

A. Żarnowski

Uniwersytet Warmińsko-Mazurski w Olsztynie

PODSTAWY MATEMATYCZNE ANALIZ OBIEKTÓW TERENOWYCH PRZY ZASTOSOWANIU MODELU TEKSTOWEGO OBRAZÓW CYFROWYCH

© Żarnowski A., 2005

Special methods of localisation and description of geometrical properties as well as a specific mathematical device have been developed for the analysis of geometrical properties of objects and sites recorded as digital images in the textual form.

Wprowadzenie. Na podstawie modelu tekstowego danych przestrzennych [1] i trzech gramatyk bezkontekstowych dotyczących konwersji obrazów cyfrowych w obrazy tekstowe [2] i dowolnego tekstu w obraz cyfrowy [1], można stwierdzić, że część opracowań z wykorzystaniem obrazów cyfrowych może być realizowana z większą efektywnością niż opracowania tradycyjne.

Do analizy geometrycznej obiektów na obrazach cyfrowych stosuje się metody geometrii analitycznej na płaszczyźnie. Danymi wejściowymi do obliczeń są współrzędne odpowiednich punktów, więc konieczna jest digitalizacja obrazu cyfrowego lub jego części. W przypadku obrazów tekstowych digitalizacja nie jest potrzebna, co jest jedną z głównych zalet modelu tekstowego danych przestrzennych. W tym przypadku danymi wejściowymi do analiz będą tylko dane tekstowe.

Aby wykorzystać model tekstowy, potrzebne są nowe sposoby zapisywania podstawowych obiektów jak: punkt, odcinek prostej, poligon, kąt itp. i specjalny aparat matematyczny do geometrycznej analizy obiektów.

Podstawy teoretyczne analiz i manipulowania danymi na obrazach tekstowych. Sformułujmy aksjomaty i definicje potrzebne do prowadzenia analiz obiektów. Przykłady i pojęcia pokazano na zdaniach jednosłownych, ale można je również zastosować w dowolnych zdaniach z dowolną liczbą słów.

Definicja 1. Każdemu symbolowi przypisujemy współrzędne, określające położenie symbolu w tekście – numer słowa W_s i numer zdania W_z , np. $b_{N_z}^{N_s}$. Dla symbolu b (rys. 1) w pierwszym słowie drugiego zdania współrzędne równają się:

$$W_s = 1, W_z = 2$$

i symbol będzie zapisany jako b_2^1 .

1	1	1	1	1	1
1	0	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1

Rys. 1. Punkt na obrazie cyfrowym

Definicja 2. W modelu tekstowym danych przestrzennych indeksy piksela dowolnego punktu wyliczamy według wzorów:

$$i = (Ws - 1) * k + r - 1 \quad (1)$$

$$j = W_2 - 1$$

gdzie k – wymiar alfabetu; r – numer bieżący symbolu w alfabecie.

Dla punktu oznaczonego symbolem b_2^1 indeksami pikseła będą: $i = 1, j = 1$.

Definicja 3. Dla dowolnego piksela odpowiedni symbol tekstu i jego współrzędne mogą być identyfikowane na podstawie wzorów:

$$Ws = \text{int}(i/k) + 1 \quad (2)$$

$$W_Z = j$$

Tak więc pikselowi o indeksach: $i = 3, j = 3$ będzie odpowiadać punkt oznaczony symbolem c_3^1 (rys. 1).

Definicja 4. Odcinek prostej jest częścią prostej zawartej pomiędzy dwoma punktami należącymi do niej (rys. 2). W modelu tekstowym opisujemy go początkowym i końcowym symbolem tekstu i zapisujemy w postaci: $b_1^1 - b_6^1$.

1	0	1	1	1	1
1	0	1	1	1	1
1	0	1	1	1	1
1	0	1	1	1	1
1	0	1	1	1	1
1	0	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1

Rys. 2. Przykład zapisu odcinka prostej na obrazie cyfrowym

Obraz tekstowy pokazany na rys. 2 będzie zapisany jako:

$$\square b \& \exists b \& \exists b \& \exists b \& \exists b \& \exists b \& \exists \emptyset \& \exists$$

a odcinek prostej $b_1^1 - b_6^1$ można zapisać również jako łańcuch symboli:

$$b_1^1 \Rightarrow b \Rightarrow b \Rightarrow b \Rightarrow b \Rightarrow b_6^1,$$

gdzie symbol $\Rightarrow$ pokazuje kierunek pozyskiwania symboli w tekście od zdania $N_z = 1$ do zdania kolejnego w tekście. Odcinek prostej $b_6^1 - b_1^1$ zapisuje się jako

$$b_6^1 \Leftarrow b \Leftarrow b \Leftarrow b \Leftarrow b \Leftarrow b_1^1,$$

gdzie symbol $\leq$ pokazuje kierunek pozyskiwania symboli.

Definicja 5. Liczbę d symboli w odcinku prostej dla tekstu złożonego ze zdań jednosłownych można wyliczyć ze wzoru:

$$d = 1 + \text{int}(\sqrt{(r_2 - r_1)^2 + [(W_p)_2 - (W_p)_1]^2}) \quad (3)$$

gdzie r_2, r_1 – bieżące numery symboli w alfabecie, określające koniec i początek odcinka; $(W_P)_2, (W_P)_1$ – numery zdań, w których znajduje się symbol punktu końcowego i symbol punktu początkowego odcinka.

