Національної академії наук України, 2005, № 9, С. 133-139.

5. Kruczyk M., Rogowski J.B., Vondrák 1999, *Preliminary results of astrometric observations in Józefosław*, Proceedings of the EGS Symposium G4 „Geodetic and Geodynamic Programmes of the CEI, XXIV General Assembly of EGS, The Hague, The Netherlands, 19-23 April 1999, Reports on Geodesy, WUT, Institute of Geodesy and Geodetic Astronomy, Warsaw, No 4(45), 1999, pp. 161-166.
6. Box G.E.P., Jenkins G. M., 1976, *Time series analysis, forecasting and control*, Holden Day, San Francisco.
7. Nuttall A.H., Carter G.G., 1982, *Spectral Estimation Using Combined Time and Lag Weighting*, Proc. IEEE, Vol. 70, September 1982, pp. 1115-1125.
8. Chapanov Y., Vondrak J., Gorshkov V., Ron C., 2005, *Six-year cycles of the Earth rotation and gravity*, Proceedings of the EGU G9 Symposium "Geodetic and Geodynamic Programmes of the CEI", Vienna, Austria, 25-30 April 2005, Reports on Geodesy, No 2(73), WUT, Institute of Geodesy and Geodetic Astronomy, pp. 221-230.

АНАЛІЗ БАГАТОРІЧНОГО РЯДУ ВИЗНАЧЕННЯ АСТРОНОМІЧНОГО ЧАСУ В ОБСЕРВАТОРІЇ БОРОВА ГУРА

Я. Криньський, Є. Занімонський

Дана робота є продовженням і розвитком вишукувань по аналізу багаторічних астрономічних спостережень, які виконується з 1963 року геодезично-геофізичною обсерваторією Борова Гура Варшавського Інституту Геодезії і Картографії з використанням пасажного інструменту.

Зібраний матеріал, і особливо ряд спостережень за останні 19 років, є унікальним джерелом інформації про виміряні у часі астрономічні довготи обсерваторії. В даній статті наведені основні результати спектрального аналізу ряду спостережень за період з 1986,0 – 2005,5. Для аналізу змісту виконано зіставлення з незалежними даними міжнародних організацій про параметри обертання Землі.

ANALYSIS OF A LONG-STANDING SERIES OF ASTRONOMICAL TIME DETERMINATION AT BOROWA GORA OBSERVATORY

J. Kryński, Ye. Zanimonskiy

The paper presents the continuation and extension of research on the analysis of long-standing series of astronomical observations conducted since 1963 with the passage instrument at Borowa Gora Geodetic-Geophysical Observatory of the Institute of Geodesy and Cartography, Warsaw.

Retained observational data, in particular data series from last 19 years contains the unique information on time variation of astronomical latitude of Borowa Gora Observatory. Results of a complex spectral analysis of a long-standing rotational time data series from 1986.0-2005.5 are presented and discussed in the paper. Characteristics of differential effects estimated and modelled for Borowa Gora Observatory was compared with the respective one based on the BIH data.

Институт Геодезии и Картографии, Warszawa

Надійшла 07. 04. 06

УДК 521.82

М. М. Фис

ДО ВИЗНАЧЕННЯ ГУСТИНИ РОЗПОДІЛУ МАС В ЦЕНТРІ ПЛАНЕТИ

Постановка задачі

Будь-яка інформація про розподіл маси в тілі планети є важливою , зокрема для визначення густини в центрі мас, яка є однією з фундаментальних планетарних характеристик. Слід сказати, що в ряді розподілів густини(модель Роша Дарвіна) вона входить як константа .Встановлення цієї величини в основному, здійснюється на основі певних гіпотез поведінки речовини при певних умовах (надвисоких тисків та температур, які є на відповідних глибинах), а також опосередковано шляхом аналізу поширення хвиль в тілі планети.

У зв'язку з цим моделювання густини,що представляється в центрі мас за даними спостережень ,отриманих ззовні планети, є надзвичайно актуальним.

Зв'язок із важливими науковими та практичними завданнями

Встановлення залежностей поведінки густини є основною задачею геофізики. Зрозуміло, що оскільки δ впливає на вигляд функції розподілу мас, то дана проблема тісно переплітається з задачами астрономії, космічної геодезії теорії і практики вивчення руху штучних супутників планет ,тим більше, що величини $I_{2\iota} = \int\limits_{\tau} \delta\rho^{2\iota}\, d\tau$ -суть інтегральні характеристики і ,можливо, їх можна встановити з врахуванням цих теорій.

