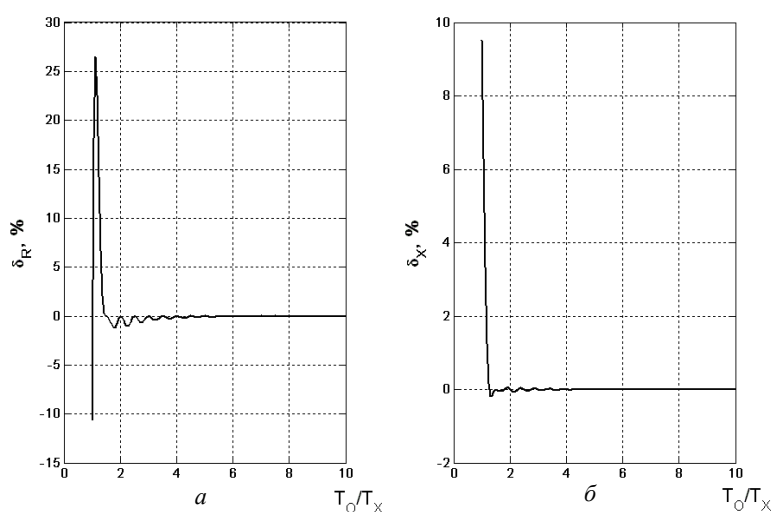


Рис. 6. Похибки розділення активної (а) та реактивної (б) складових імпедансу при накладанні вікна Блекмена

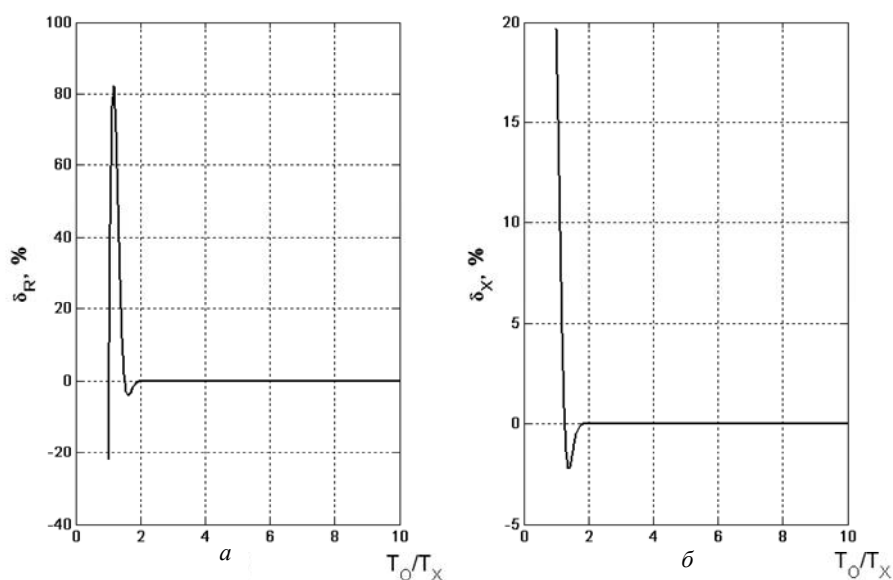


Рис. 7. Похибки розділення активної (а) та реактивної (б) складових імпедансу при згладжуванні вікном Блекмена-Харріса