Definicja 6. Kąt płaski (rys. 3) to część płaszczyzny ograniczona dwoma półprostymi (ramionami kąta) wychodzącymi z jednego punktu (wierzchołka kąta), i zapisuje się go jako: $b_1^1 : b_6^1 : f_2^1$

1	0	1	1	1	1
1	0	1	1	1	0
1	0	1	1	0	1
1	0	1	0	1	1
1	0	0	1	1	1
1	0	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1

Rys. 3. Przykład zapisywania kąta

Definicja 7. Wielokąt (rys. 4) jest to obszar płaszczyzny ograniczony zamkniętą łamaną, której odcinki są bokami wielokąta, a ich końce – jego wierzchołkami. Przy zapisywaniu obrazu cyfrowego w postaci tekstowej wielokąt można przedstawić jako szereg odcinków, początkiem pierwszego z nich i końcem ostatniego jest ten sam symbol:

$$b_2^1 - f_2^1 - i_5^1 - i_8^1 - d_8^1 - b_6^1 - b_2^1$$

1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	0	1	1	1	1
1	0	1	1	1	1	0	1	1	1
1	0	1	1	1	1	1	0	1	1
1	0	1	1	1	1	1	1	0	1
1	0	1	1	1	1	1	1	0	1
1	1	0	1	1	1	1	1	0	1
1	1	1	0	0	0	0	0	0	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Rys. 4. Przykład zapisywania wielokąta

Definicja 8. Okrąg (rys. 5) jest zbiorem punktów płaszczyzny, których odległość od pewnego wybranego punktu O jest stała i wynosi R (promień okręgu), zapisuje się go w postaci: $e_5^1 \rightarrow 4$ (e_5^1 – centrum okręgu, $\rightarrow 4$ – długość promienia wyrażona przez liczbę symboli).

1	1	1	0	0	0	0	1	1	1
1	1	0	1	1	1	1	0	1	1
1	0	1	1	1	1	1	1	0	1
0	1	1	1	1	1	1	1	0	1
0	1	1	1	0	1	1	1	0	1
0	1	1	1	1	1	1	1	0	1
1	0	1	1	1	1	1	1	0	1
1	1	0	1	1	1	1	0	1	1
1	1	1	1	0	0	0	0	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Rys. 5. Przykład zapisywania okręgu

Definicja 9. Powierzchnia figury płaskiej równa się liczbie symboli, ograniczonych odcinkami ją obrazującymi.

Definicja 10. Aby znaleźć prostopadłą do odcinka z określonego punktu, wystarczy zapisać odcinek, którego początkiem jest symbol identyfikujący punkt, a końcem – najbliższy (w sensie alfabetu) symbol w zdaniach obrazu tekstowego.

Definicja 11. Histogram obrazu tekstowego buduje się obliczając liczbę każdego z symboli alfabetu wykorzystanych w tekście.

Aksjomat 1. Dwa pionowe lub poziome odcinki mają równe długości, jeśli zawierają w sobie taką samą liczbą symboli.

Aksjomat 2. Dwie figury mają powierzchnie równej wielkości, jeśli zawierają w sobie taką samą liczbę symboli.

Aksjomat 3. Dwa odcinki są równoległe, jeśli dla każdego symbolu jednego odcinka wielkość różnicy między numerem bieżącym symbolu w alfabecie a odpowiednim symbolem drugiego odcinka jest wielkością stałą.

Aksjomat 4. Dwa odcinki przecinają się, jeśli każdy z nich zawiera taki sam symbol w jakimkolwiek ze zdań.

Podsumowanie i wnioski. Wykorzystanie obrazów cyfrowych w nowoczesnych technologiach informatycznych jest jednym z kierunków udoskonalania procesów opracowywania geoinformacji w aplikacjach geodezyjnych, fotogrametrycznych oraz kartograficznych. Badania przedstawione w artykule koncentrowały się na opracowaniu metod i technologii, które mogłyby zwiększyć ekonomiczno-techniczną efektywność prac i zautomatyzować pracochłonne procesy przy wykonywaniu następujących zadań:

- rozpoznawaniu zmian przebiegu granic obiektów na podstawie istniejących map i obrazów cyfrowych przy aktualizacji map topograficznych, katastralnych oraz tematycznych;
- opracowywaniu nowoczesnych produktów kartograficznych w postaci map komputerowych, umożliwiających ich optymalne wykorzystanie w geoinformacji obrazowej, cyberkartografii oraz tradycyjnych "ręcznych" technologiach.

1. Żarnowski A. Model tekstowy danych graficznych, alfabet elektroniczny oraz ich zastosowanie w geoinformacji obrazowej i SIP. Rozprawy i Monografie, 87. – Olsztyn: Wydawnictwo UWM, 2004. – S. 67.
2. Żarnowski A. Model tekstowy danych graficznych i możliwości jego zastosowania w fotogrametrii cyfrowej, "Monitorowanie Środowiska Metodami Teledetekcji, Fotogrametrii i Geoinformatyki", *Archiwum Fotogrametrii, Kartografii i Teledetekcji*, vol. 15 // *Materiały Międzynarodowej Konferencji Naukowo-Technicznej*, 17 września 2004 r., poświęconej 40-leciu Katedry Fotogrametrii i Teledetekcji, Akademia Rolnicza w Krakowie. – Kraków, 2004. – S. 49–56.