УДК 530.145

В.М. Карпенко[1], Ю.П. Стародуб[1], О.В. Карпенко[2]

АНАЛІЗ ДИНАМІЧНИХ ПАРАМЕТРІВ РУХУ ФІЗИЧНОГО ОСЦИЛЯТОРА З ЗАДАНОЮ ЕНЕРГІЄЮ НА ОСНОВІ ЕНЕРГОІНФОРМАЦІЙНОГО ПІДХОДУ

Постановка проблеми

Широкий клас наукових і практичних завдань пов'язаний з осцилюючими процесами. Не зважаючи на це, теорія коливань як цілісна область прикладної науки, пов'язаної з фізичними коливаннями, продовжує розвиватися в напрямі моделювання нелінійних коливань, різного роду збурень від регулярних і одиничних впливів. Особливий інтерес підчас розв'язання задач аналізу коливальних процесів становить завдання визначення параметрів фізичних систем за зареєстрованими параметрами їх руху після одиничного збурення.

Основою всіх коливних процесів є простий осцилятор. У статті розглядаються питання, пов'язані з інформаційними особливостями динаміки простого фізичного осцилятора (ФО), які вдається виявити шляхом використання енергоінформаційного підходу до аналізу його кінематичних параметрів. Суттю цих особливостей є те, що просторові і тимчасові параметри руху ФО розглядаються залежно від енергії, що дає можливість розглядати окремо два нерозривні динамічні параметри осцилятора – масу і жорсткість.

Аналіз досліджень і публікацій, присвячених вирішенню цієї проблеми

Методи математичного аналізу динамічних процесів осциляторів мають найширше використання [1–4] і є розробленою областю математики [5]. Зокрема, коливання частинок у Землі називають сейсмічними коливаннями. Вивчення внутрішньої будови земної кори ґрунтується на вивченні моделей. При цьому, крім часу вступу коливань від структур, які описуються моделями, важливо знати густину і пружність середовища. Дослідженню осциляторів з метою розв'язання оберненої задачі – визначення маси і пружності коливань осциляторів, які, як окремі ланцюжки, моделюють середовище, за допомогою енерго-інформаційного підходу [6] присвячена ця робота. Названі параметри визначають густину і швидкість поширення хвиль, інші фізичні параметри середовища, які зокрема пов'язані з нафтогазоносністю [7, 8].

Постановка завдання та виклад матеріалу дослідження

Фізичний осцилятор підпорядкований закону збереження енергії:

$$\xi = T + U, \qquad (1)$$

де відповідно кінетичну і потенціальну енергію представляємо у вигляді:

$$T = \frac{1}{2} m\dot{x}^2, \quad U = \frac{1}{2}\mu x^2$$

Оскільки внутрішня структура фізичних величин m, μ невідома, а вони є складовими параметрами енергії, то за енергоінформаційним підходом ці величини представляються через енергію в такому вигляді:

$$m = \frac{2T}{\dot{x}^2} = \text{const}, \quad \mu = \frac{2U}{x^2} = \text{const} \qquad (2)$$

Можливі два випадки:

$$1) \quad \frac{d\xi}{dt} = 0; \qquad (3)$$

$$2) \quad \frac{d\xi}{dt} \neq 0 \qquad (4)$$

У статті розглядається перший випадок, для якого рівняння (1) набуває відомого вигляду у S-t просторі (простір-час)

$$\frac{d\xi}{dt} = m\dot{x}\ddot{x} + \mu x\dot{x} = 0, \qquad (5)$$

звідки одержуємо систему диференціальних рівнянь вигляду

$$\begin{cases} \dot{x} = 0 \\ m\ddot{x} + \mu x = 0 \end{cases} \qquad (6)$$

з відомими розв'язками

$$\begin{cases} x = x_0 \\ x = x_0 \sin\omega t, \quad \omega^2 = \dfrac{\mu}{m} = -\dfrac{\ddot{x}}{x} \end{cases} \qquad (7)$$

Розглянемо цей випадок в енергоінформаційному представленні E-S-t (енергія –простір – час).