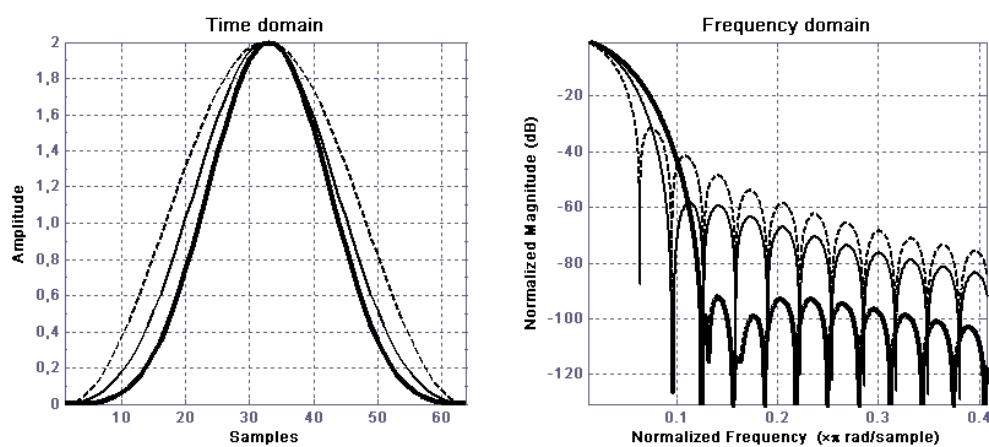


Рис. 8. Вікна Ханна (пунктирна лінія), Блекмена (суцільна лінія) Блекмена-Харріса (потовщена лінія) в часовій і частотній областях

На основі порівняльного аналізу спектральних характеристик вікон та результатів моделювання можна зробити такий висновок:

- чим ширша основна пелюстка, тим більшими є похибки квадратурного розділення на початку частотного діапазону;
- чим нижчий рівень бічних пелюсток, тим швидше згасають ці похибки зі збільшенням частоти досліджуваного сигналу.

Жодне із косинусних вікон не дало задовільних результатів, тому також досліджено можливість застосування так званих параметричних вікон для формування спектральної характеристики із достатньо вузькою основною пелюсткою і якомога нижчим рівнем бічних пелюсток.

5. Оцінка можливості застосування параметричних вікон для зменшення похибок перетікання спектра. Параметричні вікна – тип вікон, які дають змогу залежно від потреб гнучко формувати вигляд спектральної функції, змінюючи їх параметри. Найпоширенішими параметричними вікнами є вікна Чебишева і Кайзера.

Вікно Кайзера описується виразом [3]:

$$w(i) = \frac{I_0 \left(b \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{2i - N - 1}{N - 1} \right)^2} \right)}{|I_0(b)|}, \quad (14)$$

де $w(i)$ – i -та вибірка віконної функції; N – кількість відліків; $I_0(b)$ – модифікована функція Бесселя першого роду нульового порядку; β – параметр вікна.

Вікно Чебишева аналітично описується в частотній області, а значення вибірок в часовій обчислюють з допомогою зворотного перетворення Фур'є [3]:

$$\mathcal{F}_w(w) = \frac{\cos \left[(N-1) \cdot \arccos \left(a \cdot \cos \left(p \frac{w}{w_s} \right) \right) \right]}{\text{ch}[(N-1) \cdot \text{arch}(a)]},$$

$$a = \text{ch} \left(\frac{\text{arch}(10^{\beta/20})}{N-1} \right), \quad (15)$$

де w_s – частота дискретизації; N – кількість відліків; β – коефіцієнт придушення бічних гармонік, дБ.

Особливістю вікон є те, що їх спектр можна модифікувати, змінюючи коефіцієнти β . Чим більший коефіцієнт β , тим менший рівень бічних пелюсток. Разом зі зростанням β збільшується ширина основної пелюстки. Тому необхідно підібрати оптимальне значення коефіцієнтів. Результати досліджень наведено на рис. 9.

За допомогою параметричних вікон також не вдається синтезувати вікно із бажаною характеристикою. Проблема полягає у перетіканні енергії із основної пелюстки під час її звуження до бічних, внаслідок чого їх рівень зростає.

