

О ПРИБЛИЖЕННОМ ОПРЕДЕЛЕНИИ АЗИМУТА И ПОПРАВКИ ХРОНОМЕТРА ПО НАБЛЮДЕНИЯМ ЗВЕЗД В ВЕРТИКАЛЕ ПОЛЯРНОЙ

В 1948 г. инженер А. А. Лукерьян предложил приближенно определять азимут по наблюдениям звезд в вертикале Полярной $1'$ и $30''$ теодолитами и составил (с точностью до $0',1$) таблицу азимутов Полярной в моменты прохождения через ее вертикал 24-х северных звезд на 1950—1960 гг. [1].

Этот способ является частным случаем способа Ф. Н. Красовского (когда горизонтальный угол Q между Полярной и вспомогательной звездой равен нулю) и обладает по сравнению с ним рядом преимуществ: простота наблюдений (труба перемещается только по высоте) и обработки, которая сводится к выбору азимута Полярной из таблицы по широте и названию вспомогательной звезды, ненужность эфемерид вспомогательной звезды.

Способ А. А. Лукерьяна усовершенствовали А. В. Буткевич и А. А. Крыжафовский [2, 3]. Для увеличения маневренности способа А. В. Буткевич [4] рекомендовал наблюдать в вертикале Полярной не только северные, но и южные звезды, а для уменьшения влияния коллимационной ошибки наблюдать Полярную и вспомогательную звезду при двух положениях круга, для чего использовать дальномерную сетку нитей, повернутую на 90° [3].

Цель данной статьи — проверка этих рекомендаций и дальнейшее упрощение способа А. А. Лукерьяна в части наблюдений и их обработки.

В 1972 г. нами выполнены опытные определения азимута и поправки хронометра инструментами ОТ-02 и ТБ-1. Были составлены эфемериды для 40 северных и 60 южных звезд; их зенитные расстояния и моменты прохождения через вертикал Полярной вычислялись по формулам [5]:

а) для северных звезд вблизи нижней кульминации

$$z \simeq 180^\circ - (\varphi + \delta), \quad (1) \quad s = \alpha \pm 12^h + \Delta s, \quad (2)$$

$$\Delta s = \frac{a_N}{15} \sin z \sec \delta; \quad (3)$$

где a_N — азимут Полярной на момент кульминации вспомогательной звезды, выбираемый из «АЕ»;

б) для южных звезд вблизи верхней кульминации

$$z \simeq \varphi - \delta, \quad (4) \quad s = \alpha + \Delta s. \quad (5)$$

Для уменьшения влияния коллимации и неодновременности наблюдений Полярной и вспомогательной звезды мы дополнили

в теодолите ОТ-02 № 10199 обычную сетку нитей на стекле паутиновой, у которой боковые вертикальные нити удалены от средней на $17'$ (рис. 1). Нити ее прикреплены к оправе прежней сетки и при фокусировании на новую сетку старая сетка не видна.

В оптическом теодолите ТБ-1 № 11127 сетка нитей была повернута на 90° и в качестве боковых вертикальных нитей использовались ее дальномерные насечки (рис. 2).

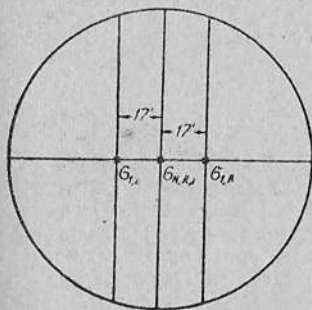


Рис. 1. Схема наблюдения теодолитом ОТ-02 Полярной (σ_N) и вспомогательной (σ_1) звезды при определении азимута и поправки хронометра.

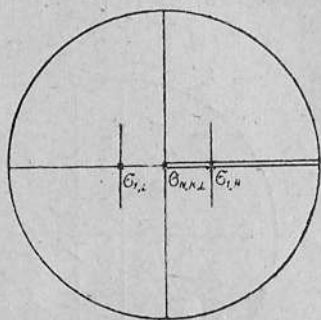


Рис. 2. Схема наблюдения теодолитом ТБ-1 Полярной (σ_N) и вспомогательной (σ_1) звезды при определении азимута и поправки хронометра.

Рекомендуемый порядок определений:

1. Наблюдение земного предмета и отсчет по горизонтальному кругу.

2. Наблюдение Полярной на средней вертикальной нити (σ_N , рис. 1, 2) и отсчет по горизонтальному кругу.

