УДК 550.344 *Д.В. Малицький, Р.М. Пак, Е.М. Козловський, О.О. Муйла, О.І. Хитряк*

ПОШИРЕННЯ СЕЙСМІЧНИХ ХВИЛЬ У ШАРУВАТОМУ СЕРЕДОВИЩІ: ЧИСЛОВІ МЕТОДИ РОЗРАХУНКУ ХВИЛЬОВОГО ПОЛЯ

Вступ

Сьогодні існує достатньо багато методів розв'язування як прямих так і обернених динамічних задач сейсмології [1–8]. Метою представленого дослідження є моделювання хвильових процесів у неоднорідному середовищі, які викликані точковим джерелом. Для вирішення поставленого завдання ми використовуємо матричний метод Томсона–Хаскела та його модифікації. В роботах [6–8] розвинутий рекурентний метод для моделювання поля переміщення на вільній поверхні, коли джерело сейсмічних хвиль представлено тензором сейсмічного моменту. Результати досліджень показали, що матричний і рекурентний методи, які використовуються для розв'язування прямої динамічної задачі сейсміки, дають однакові результати.

Розрізняють два види внутрішніх джерел: розривні та об'ємні. Розривні пов'язані з внутрішньою поверхнею і являють собою ковзання по площині розриву. Об'ємні джерела — це явище, пов'язане із внутрішнім об'ємом, наприклад, раптове розширення деякої тримірної області. У статті розглянуті розривні джерела. Математично таке вогнище описують двома способами: об'ємною силою, прикладеною до певного елемента середовища, який містить джерело, або розривами зміщень–напружень.

На великій відстані від розриву часто вдається спостерігати лише ті хвилі, у яких довжина хвилі набагато більша за лінійні розміри джерела. У такому випадку джерело розглядається як точкове.

Для опису джерела землетрусу ми використовуємо тензор сейсмічного моменту M_{ij}. Він залежить від енергії вогнища та орієнтації розриву і несе всю інформацію про джерело. Тензор сейсмічного моменту M_{ij} є тензором другого рангу, який описує суперпозицію трьох пар сил без моменту (діагональні елементи тензора M_{ij}) і трьох подвійних пар сил з моментом (недіагональні елементи M_{ij} (рис.1).

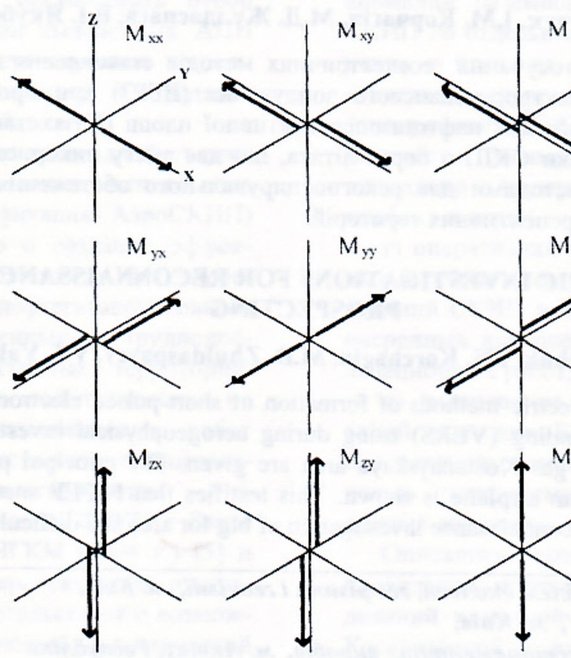

Рис. 1. Тензор сейсмічного моменту як силовий еквівалент дев'яти пар сил

Постановка задачі

Розглядається поширення сейсмічних хвиль у вертикально неоднорідному середовищі, яке моделюється системою однорідних ізотропних *n*-шарів на *(n+1)* півпросторі з плоско паралельними границями. Задана умова жорсткого контакту на цих границях. На глибині H_s (рис.2) на деякій уявній границі *s* в однорідному ізотропному шарі діє точкове джерело, представлене тензором сейсмічного моменту M_{ij}. Кожний ізотропний шар *i* характеризується товщиною шару h_i, модулем зсуву μ_i і швидкостями поширення поздовжніх V_{pi} і поперечних V_{si} хвиль.

Поле переміщень шукаємо в циліндричній системі координат (r,φ,z). Рис.2 ілюструє вертикальний переріз шаруватого середовища для $\varphi = \text{const}$.