Виразимо масу і пружність через енергію – (2), тоді рівняння (5) матиме вигляд

$$\frac{d\xi}{dt} = \frac{2T}{\dot{x}^2}\dot{x}\ddot{x} + \frac{2U}{x^2}x\dot{x} = 0, \qquad (8)$$

система диференціальних рівнянь у E-S-t представленні набуває вигляду:

$$\begin{cases} \dot{x} = 0 \\ \dfrac{\ddot{x}}{\dot{x}} + \dfrac{U}{T}\dfrac{\dot{x}}{x} = 0 \end{cases} \qquad (9)$$

Розглянемо розв'язання другого диференціального рівняння в системі рівнянь (9) з такими початковими умовами:

$$t = t_0; \quad x = x_0; \quad \dot{x} = V_0$$

Покладемо $\dot{x} = xy, \ddot{x} = \dot{x}y + x\dot{y}$. Виразимо друге рівняння системи (9) через y у вигляді

$$\dot{y} + ay^2 = 0, \qquad (10)$$

де $a = \left(1 + \frac{U}{T}\right) = \frac{\xi}{T}$ – енергетичний стан ФО.

Розв'язком рівняння (10) буде інтеграл виду

$$\int\left(-\frac{\dot{y}}{y^2}\right)dt = \int a \cdot dt + C_0,$$

$$\Rightarrow y(t) = \frac{1}{at + C_0}, \qquad (11.1)$$

якщо $a = \mathrm{const}$ – розв'язок в точці;

$$\Rightarrow \quad y(t) = \frac{1}{\xi \cdot \int \frac{dt}{T(t)} + C_0}, \qquad (11.2)$$

якщо $a = \mathrm{var}$ – розв'язок на відрізку.

Використовуючи початкові умови в точці для ФО:

$$t = t_0; \quad x = x_0; \quad \dot{x} = V_0,\ a = \mathrm{const},$$

визначимо:

$$C_0 = \frac{x_0}{V_0} - at_0$$

Оскільки $y = \frac{\dot{x}}{x}$, то остаточним розв'язком для випадку $a = \mathrm{const}$ другого диференціального рівняння в системі рівнянь (9) буде інтеграл виду:

$$\int \frac{1}{x} \cdot dx + C_1 = \int \frac{1}{at + C_0} dt, \Rightarrow$$

$$\ln xC_1 = \frac{1}{a} \cdot \ln\left|at + C_0\right|, \Rightarrow$$

$$x = \frac{1}{C_1}(at + C_0)^{1/a} \qquad (12)$$

Використовуючи початкові умови в точці: $t = t_0$; $x = x_0$; $\dot{x} = V_0$, визначимо C_1.

$$C_1 = \frac{1}{x_0}(at_0 + C_0)^{1/a} = \frac{1}{x_0}\left(\frac{x_0}{V_0}\right)^{1/a}$$

Тоді

$$x(a) = x_o\left(a\frac{V_o t}{x_o} - a\frac{V_o t_o}{x_o} + 1\right)^{1/a} = x_o\left\{a\frac{V_o}{x_o}(t - t_o) + 1\right\}^{1/a}, \qquad (13)$$

де $a = \frac{T+U}{T} = \frac{\xi}{\xi - U}$

Для випадку $\frac{V_o}{x_o}(t - t_o) = 1$ і $a \to \infty$ коли $(U \cong \xi)$

$$x(\infty) = x_o \cdot \lim_{a \to \infty}(a+1)^{1/a} = x_o \cdot e \qquad (14)$$

1. Для умови $U = 0$ маємо розв'язок $x(t) = V_0(t - t_0) + x_0$ – рух в непотенціальному просторі.
2. Для умови $U = 1/2\xi$ маємо розв'язок $x(t) = x_o\sqrt{2\frac{V_o}{x_o}(t - t_o) + 1}$ – рух в частково потенціальному просторі.
3. Для умови $U \to \xi$ маємо розв'язок $x(t) = x_o \cdot e^{\frac{V_o}{x_o}(t - t_o)}$ – рух у повністю потенціальному гіперболічному просторі.

<u>*Висновок:*</u>

1. *Для кожного значення потенціальної енергії існує своя функція зміни координати в часі.*
2. *Енергоінформаційне представлення руху ФО з постійною повною енергією дає змогу одержати E-s-t функцію вигляду*

$$x(t) = \\ = x_o\left\{\left(\frac{\xi}{\xi - 0{,}5\mu x(t)^2}\right)\frac{V_o}{x_o}(t - t_o) + 1\right\}^{1/\left(\frac{\xi}{\xi - 0.5\mu x(t)^2}\right)}; \qquad (15)$$