3. Спуск или подъем трубы до высоты вспомогательной звезды и отсчет по хронометру в момент прохождения звезды через «правую» вертикальную нить ($\sigma_{1,R}$, рис. 1, 2).

4. Перевод трубы через зенит и второе наблюдение Полярной, как в пункте 2.

5. Спуск или подъем трубы до высоты вспомогательной звезды и отсчет по хронометру в момент прохождения звезды через «левую» вертикальную нить ($\sigma_{1,L}$, рис. 1, 2) *.

6. Наблюдение земного предмета, как в пункте 1 **.

Если при наблюдении Полярной брать отсчеты по хронометру и вертикальному кругу, то, используя известную формулу [5]

$$\varphi = h + I + II + III, \quad (6)$$

можно вычислить и широту. В этом случае требуется увеличивать промежуток времени между наблюдениями Полярной и

* То есть на той же нити, что и при круге право.

** Если нужно определить только азимут, то хронометр в пунктах 3 и 5 не отсчитывается.

южной звездой, для чего можно наблюдать их (рис. 3): при круге лево Полярную на «правой» нити, вспомогательную — на «левой» нити, а при круге право — наоборот.

Азимут земного предмета вычислялся по формуле [3]

$$A_{\Delta} = a_N + (N_{\Delta} - N_N), \quad (7)$$

где N_{Δ} и N_N — средние отсчеты по горизонтальному кругу на земной предмет и Полярную, а поправка хронометра по формуле [5]

$$u = s - T = \alpha + t_1 - T. \quad (8)$$

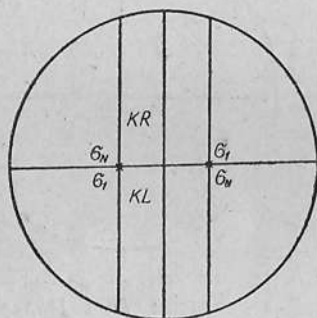


Рис. 3. Схема наблюдения теодолитом ОТ-2 и ТБ-1 Полярной (σ_N) и вспомогательной звезды (σ_1) при определении азимута, поправки хронометра и широты.

Для вычисления азимута Полярной a_N и часового угла t_1 вспомогательной звезды можно использовать строгие формулы В. К. Деллена [6]:

$$\sin a_N = \sin k \sec \varphi, \quad (9) \quad t_N = 180^\circ - (M + N), \quad (10)$$

$$t_s = (N - M), \quad (11) \quad \operatorname{tg} k = \operatorname{ctg} \delta_1 \sin M; \quad (12)$$

где $\operatorname{tg} M = \frac{\operatorname{tg} \Delta_N \operatorname{tg} \delta_1 \sin \beta}{1 - \operatorname{tg} \Delta_N \operatorname{tg} \delta_1 \cos \beta}; \quad (13) \quad \sin N = \operatorname{tg} k \operatorname{tg} \varphi; \quad (14)$

$$\beta = (\alpha_N - \alpha_1). \quad (15)$$

Однако эти формулы довольно сложны, содержат синусы и тангенсы малых углов и не соответствуют приближенным определениям, поэтому мы упростим их по аналогии с работой [7]. Для этого разложим синусы и тангенсы углов a_N , k , M и N в ряды Маклорена с удержанием двух членов с погрешностью $< 0''0001$, так как при φ и $\delta_1 \leq 60^\circ$ азимут Полярной a_N и угол $M \leq 2^\circ$, а k и $N \leq 1^\circ$.

Разлагая в (9) $\sin a_N$ и $\sin k$ в ряд, получим

$$a_N - \frac{a_N^3}{6} \approx \left(k - \frac{k^3}{6} \right) \sec \varphi, \quad (16)$$

или

$$a_N \approx \left(k - \frac{k^3}{6} \right) \sec \varphi + \frac{a_N^3}{6} \approx k \sec \varphi + \frac{k^3}{6} \sec \varphi \operatorname{tg}^2 \varphi. \quad (17)$$

Оценим второй член в (17), полагая $\varphi \leq 60^\circ$, $k \leq 1^\circ$, и получим

$$\frac{k''^3}{6\rho''^2} \sec \varphi \operatorname{tg}^2 \varphi \leq 1''.$$

то есть с ошибкой $\leq 1''$

$$a_N \simeq k'' \sec \varphi. \quad (18)$$

Разложим в (12) $\operatorname{tg} k$ и $\sin M$ в ряд и найдем

$$k + \frac{k^3}{3} \approx \left(M - \frac{M^3}{6}\right) \operatorname{ctg} \delta_1, \quad (19)$$