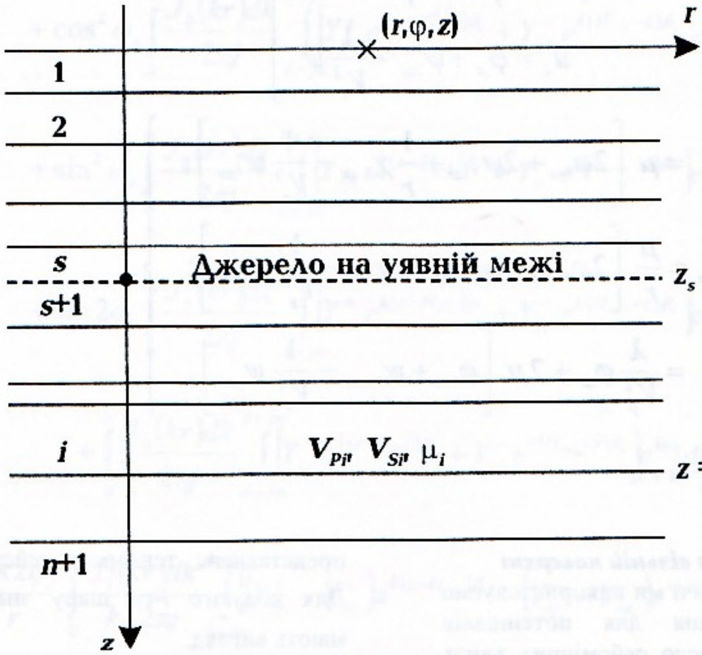

Рис. 2. Модель *n*-шаруватого середовища на *(n+1)* півпросторі

Зміщення, викликані точковим джерелом в i -му шарі, задовольняють рівняння руху:

$$\rho_i \ddot{\mathbf{u}}_i = (\lambda_i + 2\mu_i)\nabla \times (\nabla \times \mathbf{u}_i) - \mu_i \nabla \times (\nabla \times \mathbf{u}_i) \tag{1}$$

Початкові умови є такими:

$$\mathbf{u}_i(\mathbf{r},0) = 0;$$
$$\dot{\mathbf{u}}_i(\mathbf{r},0) = 0;\ \mathbf{r} = (0,0,z_s) \tag{2}$$

На границях між шарами середовища задана умова жорсткого контакту (граничні умови):

$$\mathbf{u}_i(\mathbf{r},t) = \mathbf{u}_{i+1}(\mathbf{r},t);$$
$$\tau_{zm_i}(\mathbf{r},t) = \tau_{zm_{i+1}}(\mathbf{r},t), \tag{3}$$
$$\mathbf{r} \neq (0,0,\mathrm{z_s})$$

Напруження на вільній поверхні відсутнє:

$$\tau_{zm} = 0, z = 0, m = r,\varphi,z \tag{4}$$

λ, μ - коефіцієнти Ламе.

Крім того, задається умова випромінювання: сейсмічні хвилі з *(n+1)*- півпростору не повертаються. Як було вказано вище, ми ставимо завдання побудувати поле переміщень на вільній поверхні шаруватого середовища, коли сейсмічні хвилі генеруються точковим джерелом у вигляді тензора сейсмічного моменту. Для досягнення поставленої мети використовуємо матричний і рекурентний методи, які розвинуті в роботах [2, 6, 7].

Задача Коші (1)–(4) є достатньо вивчена. Переміщення і напруження в i–му шарі подамо через скалярний φ і векторні ψ, χ потенціали [9]:

$$\mathbf{u} = \nabla\varphi + \nabla\times(\nabla\times\mathbf{k}\psi) + \nabla\times\mathbf{k}\chi, \tag{5}$$

$$\left.\begin{aligned} \tau_{zr} &= \mu\left(u_{z,r} + u_{r,z}\right); \\ \tau_{z\varphi} &= \mu\left(u_{\varphi,z} + \frac{1}{r}u_{z,\varphi}\right); \\ \tau_{zz} &= \lambda\cdot\mathrm{div}\mathbf{u} + 2\mu\cdot u_{z,z} \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

де $\mathbf{k}$ – одиничний вектор в напрямі осі z. За теоремою Ламе потенціали φ,ψ,χ вибираються так, щоб вони задовольняли хвильові рівняння:

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2} = V_p^2\Delta\varphi,\quad \frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} = V_s^2\Delta\psi,\quad \frac{\partial^2\chi}{\partial t^2} = V_s^2\Delta\chi. \tag{7}$$

Із (5)-(6):

$$\left.\begin{aligned} u_r &= \varphi,_r + \psi,_{rz} + \frac{1}{r}\chi,_\varphi\,; \\ u_\varphi &= \frac{1}{r}\varphi,_\varphi + \frac{1}{r}\psi,_{z\varphi} - \chi\,; \\ u_z &= \varphi,_z + \psi,_{zz} - \frac{1}{V_s^2}\psi \end{aligned}\right\} \quad (8)$$

$$\left.\begin{aligned} \tau_{rz} &= \mu\left[2\varphi,_{rz} + 2\psi,_{zzr} + \frac{1}{r}\chi,_{\varphi z} - \frac{1}{V_s^2}\psi,_{ttr}\right]; \\ \tau_{z\varphi} &= \frac{\mu}{r}\left[2\varphi,_{\varphi z} + 2\psi,_{zz\varphi} - r\chi,_{rz} - \frac{1}{V_s^2}\psi,_{tt\varphi}\right]; \\ \tau_{zz} &= \frac{\lambda}{V_p^2}\varphi,_{tt} + 2\mu\left[\varphi,_{zz} + \psi,_{zzz} - \frac{1}{V_s^2}\psi,_{ttz}\right], \end{aligned}\right\} \quad (9)$$

де $\varphi,_z = \dfrac{\partial\varphi}{\partial z}$, $\varphi,_{zz} = \dfrac{\partial^2\varphi}{\partial z^2}$ і т.д.