Для перевірки рівняння (15) розглянемо його у вигляді

$$\ln\left[\frac{x(t)}{x_o}\right] = \\ \frac{1}{\left(\frac{\xi}{\xi - 0{,}5\mu x(t)^2}\right)} \cdot \ln\left\{\left(\frac{\xi}{\xi - 0{,}5\mu x(t)^2}\right) \cdot f(t) + 1\right\}; \qquad (16)$$

де $f(t) = \frac{V_o}{x_o}(t - t_o)$,

або

$$F(\mu) = \frac{\xi}{\xi - 0{,}5\mu x(t)^2} \cdot \ln\left[\frac{x(t)}{x_o}\right] + \\ - \ln\left\{\xi \cdot f(t) + \xi - 0{,}5\mu x(t)^2\right\} + \qquad (17) \\ + \ln\left\{\xi - 0{,}5\mu x(t)^2\right\} = 0$$

Диференціюючи (17) за μ, визначимо значення μ з одержаного рівняння вигляду

$$\frac{dF(\mu)}{d\mu} = 0 = -\frac{\xi \cdot \ln\left[\frac{x(t)}{x_o}\right]}{\left[\xi - 0{,}5\mu x(t)^2\right]^2} \cdot 0{,}5x(t)^2 \qquad (18) \\ - \frac{-0{,}5x(t)^2}{\left[\xi \cdot f(t) + \xi - 0{,}5\mu x(t)^2\right]} + \frac{-0{,}5x(t)^2}{\left[\xi - 0{,}5\mu x(t)^2\right]}$$

у вигляді

$$\mu = \frac{2\cdot\xi}{x^2(t)}\cdot\left\{1+\frac{f(t)\cdot\ln\left[\frac{x(t)}{x_0}\right]}{\ln\left[\frac{x(t)}{x_0}\right]+f(t)}\right\} = \text{const} \quad (19.1)$$

Для маси рівняння (19.1) має вигляд

$$m = -\frac{2\cdot\xi}{\dot{x}^2(t)}\cdot\left\{\frac{f(t)\cdot\ln\left[\frac{x(t)}{x_0}\right]}{\ln\left[\frac{x(t)}{x_0}\right]+f(t)}\right\} = \text{const}, \quad (19.2)$$

де

$$f(t) = -\left\{\frac{\ln\left[\frac{x(t)}{x_0}\right]}{\omega^2\cdot\frac{x^2(t)}{\dot{x}^2(t)}\cdot\ln\left[\frac{x(t)}{x_0}\right]+\ln\left[\frac{x(t)}{x_0}\right]+1}\right\} \quad (20)$$

Рівняння (19) і (20) є розв'язком оберненої задачі для ФО:

визначення динамічних параметрів ФО за кінематичними параметрами його руху, де енергія задає значення пружних фізико-механічних параметрів.

Якщо в точці $C_0 = 0$, то рівняння (12) і його похідні за часом матимуть вигляд

$$x(t) = x_0\cdot\left(\frac{t}{t_0}\right)^{1/a}, \quad (21)$$

$$\dot{x}(t) = x_0\,\frac{1}{t_0}\cdot\frac{1}{a}\cdot\left(\frac{t}{t_0}\right)^{1/a-1}, \quad (22)$$

$$\ddot{x}(t) = x_0\cdot\frac{1}{t_0^2}\cdot\frac{1}{a}\cdot\left(\frac{1}{a}-1\right)\cdot\left(\frac{t}{t_0}\right)^{1/a-2} \quad (23)$$

Рівняння (23), використовуючи значення для a і (7), можна представити у вигляді

$$\frac{TU}{\xi^2} = \frac{\ddot{x}}{x}\cdot t^2 = \frac{\mu}{m}\cdot t^2 = \omega^2 t^2 = \varphi^2 = \frac{1}{4}\cdot\sin^2(2\omega t), \quad (24)$$

яке збігається з рівнянням Ейлера [5]

$$x^2\ddot{y} + b_1 x\dot{y} + b_0 y = 0 \quad \text{при} \quad b_1 = 0, \quad (25)$$

тобто

$$t^2\ddot{x}(t) + \varphi^2(t)\cdot x(t) = 0 \quad (26)$$

або

$$\ddot{x}(t) + \left[\frac{\sin^2(2\omega t)}{4\cdot t^2}\right]\cdot x(t) = 0, \Rightarrow$$

$$\ddot{x}(t) + \left[\omega^2\right]_{t\to 0}\cdot x(t) = 0 \quad (27)$$

Рівняння (25) тісно пов'язане із спеціальним рівнянням Рікатті і з рівнянням Бесселя [5].