или

$$M \simeq k \operatorname{tg} \delta_1 + \frac{k^3}{6} \operatorname{tg} \delta_1 (2 + \operatorname{tg}^2 \delta_1). \quad (20)$$

Полагая $\delta_1 \leq 60^\circ$ и $k \leq 1^\circ$, получим

$$\frac{k''^3}{6\rho''^2} (\operatorname{tg}^2 \delta_1 + 2) \leq 0'',9,$$

то есть

$$M'' \simeq k'' \operatorname{tg} \delta_1 \text{ или } k'' \simeq M'' \operatorname{ctg} \delta_1. \quad (21)$$

Разложим $\operatorname{tg} M$ в (13) по биному Ньютона, удерживая члены с Δ_N^3 .

$$\operatorname{tg} M = \operatorname{tg} \Delta_N \operatorname{tg} \delta_1 \sin \beta (1 + \operatorname{tg} \Delta_N \operatorname{tg} \delta_1 \cos \beta + \\ + \operatorname{tg}^2 \Delta_N \operatorname{tg}^2 \delta_1 \cos^2 \beta + \dots).$$

Затем разложим в ряд $\operatorname{tg} M$ и $\operatorname{tg} \Delta_N$. Тогда

$$M + \frac{M^3}{3} \simeq \left(\Delta_N + \frac{\Delta_N^3}{3}\right) \operatorname{tg} \delta_1 \sin \beta [1 + \Delta_N \operatorname{tg} \delta_1 \cos \beta + \\ + \Delta_N^2 \operatorname{tg}^2 \delta_1 \cos^2 \beta].$$

Учитывая, что $M \simeq \Delta_N \operatorname{tg} \delta_1 \sin \beta$, напомним

$$M'' = \Delta_N'' \operatorname{tg} \delta_1 \sin \beta + \frac{\Delta_N''^2}{2\rho''^2} \operatorname{tg}^2 \delta_1 \sin 2\beta + \\ + \frac{\Delta_N''^3}{3\rho''^2} \operatorname{tg} \delta_1 \sin \beta (1 + 3 \operatorname{tg}^2 \delta_1) - \frac{4}{3} \frac{\Delta_N''^3}{\rho''^2} \operatorname{tg}^3 \delta_1 \sin^3 \beta. \quad (22)$$

Полагая $\Delta_N'' = 3120''$ (для 1972 г.), $\beta = 90^\circ$ и $\delta_1 \leq 60^\circ$, найдем

$$\frac{\Delta_N''^3}{3\rho''^2} \operatorname{tg} \delta_1 \sin \beta (1 + 3 \operatorname{tg}^2 \delta_1) \leq 4'',1; \quad \frac{4}{3} \frac{\Delta_N''^3}{\rho''^2} \operatorname{tg}^3 \delta_1 \sin^3 \beta \leq 4'',9.$$

Поправки $d\alpha_N$ и $d\Delta_N$ (отличия видимых координат Полярной от средних)
при $T_0=1975,0$; $\alpha_N=2^h07^m26^s,5$; $\delta_N=89^\circ08'59'',8$