Поле переміщень на вільній поверхні

Для розв'язування задачі ми використовуємо інтегральні представлення для потенціалів φ, ψ, χ [10], коли джерело сейсмічних хвиль представлене тензором сейсмічного моменту. Для кожного i-го шару значення $\varphi_i, \psi_i, \chi_i$ мають вигляд:

$$\varphi_i(r,\varphi_a,z,t) = \cos\varphi_a \int_0^\infty \frac{kJ_1(kr)dk}{2\pi j} \int_{\delta-j\infty}^{\delta+j\infty}\left[X^+_{xz_i} e^{k(z-H_{i-1})\alpha_i} + X^-_{xz_i} e^{k(H_{i-1}-z)\alpha_i}\right] e^{kt\eta} d\eta + \quad (10)$$

$$+\sin\varphi_a \int_0^\infty \frac{kJ_1(kr)dk}{2\pi j} \int_{o-j\infty}^{\delta+j\infty}\left[X^+_{yz_i} e^{k(z-H_{i-1})\alpha_i} + X^-_{yz_i} e^{k(H_{i-1}-z)\alpha_i}\right] e^{kt\eta} d\eta +$$

$$+\cos^2\varphi_a \int_0^\infty \frac{kJ_0(kr)dk}{2\pi j} \int_{\delta-j\infty}^{\delta+j\infty}\left[X^+_{xx_i} e^{k(z-H_{i-1})\alpha_i} + X^-_{xx_i} e^{-k(z-H_{i-1})\alpha_i}\right] e^{kt\eta} d\eta +$$

$$+\sin^2\varphi_a \int_0^\infty \frac{kJ_0(kr)dk}{2\pi j} \int_{\delta-j\infty}^{\delta+j\infty}\left[X^+_{yy_i} e^{k(z-H_{i-1})\alpha_i} + X^-_{yy_i} e^{k(H_{i-1}-z)\alpha_i}\right] e^{kt\eta} d\eta +$$

$$+\sin 2\varphi_a \int_0^\infty \frac{kJ_0(kr)dk}{2\pi j} \int_{\delta-j\infty}^{\delta+j\infty}\left[X^+_{xy_i} e^{k(z-H_{i-1})\alpha_i} + X^-_{xy_i} e^{k(H_{i-1}-z)\alpha_i}\right] e^{kt\eta} d\eta +$$

$$+\frac{\cos^2\varphi_a}{r} \int_0^\infty \frac{J_1(kr)dk}{2\pi j} \int_{\delta-j\infty}^{\delta+j\infty}\left[\left(X^+_{yy_i} - X^+_{xx_i}\right) e^{k(z-H_{i-1})\alpha_i} + \left(X^-_{yy_i} - X^-_{yy_i}\right) e^{k(H_{i-1}-z)\alpha_i}\right] e^{kt\eta} d\eta -$$

$$-\frac{2\sin 2\varphi_a}{r} \int_0^\infty \frac{J_1(kr)dk}{2\pi j} \int_{\delta-j\infty}^{\delta+j\infty}\left[X^+_{xy_i} e^{k(z-H_{i-1})\alpha_i} + X^-_{xy_i} e^{k(H_{i-1}-z)\alpha_i}\right] e^{kt\eta} d\eta +$$

$$+\int_0^\infty \frac{kJ_0(kr)dk}{2\pi j} \int_{\delta-j\infty}^{\delta+j\infty}\left[X^+_{zz_i} e^{k(z-H_{i-1})\alpha_i} + X^-_{zz_i} e^{k(H_{i-1}-z)\alpha_i}\right] e^{kt\eta} d\eta;$$

$$\psi_i(r,\varphi_a,z,t) = -\left\{\cos\varphi_a \int_0^\infty \frac{J_1(kr)dk}{2\pi j} \int_{\delta-j\infty}^{\delta+j\infty}\left[Y^+_{xz_i} e^{k(z-H_{i-1})\beta_i} + X^-_{xz_i} e^{k(H_{i-1}-z)\beta_i}\right] e^{kt\eta} d\eta + \right. \quad (11)$$

$$+\sin\varphi_a\int_0^\infty\frac{J_1(kr)dk}{2\pi j}\int_{\delta-j\infty}^{\delta+j\infty}\left[Y_{yz_i}^{+}e^{k(z-H_{i-1})\beta_i}+Y_{yz_i}^{-}e^{k(H_{i-1}-z)\beta_i}\right]e^{kt\eta}d\eta+$$

$$+\cos^2\varphi_a\int_0^\infty\frac{J_0(kr)dk}{2\pi j}\int_{\delta-j\infty}^{\delta+j\infty}\left[Y_{xx_i}^{+}e^{k(z-H_{i-1})\beta_i}+Y_{xx_i}^{-}e^{k(H_{i-1}-z)\beta_i}\right]e^{kt\eta}d\eta+$$