Виклад основного матеріалу

Функція розподілу мас в мас еліпсоїдальної планети, що збігається з розміщенням початку координат подається у вигляді

$$\delta(x,y,z) = \sum_{m+n+k=0}^{\infty} b_{mnk} w_{mnk}(x,y,z), \qquad (1)$$

де $\{ b_{mnk} \}$, $\{ w_{mnk} \}$- дві біртогональні системи многочленів в еліпсоїді τ $\left\{ \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} \le 1 \right\}$, причому

$$w_{mnk}(x,y,z) = \frac{1}{2^N \cdot m!n!k!} \cdot \frac{\partial^N}{\partial x^m \partial y^n \partial z^k} \cdot \left(\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} - 1 \right)^N, \qquad (2)$$

$$(m+n+k=N).$$

$$b_{mnk} = \frac{3V_e(2N+3)}{2^N\, m!n!k!} \cdot A^{2m} \cdot B^{2n} \cdot C^{2k} \int\limits_{\tau} \delta\omega_{mnk}(x,y,z)dt \qquad (3)$$

V_e -об'єм еліпсоїда.

У центрі мас значення густини визначається наступним чином

$$\delta(0) = \sum_{m+n+k=0}^{\infty} b_{mnk} w_{mnk}(0). \qquad (4)$$

Для визначення $w_{mnk}(0)$ твірну функцію φ[1] розвинемо по α , β ,γ. У результаті отримаємо

$$w_{2m2n2k} = \frac{(-1)\cdot(2N-1)!!}{2^N A^{2p} B^{2q} C^{2s}\, p!q!s!}, \qquad (5)$$

причому $w_{mnk}(0) = 0$, якщо m ,або n , або k є непарними

Отже, ряд (1) із врахуванням формул (3) та (5) набуде вигляду:

$$\delta(0) = \frac{1}{3V_e} \sum_{N=0}^{\infty} \frac{(-1)^N (2N-1)!!(4N+3)}{2^N} a^{4m} b^{4n} c^{4k} \cdot \sum_{m+n+k=N} \frac{2m!2n!2k!}{m!n!k!} \int\limits_{\tau} \delta\omega_{2m2n2k} dt \qquad (6)$$

Знайдемо аналітичні вирази для многочленів, для чого представимо їх у вигляді

$$\omega_{mnk} = \sum_{e=0}^{\frac{N}{2}} \sum_{\iota+y-s=e} \frac{a_{\iota y s}^{mnk} x^{m-2\iota} y^{n-2\jmath} z^{k-2s}}{a^{m-2\iota} b^{n-2\jmath} c^{k-2s}}. \qquad (7)$$

Диференціювання твірної функції φ[1] за змінними x ,y, z відповідну кількість разів при умові $x = y = z = 0$ коефіцієнти $\alpha^m \beta^n \gamma^k$ є такими:

$$a_{\iota,\jmath,s}^{mnk} = \frac{(2N-2l+1)!!}{2^e i!\, j!s!(m-2i)!(n-2j)!(k-2s)!}; \qquad (8)$$

звідки остаточно

$$\omega_{mnk} = \frac{1}{a^m b^n c^k} \sum_{l=\iota+\jmath+s=0}^{\frac{N}{2}} \frac{(-1)^l (2N-2l+1)!! \left(\frac{x}{a}\right)^{m-2\iota} \left(\frac{y}{b}\right)^{n-2\jmath} \left(\frac{z}{c}\right)^{k-2s}}{i!\, j!s!(m-2i)!(n-2j)!(k-2s)!} \qquad (9)$$

Введемо оператор

$$\Delta^l f = \left(a^2 \frac{\partial f}{\partial x^2} + b^2 \frac{\partial f}{\partial y^2} + c^2 \frac{\partial f}{\partial z^2} \right)^l = \sum_{\iota+\jmath+s=l} \frac{l!}{i!\, j!s!} \cdot \frac{a^{2\iota} b^{2\jmath} c^{2s} \partial f^{2l}}{\partial x^{2\iota} \partial y^{2\jmath} \partial z^{2s}} \qquad (10)$$

Тоді для $f = \left(\frac{x}{a}\right)^m \cdot \left(\frac{y}{b}\right)^n \cdot \left(\frac{z}{c}\right)^k$ одержимо

$$\Delta^l \left(\left(\frac{x}{a}\right)^m \cdot \left(\frac{y}{b}\right)^n \cdot \left(\frac{z}{c}\right)^k \right) == l! \sum_{\iota+\jmath+s=e} \frac{m!n!k!a^m b^n c^k}{(m-2i)!(n-2j)!(k-2s)!i!\, j!s!} \cdot \frac{x^{m-2\iota} y^{n-2\jmath} z^{k-2s}}{a^{m-2\iota} b^{n-2\jmath} c^{k-2\jmath}}. \qquad (11)$$