а) Поправка $d\alpha_N$

Даты	1974	1975	1976	1977	1978	1979	1980
1. I	0 ^m 05 ^s	1 ^m 08 ^s	2 ^m 07 ^s	3 ^m 01 ^s	3 ^m 53 ^s	4 ^m 41 ^s	5 ^m 25 ^s
16. I	15	0 48	1 47	2 41	3 32	4 20	5 04
31. I	36	26	1 26	2 19	3 10	3 58	4 42
15. II	0 56	05	1 04	1 58	2 48	3 36	4 19
1. III	1 14	13	0 44	1 39	2 30	3 16	3 58
16. III	1 29	28	0 29	1 24	2 14	3 00	3 42
1. IV	1 39	38	0 18	1 13	2 03	2 48	3 30
16. IV	1 42	42	0 15	1 09	1 58	2 44	3 26
1. V	1 39	39	0 17	1 11	2 00	2 46	3 27
16. V	1 30	30	0 27	1 19	2 08	2 53	3 36
1. VI	1 16	16	0 42	1 34	2 22	3 07	3 50
16. VI	0 58	02	1 00	1 52	2 40	3 34	4 10
1. VII	0 36	23	1 21	2 13	3 01	3 45	4 28
16. VII	0 13	0 46	1 43	2 36	3 23	4 07	4 51
1. VIII	0 12	1 12	2 08	3 00	3 48	4 32	5 15
16. VIII	0 26	1 26	2 30	3 22	4 11	4 55	5 37
1. IX	0 56	1 56	2 53	3 44	4 33	5 17	6 00
16. IX	1 14	2 14	3 11	4 02	4 50	5 35	6 18
1. X	1 28	2 28	3 25	4 16	5 04	5 49	6 32
16. X	1 38	2 38	3 35	4 27	5 14	5 59	6 42
1. XI	1 43	2 42	3 38	4 31	5 18	6 02	6 45
16. XI	1 43	2 42	3 38	4 31	5 18	6 02	6 45
1. XII	1 37	2 36	3 31	4 24	5 12	5 56	6 38
16. XII	1 ^m 25 ^s	2 ^m 24 ^s	3 ^m 19 ^s	4 ^m 11 ^s	4 ^m 59 ^s	5 ^m 44 ^s	6 ^m 24 ^s

б) Поправка $d\Delta_N$

1. I	0 ^m 07,4	0 22,6	0 37,0	0 51,3	1 05,7	1 20,5	1 35,8
16. I	9,4	24,5	38,9	53,1	1 07,7	22,6	37,9
31. I	9,9	25,0	39,5	53,7	1 08,4	23,2	38,6
15. II	8,9	24,0	38,6	52,8	1 07,2	22,3	38,0
1. III	6,7	21,8	36,3	50,7	1 05,2	20,5	36,1
16. III	3,4	18,5	32,9	47,4	1 01,9	17,2	32,5
1. IV	— 1,0	13,9	28,3	42,8	0 57,4	12,8	28,0
16. IV	— 5,7	9,2	23,5	38,1	52,7	08,0	23,3
1. V	— 10,3	4,7	18,8	33,4	48,2	1 09,5	18,7
16. V	— 14,7	0,2	14,5	29,0	43,7	0 59,0	14,4
1. VI	— 18,5	— 3,5	10,7	25,1	39,9	55,1	10,7
16. VI	— 21,2	— 6,2	8,2	22,4	37,1	52,4	08,2
1. VII	— 22,7	— 7,8	6,6	21,0	35,6	50,8	06,7
16. VII	— 23,0	— 8,1	6,4	20,6	35,2	50,5	06,4
1. VIII	— 21,8	— 7,2	7,3	21,7	36,2	51,3	07,4
16. VIII	— 19,6	— 5,1	9,4	23,7	38,7	0 53,4	09,5
1. IX	— 16,2	— 1,7	12,8	27,1	41,7	0 56,7	12,9
16. IX	— 12,1	2,4	16,8	31,1	45,8	1 00,9	17,0
1. X	— 7,3	7,2	21,7	35,8	50,5	1 05,7	21,9
16. X	— 2,1	12,5	27,0	41,1	0 55,8	11,0	27,2
1. XI	3,8	18,3	32,9	47,0	1 01,6	16,9	33,3
16. XI	9,3	24,4	38,3	52,6	1 07,1	22,4	38,9
1. XII	14,4	28,8	43,4	57,7	1 12,2	27,6	44,1
16. XII	18,9	33,2	47,7	1 02,2	1 16,7	1 32,0	1 48,6

Таблица 2

Образец таблицы значений a_N , M и N

Звезда γ Agl, $m=2,8$			$\begin{matrix} h & m & s \\ M=0 & 00 & 37,8 \end{matrix}$		
$\alpha_{1975,0}$		VA_α	$\delta_{1975,0}$		VA_δ
$\begin{matrix} h & m & s \\ 19 & 45 & 04,2 \end{matrix}$		s +2,85	$10^\circ 33' 05''$		+8,9
φ	a_N	N	φ	a_N	N
35°	1°01'57"	0 ^h 02 ^m 22 ^s ,1	51	1°20'38"	0 ^h 04 ^m 10 ^s ,6
36	02 43	27,5	52	22 25	04 19,8
37	03 32	32,9	.	.	.
38	04 24	38,4	.	.	.
.	.	.	57	1°33'10"	0 05 12,1
.	.	.	58	35 45	24,8
49	1°17'21"	0 ^h 03 ^m 53 ^s ,5	59	38 31	37,8
50	18 56	04 01,8	60	1°41'29"	0 ^h 05 ^m 51 ^s ,6