$$+\sin^2\varphi_a\int_0^\infty\frac{J_0(kr)dk}{2\pi j}\int_{\delta-j\infty}^{\delta+j\infty}\left[Y_{yy_i}^{+}e^{k(z-H_{i-1})\beta_i}+Y_{yy_i}^{-}e^{k(H_{i-1}-z)\beta_i}\right]e^{kt\eta}d\eta+$$

$$+\sin2\varphi_a\int_0^\infty\frac{J_0(kr)dk}{2\pi j}\int_{\delta-j\infty}^{\delta+j\infty}\left[Y_{xy_i}^{+}e^{k(z-H_{i-1})\beta_i}+Y_{xy_i}^{-}e^{k(H_{i-1}-z)\beta_i}\right]e^{kt\eta}d\eta+$$

$$+\int_0^\infty\frac{J_0(kr)dk}{2\pi j}\int_{\delta-j\infty}^{\delta+j\infty}\left[Y_{zz_i}^{+}e^{k(z-H_{i-1})\beta_i}+Y_{zz_i}^{-}e^{k(H_{i-1}-z)\beta_i}\right]e^{kt\eta}d\eta+$$

$$+\frac{\cos2\varphi_a}{r}\int_0^\infty\frac{J_1(kr)dk}{k\cdot2\pi j}\int_{\delta-j\infty}^{\delta+j\infty}\left[\left(Y_{yy_i}^{+}-Y_{xx_i}^{+}\right)e^{k(z-H_{i-1})\beta_i}+\left(Y_{yy_i}^{-}-Y_{xx_i}^{-}\right)e^{k(H_{i-1}-z)\beta_i}\right]e^{kt\eta}d\eta-$$

$$-\frac{2\sin2\varphi_a}{r}\int_0^\infty\frac{J_1(kr)dk}{k\cdot2\pi j}\int_{\delta-j\infty}^{\delta+j\infty}\cdot\left[X_{xy_i}^{+}e^{k(z-H_{i-1})\beta_i}+Y_{xy_i}^{-}e^{k(H_{i-1}-z)\beta_i}\right]e^{kt\eta}d\eta\};$$

$$\chi_i(r,\varphi_a,z,t)=\sin\varphi_a\int_0^\infty\frac{kJ_1(kr)dk}{2\pi j}\int_{\delta-j\infty}^{\delta+j\infty}\left[Z_{xz_i}^{+}e^{k(z-H_{i-1})\beta_i}+Z_{xz_i}^{-}e^{k(H_{i-1}-z)\beta_i}\right]e^{kt\eta}d\eta+\qquad(12)$$

$$+\cos\varphi_a\int_0^\infty\frac{kJ_1(kr)dk}{2\pi j}\int_{\delta-j\infty}^{\delta+j\infty}\left[Z_{yz_i}^{+}e^{k(z-H_{i-1})\beta_i}+Z_{yz_i}^{-}e^{k(H_{i-1}-z)\beta_i}\right]e^{kt\eta}d\eta+$$

$$+\sin2\varphi_a\int_0^\infty\frac{kJ_0(kr)dk}{2\pi j}\int_{\delta-j\infty}^{\delta+j\infty}\left[\left(Z_{xx_i}^{+}-Z_{yy_i}^{-}\right)e^{k(z-H_{i-1})\beta_i}e^{kt\eta}d\eta+\left(Z_{xx_i}^{-}-Z_{yy_i}^{-}\right)e^{k(H_{i-1}-z)\beta_i}\right]\cdot e^{kt\eta}d\eta+$$

$$+\cos2\varphi_a\int_0^\infty\frac{kJ_0(kr)dk}{2\pi j}\int_{\delta-j\infty}^{\delta+j\infty}\left[Z_{xy_i}^{+}e^{k(z-H_{i-1})\beta_i}+Z_{xy_i}^{-}e^{k(H_{i-1}-z)\beta_i}\right]e^{kt\eta}d\eta-$$

$$-\frac{2\sin2\varphi_a}{r}\int_0^\infty\frac{J_1(kr)dk}{2\pi j}\int_{\delta-j\infty}^{\delta+j\infty}\left[\left(Z_{xx_i}^{+}-Z_{yy_i}^{+}\right)e^{k(z-H_{i-1})\beta_i}+\left(Z_{xx_i}^{-}-Z_{yy_i}^{-}\right)e^{k(H_{i-1}-z)\beta_i}\right]e^{kt\eta}-$$

$$-\frac{2\cos2\varphi_a}{r}\int_0^\infty\frac{J_1(kr)dk}{2\pi j}\int_{\delta-j\infty}^{\delta+j\infty}\left[Z_{xy_i}^{+}e^{k(z-H_{i-1})\beta_i}+Z_{xy_i}^{-}e^{k(H_{i-1}-z)\beta_i}\right]\cdot e^{kt\eta}d\eta,$$

де $X^{+}_{xz_i}, X^{-}_{xz_i}$ описують дві хвилі, які поширюються в напрямі зростання z і зменшення z в i-му шарі. Аналогічно й інші пари функцій мають таке саме тлумачення.