Визначаючи α і β з умови: $\alpha+\beta = 1-b_1$, $\alpha\beta = \varphi^2$, розв'язок для (26) (при $b_1 = 0$) відомий у вигляді

$$x(t) = \begin{cases} C_0 t^{\alpha} + C_1 t^{\beta} & \text{при} \quad \alpha \neq \beta, \\ t^{\alpha}\left(C_0 + C_1 \ln t\right) & \text{при} \quad \alpha = \beta, \\ t^{r}\left[C_0\cos(s\ln t) + C_1\sin(s\ln t)\right] & \\ & \text{при} \quad \alpha,\beta = r \pm js \end{cases}, \quad (28)$$

де в енергоінформаційному розумінні фізичний зміст α і β визначається так: $\alpha = T/\xi$, $\beta = U/\xi$ для випадків $\alpha \neq \beta$ і $\alpha = \beta$ при $\varphi^2 = 0$. Якщо $\varphi^2 = 1$, то $r = \alpha$, $s = \beta$.

Висновки

1. Співвідношення (21)÷(23) є основними E-S-t модельними представленнями руху ФО, де параметр α енергетичного стану ФО визначається за експериментальними даними.
2. Енергетичне співвідношення (24) підтверджує розглянуті в [6] міженергетичні співвідношення для фізичної точки.
3. Енергоінформаційне представлення динаміки ФО розширює розуміння властивостей моделей, які описують його нелінійний рух, зумовлений дією на нього імпульсів з кінцевою енергією.

Література

1. Пиппард А. Физика колебаний. – М.: Высшая школа, 1985. – 456 с.
2. Крауфорд Ф. Волны. – М.: Наука, 1976. – 525 с.
3. Зубов В.И. Теория колебаний. – М.: Высшая школа, 1979. – 400 с.
4. Соколов А.А., Тернов И.М., Жуковский В.Ч. Квантовая механика. – М.: Наука. – 1979. – 528 с.
5. Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. – М.: Наука, 1971. – 406 с.
6. Карпенко В.М. Фундаментальные законы энергетического метаморфизма // Збірник наукових праць НГАУ. – Дніпропетровськ. – 2000. – Вип. 5. – С. 74–75.
7. Стародуб Ю.П. Пряма динамічна задача сейсміки для вивчення будови земної кори. – Львів: Світ, 1998. – 164 с.
8. Стародуб Ю.П. Обернена динамічна задача сейсміки для вивчення будови земної кори. – Львів: Світ, 1998. – 112 с.

АНАЛИЗ ДИНАМИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ДВИЖЕНИЯ ФИЗИЧЕСКОГО ОСЦИЛЛЯТОРА С ЗАДАННОЙ ЭНЕРГИЕЙ НА ОСНОВЕ ЭНЕРГОИНФОРМАЦИОННОГО ПОДХОДА

В.Н. Карпенко, Ю.П. Стародуб, А.В. Карпенко

В данной статье рассматриваются вопросы, связанные с новыми информационными особенностями динамики осциллятора, которые удается изучить с использованием энергоинформационного подхода. Пространственные и кинематические параметры осциллятора рассматриваются в зависимости от энергии, что дает возможность определить динамические параметры осциллятора – массу и жесткость. Осцилляторы, исследуемые с помощью энергоинформационного подхода, используются для решения обратной задачи – определения массы и упругости колебаний осцилляторов, которые, как отдельные цепочки, моделируют среду.

ANALYSIS OF DYNAMIC PARAMETERS OF MOTION OF PHYSICAL OSCILLATOR WITH THE ENERGY SET ON THE BASIS OF ENERGY-IINFORMATIC APPROACH

V.M. Karpenko, G.P. Starodub, O.V. Karpenko

The questions, related to the informative features of oscillator dynamics, which succeed to be learned with the use of energy-informatics approach, are examined in this article. The spatial and kinematics parameters of simple oscillator are examined depending on energy that gives the possibility to define the dynamic parameters of oscillator – mass and rigidity. Oscillators are explored with the use of energy-informatics approach with the solution of inverse problem – the determination of mass and flexibility of oscillators' vibrations, which as separate chain lets model the medium.

[1]*НАК "Нафтогаз України", Дочірнє Підприємство Науково-дослідний інститут нафтогазової промисловості "Науканафтогаз", м. Київ,*
[2]*Інститут геофізики ім. С.І. Субботіна НАН України, м. Київ*

Надійшла 05.12.2007