Значит ошибки компенсируются. Исследования показывают, что максимальная сумма этих членов равна $1'',5$ при $\beta=31^\circ,9$ и с погрешностью $1'',5$

$$M'' \simeq \Delta_N^* \operatorname{tg} \delta_1 \sin \beta + \frac{\Delta_N^{*2}}{2\rho''} \operatorname{tg}^2 \delta_1 \sin 2\beta + \dots \quad (23)$$

Подставляя M из (23) в (21), получим

$$k'' \simeq \Delta_N^* \sin \beta + \frac{\Delta_N^{*2}}{2\rho''} \operatorname{tg} \delta_1 \sin 2\beta, \quad (24)$$

и

$$M^s \simeq \frac{k'' \operatorname{tg} \delta_1}{15}. \quad (25)$$

Разложение в формуле (14) $\sin N$ и $\operatorname{tg} k$ в ряд дает

$$N \simeq k \operatorname{tg} \varphi + \frac{k^3}{3} \operatorname{tg} \varphi + \frac{N^3}{6} \simeq k \operatorname{tg} \varphi + \frac{k^3}{6} \operatorname{tg} \varphi (2 + \operatorname{tg}^2 \varphi). \quad (26)$$

Принимая $\varphi \leq 60^\circ$ и $k \leq 1^\circ$, найдем, что

$$\frac{k''^3}{6\rho''^2} \operatorname{tg} \varphi (2 + \operatorname{tg}^2 \varphi) \leq 0'',9,$$

то есть

$$N^s \simeq \frac{k'' \operatorname{tg} \varphi}{15}. \quad (27)$$

Как видно, все величины просто выражаются через k .

Формулы (18), (24), (25) и (27) просты и позволяют вычислять a_N , k , M и N с ошибками $\leq 1''$.

Обработка намного упрощается, если составить на эпоху T_0 по средним координатам Полярной и вспомогательных звезд таблицу азимутов a_N Полярной и величин M и N , а также таблицу поправок этих величин за эпоху (за отличие видимых координат от средних).

Для получения дифференциальных поправок с точностью $1''$ (при $\varphi \leq 60^\circ$ и $\delta_1 \leq 60^\circ$) подставим в выражения (18), (25), (27) k из (24) и найдем, ограничиваясь членами порядка $d\Delta_N$ и $\frac{d\Delta_N}{\rho''} d\beta''$:

$$da_N^s \simeq dk'' \sec \varphi, \quad (28) \quad dM^s \simeq \frac{dk'' \operatorname{tg} \delta_1}{15}, \quad (29)$$

$$dN^s \simeq \frac{dk'' \operatorname{tg} \varphi}{15}, \quad (30)$$

где

$$dk'' \simeq d\Delta_N^s \sin \beta + \frac{\Delta_N^s}{\rho''} \cos \beta d\beta'' = I + II; \quad (31)$$

$$d\beta'' = 15 (da_N^s - da_N^s)^*. \quad (32)$$

Автором вычислены на ЭВМ «Наири-2» на эпоху $T_0 = 1975,0$ для 100 южных и 50 северных звезд a_N , M и N для широт от 35° до 60° с шагом 1° (при $\delta_1 \geq 60^\circ$) по формулам (9)–(15) и поправки dk'' , da_N^s , dM^s и dN^s . Отличия координат Полярной от средних da_N^s и $d\Delta_N^s$ для различных лет и месяцев приведены в таблице 1.

Приведем образец таблицы a_N , M , N и пример обработки наблюдений. Поправки dk'' , da_N^s , dM^s и dN^s в примере вычислены по формулам (28)–(32) (табл. 2).

Пример обработки наблюдений

Вычисления по видимым координатам

Звезда γ Aql
дата 6. 06. 1972

a_N	$2^h 04^m 12,9^s$	Δ_N^s	3111''	$2 \lg \Delta_N^s$	6.99	N^s	$4^m 04,8^s$
a_1	19 44 58,8	$\lg \Delta_N^s$	3,49290	$\lg \operatorname{tg} \delta_1$	9.27	$\lg N^s$	2,389
		$\lg \sin \beta$	9,99847	$\lg \sin 2\beta$	9.22		
β	6 19 14,1			$\operatorname{don} \lg 2\rho''$	4.38	$\lg \operatorname{tg} \varphi$	0,07 4
2β	12 38 28,2	$\lg I$	3,49 137			$\lg k''$	3,49 1
δ_N	89°08'09"	I	3100,1	$\lg II$	9.86	$\operatorname{don} \lg 15$	8,82 4
Δ_N	0 51 51	II	—0.7	II	—0.7	$\lg \operatorname{tg} \delta_1$	9,27 0
δ_1	10 32 37					$\lg M^s$	1,58 5
φ	49°50'11"	k''	3099,4			M^s	38,5

* При этом изменения координат вспомогательной можно не учитывать и принимать $d\beta'' = 15 da_N^s$ с ошибкой $\leq 1''$.