Підставивши (10–12) в (8–9) і використавши початкові та граничні умови (2–3), одержуємо хвильове поле на вільній поверхні для дальньої зони:

$$u_z^{(0)}(r,\varphi_a,t)=\int_0^\infty \frac{k^2 J_1(kr)}{2\pi j}dk\int_{\delta-j\infty}^{\delta+j\infty} M_1(k,\eta,\varphi_a)\cdot g_{1z}\cdot e^{kt\eta}d\eta+\int_0^\infty \frac{k^2 J_0(kr)}{2\pi j}dk\int_{\delta-j\infty}^{\delta+j\infty} M_2(k,\eta,\varphi_a)\cdot g_{2z}e^{kt\eta}d\eta+$$
$$+\int_0^\infty \frac{k^2 J_0(kr)}{2\pi j}dk\int_{\delta-j\infty}^{\delta+j\infty} M_3(k,\eta,\varphi_a)\cdot g_{3z}\cdot e^{kt\eta}d\eta\,;$$

$$u_r^{(0)}(r,\varphi_a,t)=\int_0^\infty \frac{k^2 J_0(kr)}{2\pi j}dk\int_{\delta-j\infty}^{\delta+j\infty} M_1(k,\eta,\varphi_a)\cdot g_{1r}\cdot e^{kt\eta}d\eta+\int_0^\infty \frac{k^2 J_1(kr)}{2\pi j}dk\int_{\delta-j\infty}^{\delta+j\infty} M_2(k,\eta,\varphi_a)\cdot g_{2r}e^{kt\eta}d\eta+$$
$$+\int_0^\infty \frac{k^2 J_1(kr)}{2\pi j}dk\int_{\delta-j\infty}^{\delta+j\infty} M_3(k,\eta,\varphi_a)\cdot g_{3r}\cdot e^{kt\eta}d\eta\,; \qquad (13)$$

$$u_\varphi^{(0)}(r,\varphi_a,t)=\int_0^\infty \frac{k^2 J_0(kr)}{2\pi j}dk\int_{\delta-j\infty}^{\delta+j\infty} M_5(k,\eta,\varphi_a)\cdot g_{5\varphi}\cdot e^{kt\eta}d\eta+\int_0^\infty \frac{k^2 J_1(kr)}{2\pi j}dk\int_{\delta-j\infty}^{\delta+j\infty} M_6(k,\eta,\varphi_a)\cdot g_{6\varphi}e^{kt\eta}d\eta$$

Або:

$$\begin{pmatrix} u_z^{(0)} \\ u_r^{(0)} \end{pmatrix}=\sum_{i=1}^{3}\int_0^\infty k^2\mathbf{I}_i L^{-1}\left[M_i g_i\right]dk\,,\; u_\varphi^{(0)}=\sum_{i=5}^{6}\int_0^\infty k^2 J_i L^{-1}\left[M_i g_{i\varphi}\right]dk \qquad (14)$$

$$\mathbf{I}_1=\begin{pmatrix} J_1 & 0 \\ 0 & J_0 \end{pmatrix},\; \mathbf{I}_2=\begin{pmatrix} J_0 & 0 \\ 0 & J_1 \end{pmatrix}, \mathbf{I}_3=\mathbf{I}_2\,.$$

$$\mathrm{g_i}=\begin{pmatrix} g_{iz} \\ g_{ir} \end{pmatrix},\; J_5=J_0\,,\; J_6=J_1\,.$$

Аналогічно одержуємо формули для ближньої зони:

$$\begin{pmatrix} u_r^{(0)} \\ u_\varphi^{(0)} \end{pmatrix}=\frac{1}{r}\cdot\left(\int_0^\infty k\cdot J_1(kr)\cdot L^{-1}\cdot\left[\begin{pmatrix} M_1 \\ -M_5 \end{pmatrix}\cdot\left(g_{1r}+2g_{5\varphi}\right)\right]dk+\right.$$
$$\left.+\int_0^\infty\left(k\cdot J_0(kr)-\frac{2J_1(kr)}{r}\right)\cdot L^{-1}\cdot\left[\begin{pmatrix} -M_4 \\ M_6 \end{pmatrix}\cdot\left(g_{3r}+2g_{6\varphi}\right)\right]dk\right) \qquad (15)$$

$$u_z^{(0)}=\frac{1}{r}\cdot\int_0^\infty k\cdot J_1(kr)\cdot L^{-1}\cdot\left[M_4\cdot \mathrm{g}_{3z}\right]dk\,,$$