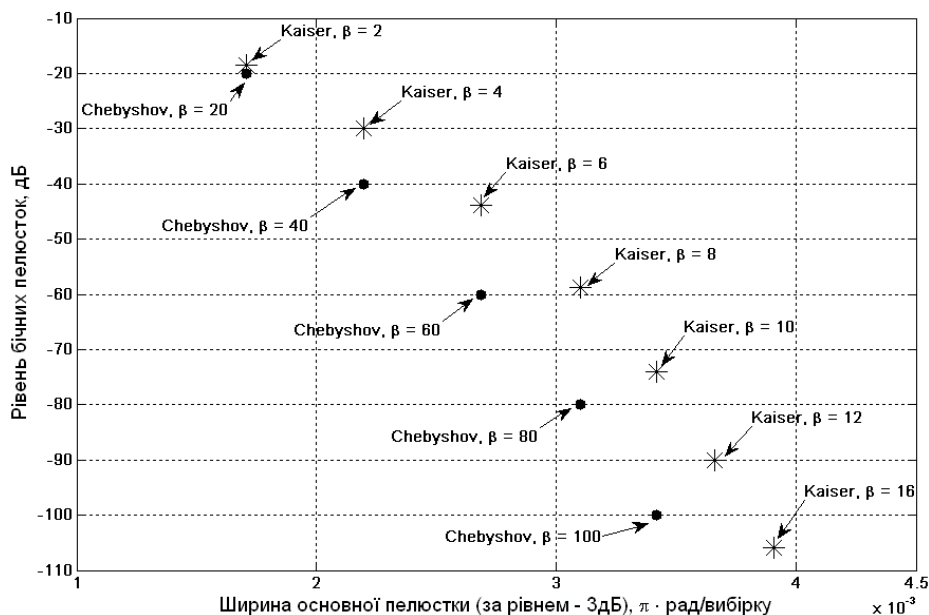


Рис. 9. Зіставлення ширини основної та рівня бічних пелюсток для вікон Кайзера і Чебишева за різних значень параметра β

6. Висновки. Проаналізовано ефективність застосування згладжувальних вікон для підвищення точності квадратурного розділення комплексної напруги в діапазоні частот. Квадратурне розділення реалізовано за алгоритмом одночастотного перетворення Фур'є, найістотнішим недоліком якого є виникнення обчислювальних похибок, зумовлених перетіканням спектра. З метою зменшення цих похибок в техніці цифрового опрацювання сигналів застосовують віконне згладжування, що передбачає перемноження вибірок сигналу та вікна. Оскільки віконні функції характеризуються максимальним значенням в центрі і зниженням їх значень в міру наближення до країв, то за накладання вікна на досліджуваний сигнал стрибкоподібні переходи сигналу на краях зменшуються.

Ефективність віконного згладжування в діапазоні частот визначається виглядом спектральної функції вікна. Ширина основної та рівень бічних пелюсток спектральної функції вікна є основними параметрами, які визначають його згладжувальні властивості. Виконані дослідження показали, що кращу точність квадратурного розділення забезпечують вікна із вужчою основною та нижчими боковими пелюстками.

Дослідження здійснено із застосуванням двох типових класів віконних функцій – косинусних і параметричних вікон. Серед косинусних використано вікна Ханна, Блекмена та Блекмена–Харріса, а параметричних – Кайзера і Чебишева. На жаль, віконне згладжування не дало прийнятних з метрологічного погляду результатів (на початку діапазону значення похибок становлять десятки процентів). Спроба

досягти бажаних характеристик спектральної функції підбиранням параметрів вікон Кайзера і Чебишева також не дала позитивних результатів, оскільки звуження основної гармоніки призводить до зростання рівня бічних.

Застосування віконного згладжування для квадратурного розділення складових за алгоритмом ОПФ у частотних аналізаторах імпедансу можливе лише за співвідношень, коли обчислювальна похибка стає нехтовно малою. Найкращий результат з-поміж інших дає згладжування вікном Блекмена–Харріса, оскільки обчислювальна похибка згасає найшвидше і вже для сигналів, що задовольняють умову $T_w/T_x \geq 2$, її значення не перевищує 0,1 %. Проте виконання цієї умови вимагає введення часової надлишковості (двократне збільшення часу спостереження) або звуження частотного діапазону ЧАІ.

1. Хома Ю.В. Перспективи застосування прямого цифрового синтезу в частотних аналізаторах імпедансу // Вісник Нац. ун-ту "Львівська політехніка". – 2010. – № 665. – С. 27–33. 2. Analog Devices, 1MSPS, 12-Bit Impedance Converter, Network Analyzer AD5933 http://www.analog.com/static/imported-files/data_sheets/AD5933.pdf. 3. Сергиенко А.Б. Цифровая обработка сигналов. – 2-е изд. – Спб.: Питер, 2006. – 751 с. 4. Bate A. Modern impedance measurement techniques // Electronics World, December, (2002), 12–18. 5. Стадник Б., Хома Ю., Ліхновський І. Коригування динамічних похибок частотного аналізатора імпедансу // Вимірювальна техніка та метрологія. – 2010. – Вип. 71. – С. 19–24.