$\lg k''$	3,49 128	N_Δ	327°15'25"	$N-M=t_1$	$0^h 03^m 26^s,3$
$\lg \sec \varphi$	0,19 046	N_N	278 57 26	a_1	19 44 58,8
$\lg a_N''$	3 68 168	$N_\Delta - N_N = Q$	48 17 59	s	19 48 25,1
a_N	1°20'05,0	a_N	1 20 05	T	19 48 58,4
		A_Δ	49°38'04"	u	$-0^m 33^s,3$

Вычисления по средним координатам

α_N	$2^h 07^m 26^s$	$d\Delta_N''$	51"	$\lg \Delta_N''$	3,493	dN^s	4,3
a_1	19 45 04	$\lg d\Delta_N''$	1,708	$\lg \cos \beta$	8,989	$\lg dN^s$	0,635
β	$6^h 22^m 22^s$	$\lg \sin \beta$	9,998	$\log \lg p''$	4,686	$\lg \lg \varphi$	0,074
		$\lg I$	1,706	$\lg 15$	1,176	$\lg dk$	1,741
		I	50,8	$\lg d\beta''$	2,287	$\log \lg 15$	8,824
				$\lg II$	0,631	$\lg \lg \delta_1$	9,270
				II	4,3	$\lg dM^s$	9,835
						dM^s	0,7

$\alpha_N 1972.0$	$2^h 04^m 12^s,9$	$\lg dk''$	1,741	a_N''	1°18'40,0	M_0^s	$0^h 00^m 37^s,8$
$\alpha_N 1975.0$	$2 07 26,5$	$\lg \sec \varphi$	0,190	da_N''	1 25,3	dM^s	0,7
		$\lg da_N''$	1,931	a_N	1°20'05"3	M^s	$0^h 00^m 38^s,5$
$d\beta^s$	$3^m 13,4$	da_N''	85,3				

N_0^s	$00^h 04^m 00^s,5$
dN^s	4,3
N^s	$0^h 04^m 04^s,8$

Определения азимута (и поправки хронометра) в способе А. А. Лукеркина возможны по наблюдениям не только северных, но и южных звезд, что значительно расширяет возможности способа. Средняя квадратическая ошибка определения азимута и поправки хронометра из одного приема, продолжительность которого $5-6^m$, составляют для ОТ-2±4" и ±0^s,3, а для ТБ-1±6" и ±0^s,3 — 0^s,5. Наблюдать инструментом ТБ-1 удобнее, так как в нем не требуется натягивать сетку, а точность его вполне достаточна.

Данный способ можно рекомендовать для приближенного определения азимута при изыскательных и других работах.

ЛИТЕРАТУРА

1. Дитц О. Г. Геодезия, М., Геодезиздат, 1950.
2. Справочник маркшейдера, т. 1, М., Металлургиздат, 1953.
3. Буткевич А. В., Крыжановский А. А. Приближенное определение азимута по наблюдениям звезд в вертикале Полярной (по способу А. А. Лукеркина). — «Изв. вузов. Геодезия и аэрофотосъемка», 1965, вып. 5.

4. Буткевич А. В. Сетка нитей для наблюдения звезд в вертикале Полярной. — «Геодезия и картография», 1973, вып. 1.

5. Кузнецов А. Н. Геодезическая астрономия. М., «Недра», 1966.

6. Цветков К. А., Смирнов М. И. Задачи по сферической астрономии. М., Геодезиздат, 1939.

7. Буткевич А. В. Упрощение вычислений при определении поправки хронометров по способу В. К. Деллена. — «Астрономический журнал», 1955, т. 32, вып. 5.

Работа поступила в редколлегию 25 декабря 1974 года. Рекомендована кафедрой высшей геодезии и астрономии Львовского политехнического института.