де

$$M_1=M_{xz}\cos\varphi_a+M_{yz}\sin\varphi_a\,,\qquad M_2=M_{zz}\,,$$
$$M_3=\cos^2\varphi_a\cdot M_{xx}+\sin^2\varphi_a\cdot M_{yy}+\sin 2\varphi_a\cdot M_{xy}\,,$$
$$M_4=-\cos 2\varphi_a\cdot M_{xx}+\cos 2\varphi_a\cdot M_{yy}-2\sin 2\varphi_a\cdot M_{xy}\,,$$
$$M_5=M_{yz}\cos\varphi_a-M_{xz}\sin\varphi_a\,,$$
$$M_6=\sin 2\varphi_a\cdot M_{xx}-\sin 2\varphi_a\cdot M_{yy}-2\cos 2\varphi_a\cdot M_{xy}\,.$$
$$g_{1z}=\left(-d''_{21}+\frac{A}{B}d''_{31}+\frac{M}{B}d''_{41}\right)\cdot\frac{1}{2\pi\mu_s}\,,$$

$$g_{2z}=\left\{-\left[d''_{22}\frac{1}{\rho_s V_p^2}+d''_{23}\left(\frac{2V_s^2}{V_p^2}-1\right)\right]+\frac{A}{B}\left[d''_{32}\cdot\frac{1}{\rho_s V_p^2}+d''_{33}\left(\frac{2V_s^2}{V_p^2}-1\right)\right]+\right.$$

$$\left.+\frac{M}{B}\left[d''_{42}\frac{1}{\rho_s V_p^2}+d''_{43}\left(\frac{2V_s^2}{V_p^2}-1\right)\right]\right\}\cdot\frac{1}{2\pi},$$

$$g_{3z}=\left(-d''_{23}+\frac{A}{B}d''_{33}+\frac{M}{B}d''_{43}\right)\cdot\frac{1}{2\pi};$$

$$g_{1r}=\frac{1}{2\pi\mu_s}\cdot\left(-d''_{11}+\frac{N}{B}d''_{31}+\frac{A}{B}d''_{41}\right),$$

$$g_{2r}=-\frac{1}{2\pi}\cdot\left\{-\left[d''_{12}\frac{1}{\rho_s V_p^2}+d''_{13}\left(\frac{2V_s^2}{V_p^2}-1\right)\right]+\frac{N}{B}\left[d''_{32}\cdot\frac{1}{\rho_s V_p^2}+d''_{33}\left(\frac{2V_s^2}{V_p^2}-1\right)\right]+\right.$$

$$\left.+\frac{A}{B}\left[d''_{42}\frac{1}{\rho_s V_p^2}+d''_{43}\left(\frac{2V_s^2}{V_p^2}-1\right)\right]\right\},$$

$$g_{3r}=-\frac{1}{2\pi}\cdot\left(-d''_{13}+\frac{N}{B}d''_{33}+\frac{A}{B}d''_{43}\right);$$

$$g_{5\varphi}=\left(-d^{*''}_{11}-\frac{d^*_{12}}{d^*_{11}}d^{*''}_{21}\right)\cdot\frac{1}{2\pi\mu_s},$$

$$g_{6\varphi}=\left(-d^{*''}_{12}-\frac{d^*_{12}}{d^*_{11}}d''_{22}\right)\cdot\frac{1}{4\pi}.$$

A, B, M, N — рекурентні співвідношення, описані в роботах [7, 8].

Числові методи розрахунку хвильового поля

Використовуємо формули (13) для розрахунку хвильового поля за допомогою рекурентного методу, а також матричного методу, який описаний в [10].

Як приклад, розглянемо модель середовища, як півпростір. Задаємо тензор сейсмічного моменту в часовій області у вигляді (16).

$$m=\begin{pmatrix}5.687\cdot10^{13} & -7.805\cdot10^{13} & -1.498\cdot10^{13}\\ -7.805\cdot10^{13} & 2.046\cdot10^{13} & -9.594\cdot10^{13}\\ -1.498\cdot10^{13} & -9.594\cdot10^{13} & -7.733\cdot10^{13}\end{pmatrix} \qquad (16)$$

Використовуючи програмний пакет MATLAB, одержуємо числові розрахунки хвильового поля за формулою (13) і табл. 1.

Епіцентральна відстань дорівнює 20 км.

Рисунки 3 і 4 ілюструють три компоненти поля переміщень на вільній поверхні, обчислені за допомогою матричного та рекурентного методів, відповідно.

Теоретичні розрахунки часів вступу P і S хвиль дають такі значення:

$t_p = 3.33$ — час вступу P-хвилі;

$t_s = 5.63$ — час вступу S-хвилі.

Таблиця 1.