Тому (9) набуде вигляду

$$w_{mnk} = \frac{1}{a^m b^n c^k}$$

$$\sum_{l=0}^{\frac{N}{2}} (-1)^l \frac{(2N-2l+1)!!}{2^l} \quad (12)$$

$$\frac{\Delta^l \left(\frac{x}{a}\right)^m \cdot \left(\frac{y}{b}\right)^n \cdot \left(\frac{z}{c}\right)^k}{m!n!k!}$$

Підставивши вирази (12) в(6), прийдемо до

$$\delta(0) = \frac{1}{3V_e} \sum_{N=0}^{\infty} (-1)^N \frac{(4N+3)}{2^N N!} .$$

$$\cdot \sum_{l=0}^{N} (-1)^l \frac{(4N-2l+1)!!}{2^l} \Delta^l \cdot , \quad (13)$$

$$\cdot \sum_{N=m+n+k} \frac{\left(\frac{x}{a}\right)^{2m} \left(\frac{y}{b}\right)^{2n} \left(\frac{z}{c}\right)^{2k}}{m!n!k!}$$

$$\delta(0) = \frac{1}{3V_e} \sum_{N=0}^{\infty} \frac{(-1)^N (4N+3)}{2^N (N!)} .$$

або $\cdot \sum_{e=0}^{N} \frac{(4N-2l+1)!!}{2^l l!} .$ (14)

$$\cdot \Delta^l \left[\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2 + \left(\frac{2}{c}\right)^2 \right]^N$$

Безпосередня перевірка дії оператора Δ^e для $\rho^2 = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2}$ приводить до виразу

$$\Delta^l \left[(\rho^2) \right]^N = \frac{(2N+1)!!}{(2N-2l+1)!} \rho^{2N-2l} . \quad (15)$$

і остаточно значення функції густини в центрі мас буде

$$\delta(0) = \frac{1}{3V_e} \sum_{N=0}^{\infty} \frac{(-1)^N (4N+3)(2N+1)!!}{2^N (N!)} . \quad (16)$$

$$\sum_{l=o}^{N} \frac{(-1)^l (4N-2l+1)!!}{2^e l!(2N-l+1)!} \cdot \int_\tau \delta\rho^{2N-2l} dt$$

Записавши формулу (16), при урахуванні чотирьох членів, матимемо:

$$\delta(0) = \Big(I_0 + (6.2I_2 - 26.2I_0) + (54.1I_4 - 60.1I_2 + 12.8I_0) + (293.3I_6 - 473.7I_4 + 215.3I_2 - 23.5I_0) \Big) / V_e$$

Проілюструємо практично вираз (17): візьмемо кулю одиничного радіуса, наповнену масою, функція розподілу якої є- $\delta = 4 - \rho^2 - x^2$ або

$$\delta = \begin{cases} 0, \rho \le 0.5 \\ 1, 0.5 < \rho \le 1 \end{cases}$$ в розривному випадку.

Тоді нескладні обчислення дають значення для $\delta(0)$ =4 при $N \le 1$ для неперервного випадку(точне значення) і для розривного – $\delta(0)$=1.026 (відносна похибка становить 2.6%).

Висновки

Таким чином важлива величина, що представляє величину густини в центрі планети виражається через інтегральні характеристики $\int_\tau \delta\rho^{2l} dt$, що є узагальненими моментами інерції – відносно центра мас. Очевидно, якби була можливість визначати їх на основі даних спостережень, це давало б можливість встановити значення густини .Тільки врахування двох членів в (16), (17)прийнятні значення для $\delta(0)$,що ілюструється таблицею.

Таблиця

Назва	Земля	Місяць	Марс
$\delta(0)$ (г/см³)	10.58	3.52	5.81
Передбачуване значення (г/см³)	12-13	3-5	7-9

Література

1) Мещеряков Г.А.,Фыс М.М. Определение плотности земных недр рядами по биортогонаным системам многочленов.-В кн.:Теория и методы интерпретации гравитационных и магнитных аномалий.1981,М.: Мир, с.329-334.
2) Буллен К.Е. Плотность Земли. М.:Мир,1978,437.
3) Alersandr N. Marchenko Eath"s radial dernsity profiles based on Gauss" and Roshe"s distributions.ANNOLIX{ Boolletino Di Geodesia E Scinnze AFFINI-N.3,p.201-220/

К ОПРЕДЕЛЕНИЮ ПЛОТНОСТИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ МАСС В ЦЕНТРЕ ПЛАНЕТЫ

М. Фыс

Получена формула, определяющая значение плотности планеты через интегральные характеристики, которые можно получить на основе данных наблюдений.

TO THE QUESTION OF DENSITY DISTRIBUTION DETERMINATION IN CENTRE OF THE PLANET

M. Fys

In this paper the formula allows determining planets density through integral characteristics (which can get from the surveying data) is presented.

Національний університет "Львівська політехніка"

Надійшла 22. 02. 06