Параметри тестової моделі середовища

Номер шару	V_p, м/с	V_s, м/с	h, м	μ, Па
1	6000	3550	200	$3.2451\cdot10^{11}$
Півпростір	6000	3550	∞	$3.2451\cdot10^{11}$

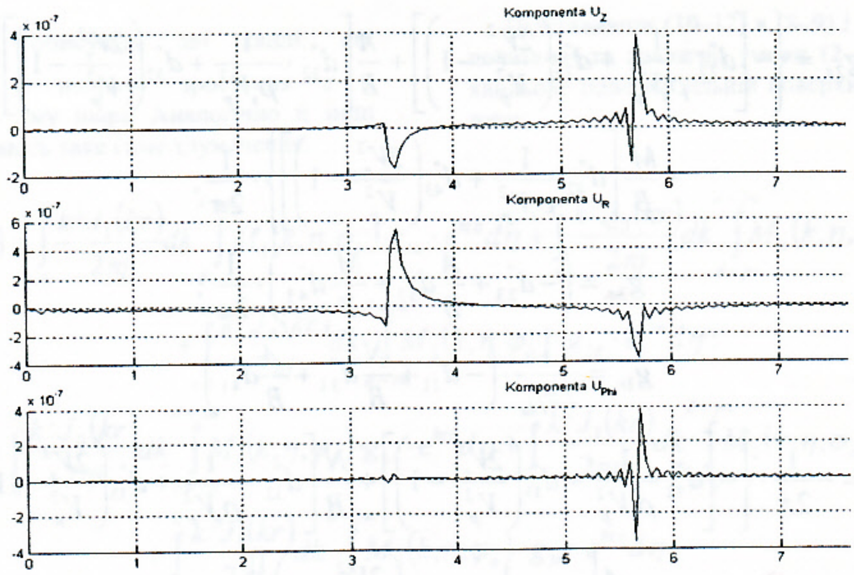

Рис. 3. Поле переміщення на вільній поверхні

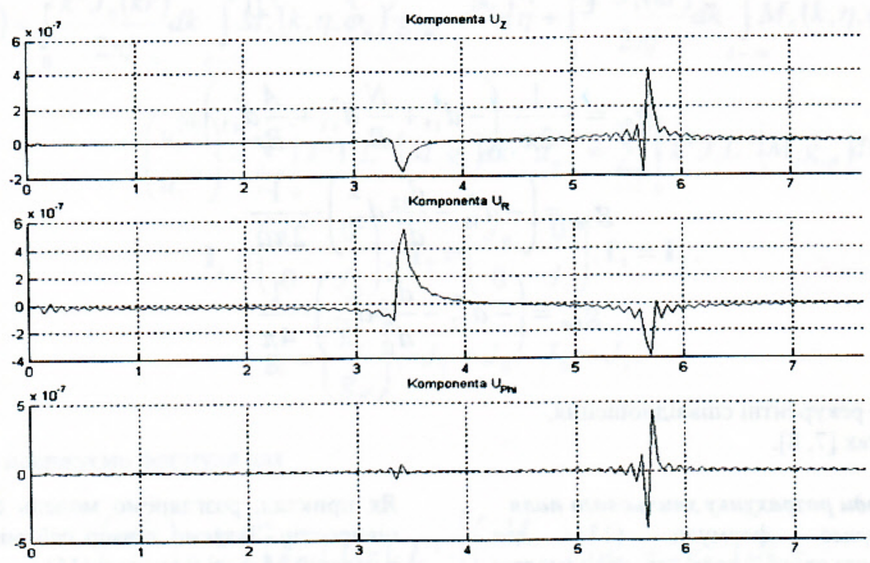

Рис. 4. Поле переміщення на вільній поверхні

Результати числових розрахунків хвильових полів на вільній поверхні однорідного півпростору показують, що матричний і рекурентний методи дають абсолютно однакові результати.

Розглянемо складнішу модель середовища – три шари на півпросторі. Джерело знаходиться у другому шарі. Фізичні параметри середовища подані у табл. 2.

Використовується рекурентний метод побудови поля переміщення.

Епіцентральна відстань дорівнює 10 км.

Теоретичні розрахунки часів вступу P і S хвиль дають наступні значення:

$t_p = 1.62$ — час вступу P-хвилі;

$t_s = 2.76$ — час вступу S-хвилі.

Таблиця 2.

Параметри тришарової моделі середовища.

Номер шару	V_p, *м/с*	V_s, *м/с*	*h*, *м*	μ, Па
1	6000	3550	200	$3.2451 \cdot 10^{11}$
2	6300	3700	200	$3.6278 \cdot 10^{11}$
3	6300	3700	100	$3.6278 \cdot 10^{11}$
Півпростір	7000	4000	∞	$4.4832 \cdot 10^{11}$

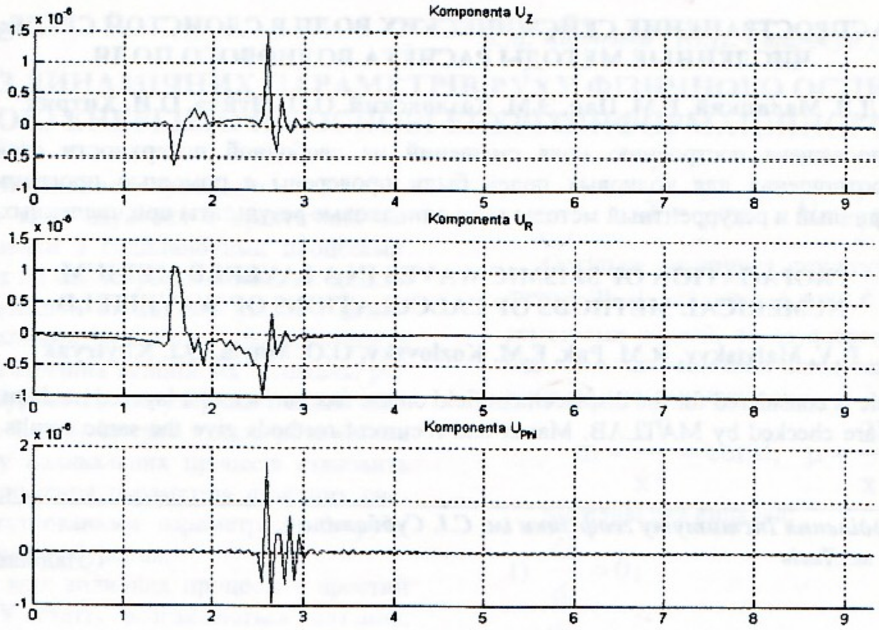

Рис. 5. Поле переміщення на вільній поверхні

Згідно з числовими розрахунками за формулами (13) ми одержали синтетичні сейсмограми (рис. 5), які відповідають часам вступу P і S хвиль, розрахованих теоретично.

Висновки

Аналізуючи співвідношення для хвильового поля на вільній поверхні шаруватого середовища, можна зробити висновок, що на відміну від полів, викликаних довільно орієнтованою силою [10], присутній доданок, який являє собою зміщення в так званій проміжній зоні. Слід зазначити, що ми отримали строгі аналітичні співвідношення для хвильових полів, які містять об'ємні і поверхневі хвилі. Ці співвідношення будуть використані для аналізу параметрів джерела землетрусу.

Важливим є використання розподіленого джерела (залежність зміщення по розриву від просторових координат). Поверхня розриву розглядатиметься як сума прямокутників з різними векторами зміщення. Кожен прямокутник – окреме точкове джерело із своїм тензором сейсмічного моменту. В цьому випадку побудова хвильового поля зводиться до визначення сумарного зміщення хвильових полів для точкових джерел. Розв'язування таких задач планується в наступних дослідженнях.

Література

1. Аки К., Ричардс П. Количественная сейсмология. Теория и методы. – М.: Мир, 1983. – 520 с.
2. Молотков Л.А. Исследование распространения волн в пористых и трещиноватых средах на основе эффективных моделей Био и слоистых сред. – М.: Наука, 2001. – 348 с.
3. Kennet B.L.N. The seismic wavefield. – Cambrige: University Press, 2001. – 370 p.
4. Müller G. The reflectivity method: a tutorial. // Geophys. J. – 1985. – № 58. – P.153–174.
5. Червені В. Рассчет синтетических сейсмограмм для одномерных и двумерных сред // Численные методы в сейсмических исследованиях. – Новосибирск, 1983. – С. 41–53.
6. Малицкий Д.В. Решение прямой двумерной задачи теории распространения волн на основе реккурентного подхода // Геофиз. журн. – 1994. – № 4. – С. 62–64.
7. Малицький Д.В. Основні принципи розв'язання динамічної задачі сейсмології на основі рекурентного підходу // Геофіз. журн. – 1988. – № 5. – С.96–98.
8. Малицький Д.В., Пак Р.М. Використання рекурентного методу для розв'язання задач сейсмології // Геофіз. журн. – 2004. – № 6. – С. 168–173.
9. Пак Р.М., Малицький Д.В. Визначення хвильових потенціалів у формі інтегральних перетворень для ефективно-точкової дислокації // Геодинаміка. – 2004. – № 1 (4). – С. 68–74.
10. Пак Р.М. Моделювання хвильового поля, збудженого глибинним джерелом у вертикально-неоднорідному середовищі // Геофіз. журн. – 2005. – № 5. – С. 887–894.
11. Малицький Д.М. Моделювання хвильових полів, збурених ефективно-точковою дислокацією // Вісник КНУ. – 2007. – № 41. – С. 25–29.

РАСПРОСТРАНЕНИЕ СЕЙСМИЧЕСКИХ ВОЛН В СЛОИСТОЙ СРЕДЕ: ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РАСЧЁТА ВОЛНОВОГО ПОЛЯ

Д.В. Малицкий, Р.М. Пак, Э.М. Козловский, О.О. Муйла, О.И. Хитряк

Работа посвящена построению поля смещений на свободной поверхности слоистой среды. Полученные соотношения для волновых полей были проверены с помощью программного пакета MATLAB. Матричный и рекуррентный методы дали одинаковые результаты при численных расчётах.

PROPAGATION OF SEISMIC WAVES IN A LAYERED MEDIUM: NUMERICAL METHODS OF CALCULATIONS OF WAVEFIELD

D.V. Malytskyy, R.M. Pak, E.M. Kozlovsky, O.O. Muyla, O.I. Khytryak

This article is considered for the displacement field on the free surface of a layered medium. The relations of a wave field are checked by MATLAB. Matrix and recurrent methods give the same results for numerical calculations.

Карпатське відділення Інституту геофізики ім. С.І. Субботіна НАН України, м. Львів

Надійшла 06.12.2007